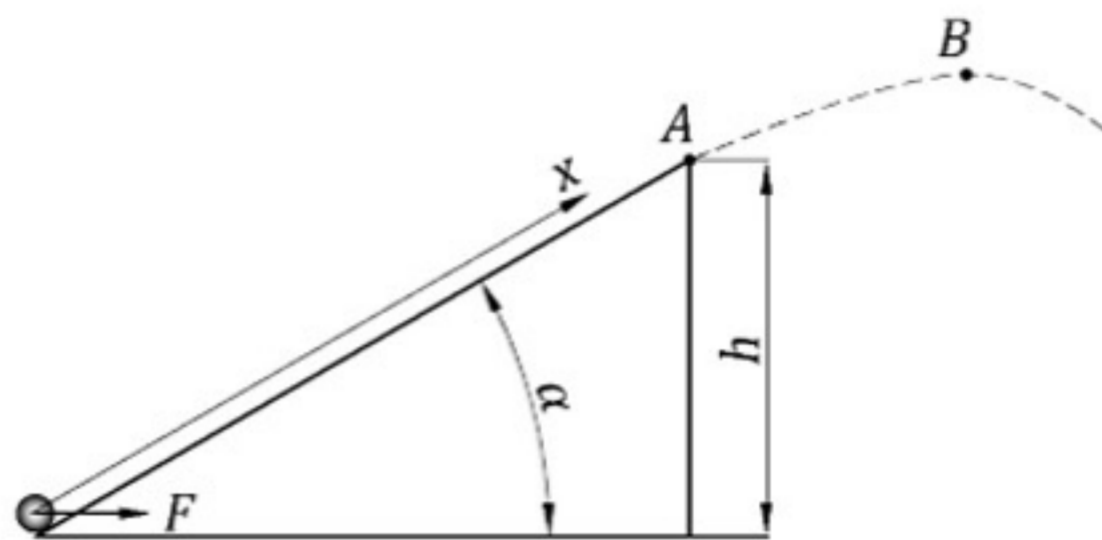


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ

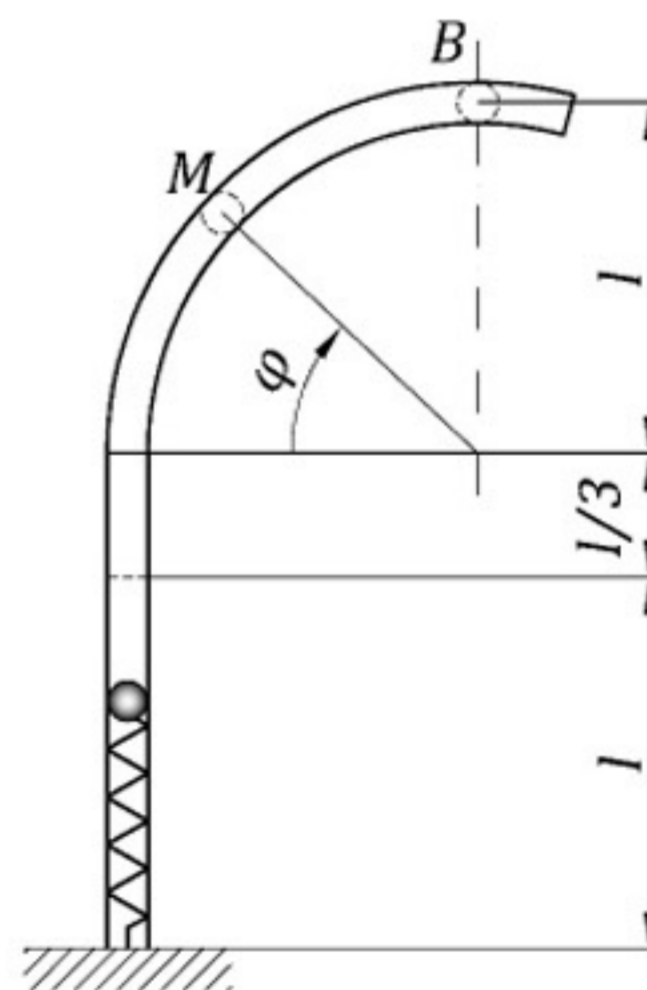
1. Тијело је започело кретање уз стрму равну нагиба $\alpha = 30^\circ$ под дејством хоризонталне силе која се мијења према закону $F = m(x + 20)$ [N], гдје је m маса тијела, а x његово растојање у правцу стрме равни (видјети слику). Коефицијент динамичког трења између тијела и подлоге је 0,5. Користећи се основном једначином динамике, одредити:

- убрзање и брзину тијела у највишој тачки стрме равни (A) која се налази на висини $h = 3$ m у односу на подлогу,
- положај тијела у тачки максималног пењања (B) након напуштања стрме равни, ако у тренутку напуштања престаје дејство хоризонталне силе F (отпор ваздуха сматрати занемарљивим),
- једначину путање при слободном кретању тијела.



2. Куглици масе 0,5 kg саопштава се кретање у унутрашњости глатке цијеви, у вертикалној равни, усљед дејства еластичне силе у опрузи. Крутост опруге је $c = 400$ N/m, ненапрегнута дужина опруге је $l = 60$ cm, а у тренутку када се куглици саопштава кретање опруга је деформисана **НА** двије трећине своје дужине.

- Користећи се Законом о промјени кинетичке енергије, одредити брзину куглице у произвољном положају (M) унутар лучног дијела глатке цијеви ($v(\varphi)$).
- Одредити нормалну реакцију цијеви у положају B.
- Уколико би куглица била везана за опругу, одредити период слободних непригушених осцилација куглице око равнотежног положаја, а потом једначину кретања у посматраном случају, узимајући да је отклон куглице од положаја статичке равнотеже у почетном положају $l/3$.



I каюкбузум (реговбу)

① $\alpha = 30^\circ$

$F = m(x+20)$

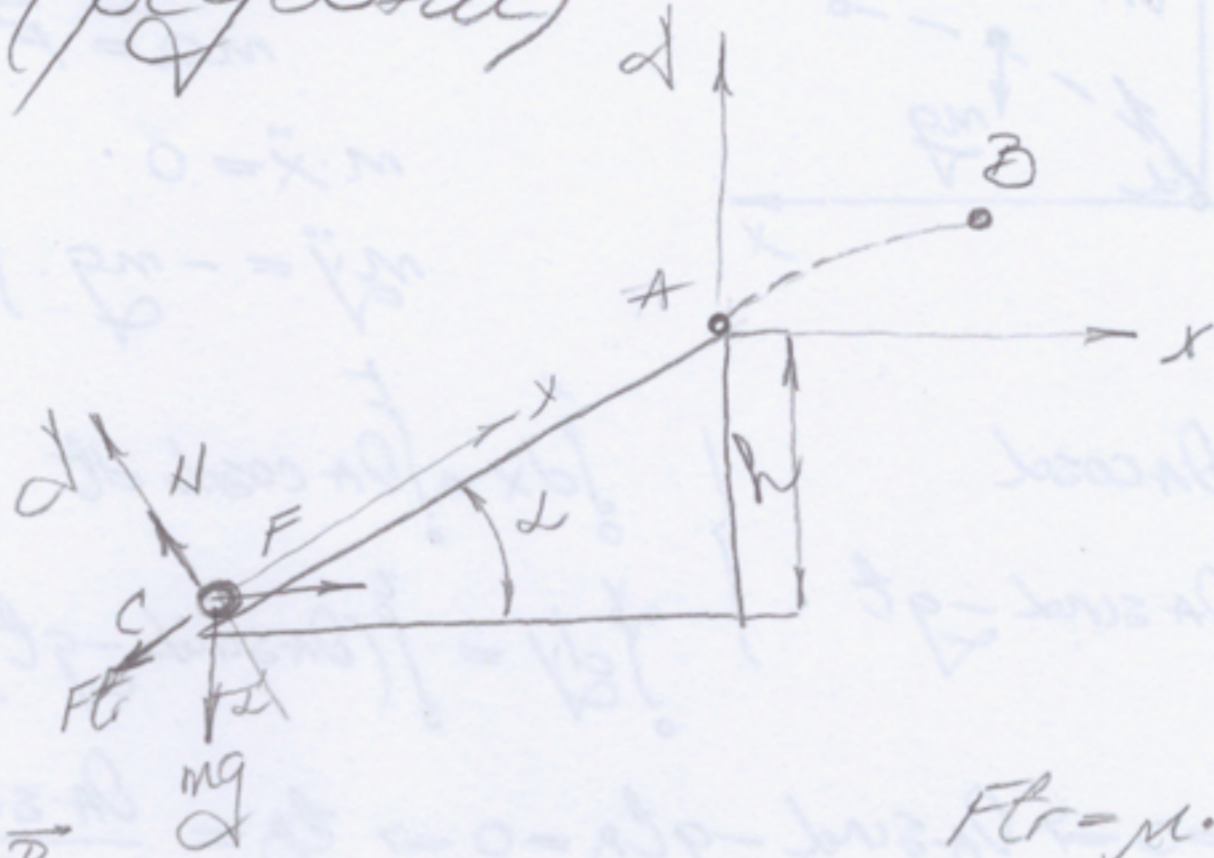
$\mu = 0,5$

$a_A, v_A = ?$

$h = 3\text{ m}$

$x_{AB}, y_{AO} = ?$

$v(x) = ?$



$|C \rightarrow A|$

$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{R}$

$m \cdot \ddot{x} = F \cdot \cos \alpha - F_{tr} - mg \sin \alpha$

$m \cdot \ddot{y} = N - mg \cos \alpha - F \sin \alpha \Rightarrow N = F \sin \alpha + mg \cos \alpha$

$F_{tr} = \mu \cdot N$

$m\ddot{x} = m(x+20) \cos \alpha - \mu m(x+20) \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad | : m$

$\ddot{x} = x \cos \alpha + 20 \cos \alpha - \mu x \sin \alpha - 20 \mu \sin \alpha - \mu g \cos \alpha - g \sin \alpha$

$\ddot{x} = (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \cdot x + 20(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$\ddot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = \frac{\dot{x} dx}{dx}$

$a_A = (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \cdot x_A + 20(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$= (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \cdot \frac{h}{\sin \alpha} + 20(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$= (\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,5 \cdot \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot 3 + 20(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,5 \cdot \frac{1}{2}) - 9,81(\frac{1}{2} + 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) = \underline{\underline{6,86 \frac{m}{s^2}}}$

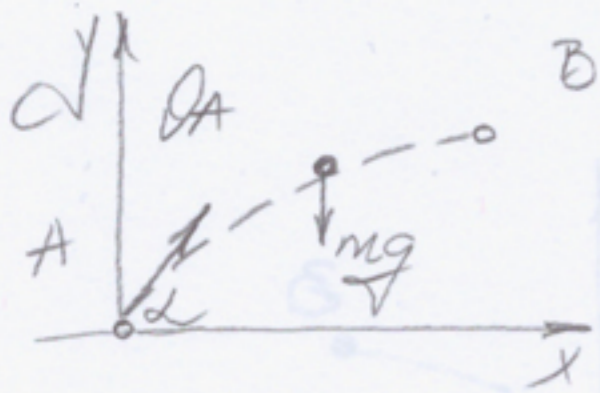
$\dot{x} dx = \ddot{x} dx$

$\int_0^{\dot{x}} \dot{x} dx = \int_0^x [(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \cdot (x+20) - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)] dx$

$\frac{\dot{x}^2}{2} = (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) (\frac{x^2}{2} + 20x) - g x (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$v_A = \dot{x}_A = \sqrt{2 [(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) (\frac{h^2}{2 \sin^2 \alpha} + 20 \cdot \frac{h}{\sin \alpha}) - g \frac{h}{\sin \alpha} (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)]}$

$= \sqrt{2 [(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,5 \cdot \frac{1}{2}) (\frac{9 \cdot 4}{2} + 20 \cdot 3 \cdot 2) - 9,81 \cdot 3 \cdot 2 (\frac{1}{2} + 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})]} = \underline{\underline{7,76 \text{ m/s}}}$



В точке максимальной высоты $\Rightarrow v_{By} = 0$

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int dx = \int v dx \\ \int dy = \int (-g) dt \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \alpha \\ \dot{y} = v \sin \alpha - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int dx = \int v \cos \alpha dt \\ \int dy = \int (v \sin \alpha - gt) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v \cos \alpha \cdot t \\ y = v \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$v_{By} = 0 \Rightarrow v \sin \alpha - gt_B = 0 \Rightarrow t_B = \frac{v \sin \alpha}{g} = \frac{7,76 \cdot 0,5}{9,81} = 0,396 \text{ s}$$

$$x_{AB} = v \cos \alpha \cdot t_B = 7,76 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,396 = 2,66 \text{ m}$$

$$y_{AB} = v \sin \alpha \cdot t_B - \frac{gt_B^2}{2} = 7,76 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,396 - \frac{9,81 \cdot 0,396^2}{2} = 0,77 \text{ m}$$

$$x = v \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v \cos \alpha}$$

$$y = v \sin \alpha \cdot \frac{x}{v \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v^2 \cos^2 \alpha} \Rightarrow y = \tan 30^\circ \cdot x - \frac{9,81}{2 \cdot 7,76^2} \cdot \frac{x^2}{3}$$

$$y = 0,58x - 0,11x^2 \Rightarrow \text{парабола}$$

- ② $m = 0,5 \text{ kg}$
- $c = 400 \text{ N/m}$
- $l_0 = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$
- $E_M(\varphi) = ?$
- $v_B = ?$
- $T = ?$
- $x = ?$

$$E_{KM} - E_{PA} = A_{AM} + A_{AC} + A_{AM}$$

$(v_A = 0)$

в точке C
орбиты нуле
геодезической

$$\frac{m \cdot v_M^2}{2} = -m \cdot g \left(\frac{l}{3} + \frac{l}{3} + l \sin \varphi \right) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left(\frac{l^2}{9} - l_0^2 \right)$$

$$\frac{m v_M^2}{2} = -mgl \left(\frac{2}{3} + \sin \varphi \right) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot \frac{l^2}{9}$$

$$v_M = \sqrt{\frac{2}{m} \left[-mgl \left(\frac{2}{3} + \sin \varphi \right) + \frac{cl^2}{18} \right]}$$

$$v_M = \sqrt{\frac{2}{0,5} \left[-\frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,6 - 0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,6 \sin \varphi + \frac{400 \cdot 0,6^2}{18} \right]}$$

$$v_M = \sqrt{1/4 (1,962 - 2,943 \sin \varphi + 3)} = \sqrt{24,15 - 11,77 \sin \varphi}$$

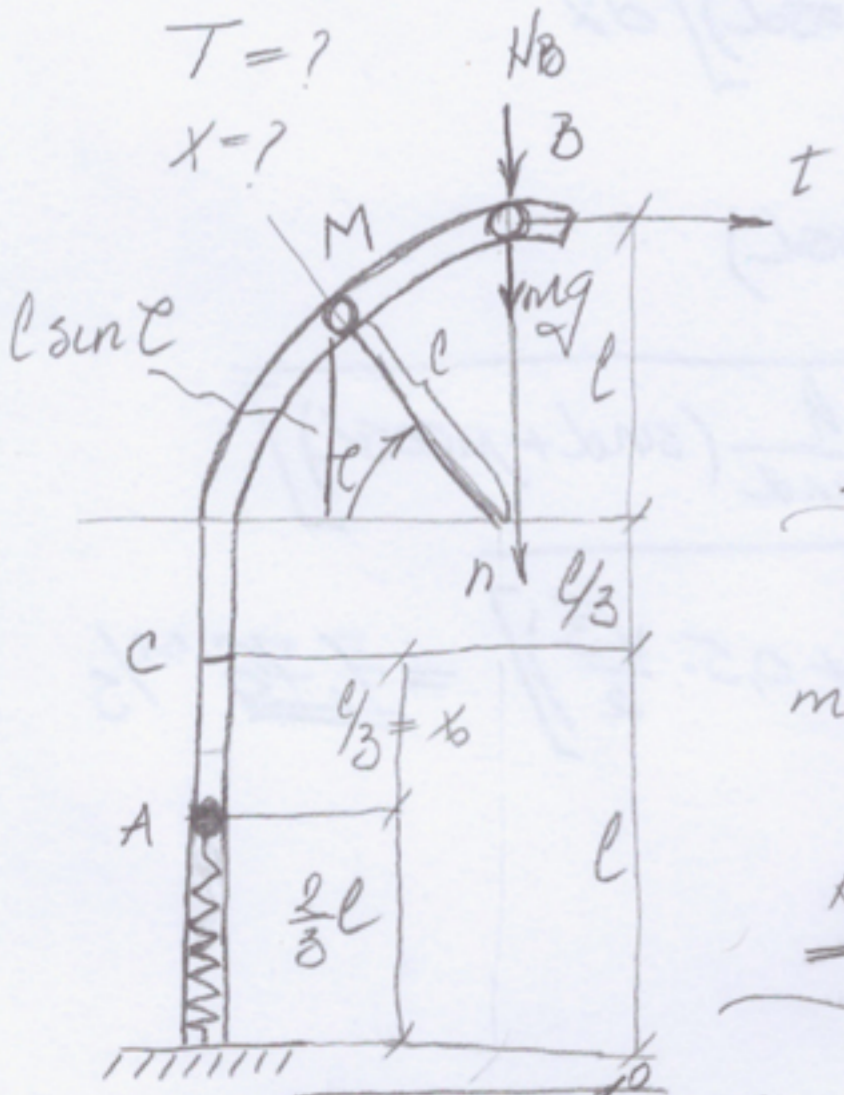
$$v_B = \sqrt{24,15 - 11,77 \cdot \sin 90^\circ} = 3,52 \text{ m/s}$$

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F} + \vec{D} \Rightarrow \begin{cases} t: m \cdot a_t = 0 \\ n: m \cdot a_n = N_B + mg \Rightarrow N_B = m(a_{nB} - g) \end{cases}$$

$$N_B = m \left(\frac{v_B^2}{l} - g \right) = 0,5 \left(\frac{3,52^2}{0,6} - 9,81 \right) = 5,41 \text{ N}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{800} = 28,285 \text{ s}^{-1} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,22 \text{ s}$$

$$\sin \alpha = \frac{x_0}{A} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = A \sin(\omega t + \alpha) = 0,25 \sin(28t + \frac{\pi}{2})$$



$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{l_0}{3}\right)^2} = \frac{l}{3}$$