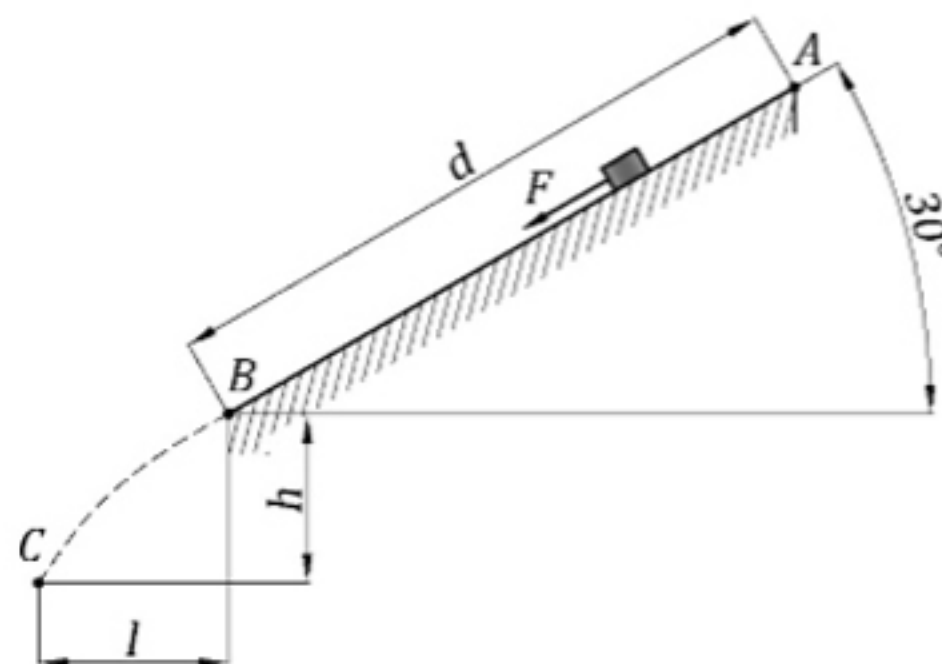


ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ДИНАМИКЕ

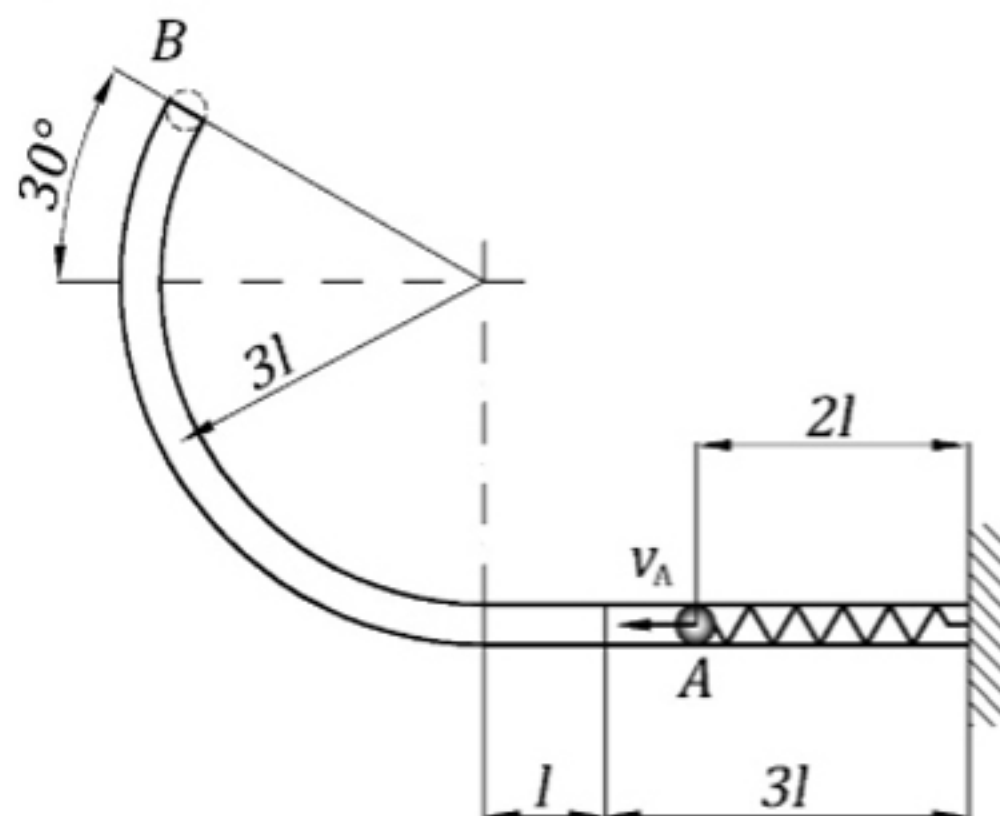
1. Пакет масе $m = 2 \text{ kg}$ започиње кретање низ стрму равну из положаја А почетном брзином $v_0 = 4 \text{ m/s}$. Све вријеме током кретања на пакет дјелује сила константног интензитета $F = 10 \text{ N}$ у правцу стрме равни. Коэффициент динамичког трења између пакета и подлоге је 0,4. Користећи се основном једначином динамике, одредити:



- убрзање и брзину пакета у положају В који се у односу на положај А налази на растојању $d = 20 \text{ m}$,
- положај пакета у тачки С, ако се зна да пакет из тачке В у тачку С путује 4 s (отпор ваздуха сматрати занемарљивим).

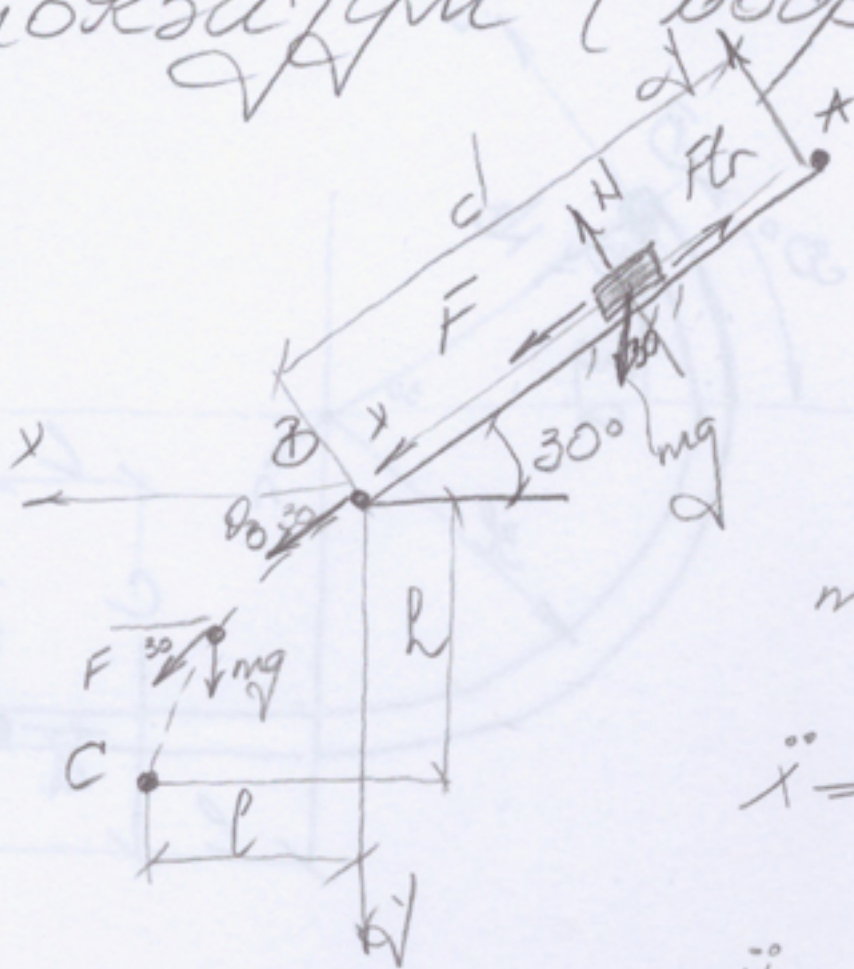
2. Куглица масе $0,5 \text{ kg}$ започиње кретање у унутрашњости глатке цијеви, у вертикалној равни, брзином v_A из положаја приказаног на слици. Крутост опруге је $c = 400 \text{ N/m}$, а ненапрегнута дужина $3l = 300 \text{ mm}$.

- Одредити брзину куглице у положају В ако се зна да је у том положају нормална реакција цијеви једнака нули.
- При ком интензитету брзине v_A ће нормална реакција цијеви у положају В бити једнака нули?
- Уколико би куглица била везана за опругу, одредити потребну вриједност брзине v_A да би амплитуда слободних осцилација куглице износила l . Потом одредити период осциловања куглице око равнотежног положаја.



I карокбузум (вопросам)

- ① $m = 2 \text{ kg}$
- $v_0 = 4 \text{ m/s}$
- $F = 10 \text{ N}$
- $\mu = 0,4$
- $a_B, v_B = ?$
- $d = 20 \text{ m}$
- $x_{ec}, y_{ec} = ?$
- $t_{ec} = 4 \text{ s}$



A-B

$$m\ddot{x} = F + mg \sin 30^\circ - F_{tr}$$

$$m \cdot 0 = \mu \cdot N = \mu mg \cos 30^\circ$$

$$F_{tr} = \mu \cdot N = \mu mg \cos 30^\circ$$

$$m\ddot{x} = F + mg(\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ)$$

$$\ddot{x} = \frac{F + mg(\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ)}{m} = \text{const}$$

$$\ddot{x} = \frac{10 + 2 \cdot 9,81(0,5 - 0,4 \cdot 0,866)}{2} = 6,51$$

1. Hazut

$$a = 6,51 = \text{const}$$

$$v = v_0 + at = v_A + at = 4 + 6,51 \cdot t$$

$$x = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 4t + 3,25t^2$$

\checkmark B je $x_B = d = 20 \text{ m}$

$$x_B = 4t_B + 3,25t_B^2$$

$$3,25t_B^2 + 4t_B - 20 = 0$$

$$t_{B/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{3,25^2 + 4 \cdot 3,25 \cdot 20}}{2 \cdot 3,25} = \left. \begin{matrix} -3,15 \\ \textcircled{1,92} \end{matrix} \right\} \checkmark$$

$$v_B = 4 + 6,51t_B = 4 + 6,51 \cdot 1,92 = 16,6 \text{ m/s}$$

2. Hazut

$$a = 6,51$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt} = 6,51$$

$$\int_{v_A}^v v dv = 6,51 \int_{x_A}^x dx$$

$$\frac{v^2}{2} \Big|_{v_A}^v = 6,51 x \Big|_{x_A}^x$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{v_A^2}{2} + 6,51x \rightarrow v = \sqrt{v_A^2 + 13,02x}$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 13,02 \cdot d} = \sqrt{16 + 13,02 \cdot 20} = 16,6 \text{ m/s}$$

$$a = 6,51 = \text{const} \rightarrow a_B = 6,51 \text{ m/s}^2$$

B-C

$$m\ddot{x} = F \cos 30^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{F \cos 30^\circ}{m} = \frac{10 \cdot 0,866}{2} = 4,33 \\ \ddot{y} = \frac{mg + F \sin 30^\circ}{m} = \frac{2 \cdot 9,81 + 10 \cdot 0,5}{2} = 12,31 \end{array} \right.$$

$$\int_{v_B \cos 30}^{\dot{x}} dx = \int_0^t 4,33 dt \rightarrow \dot{x} = v_B \cos 30^\circ + 4,33t$$

$$\int_{v_B \sin 30}^{\dot{y}} dy = \int_0^t 12,31 dt \rightarrow \dot{y} = v_B \sin 30^\circ + 12,31t$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = 8,3 + 4,33t \\ \dot{y} = 8,3 + 12,31t \end{array} \right\} \Rightarrow$$

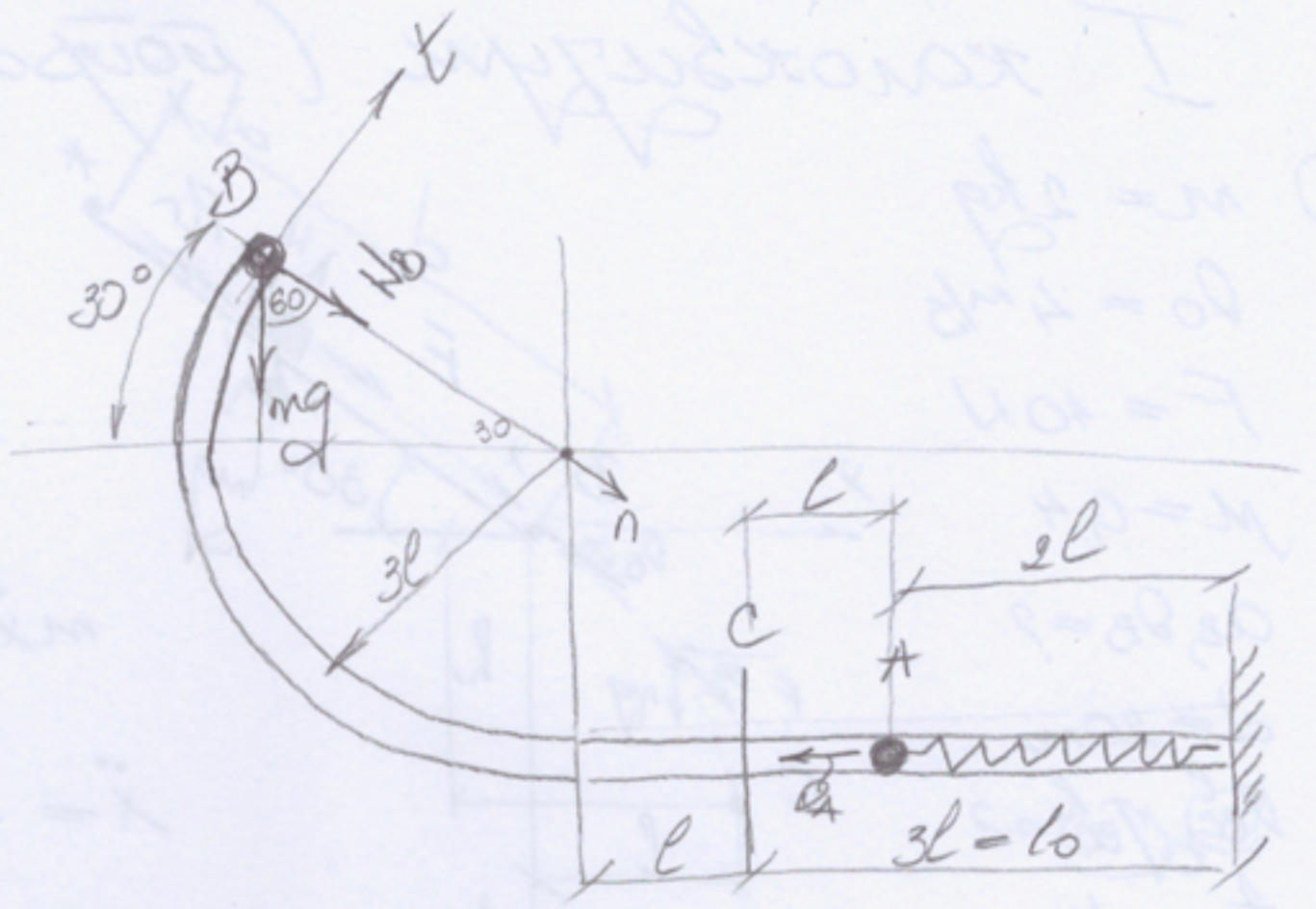
$$\int_0^x dx = \int_0^t (8,3 + 4,33t) dt \rightarrow x = 8,3t + 2,165t^2$$

$$\int_0^y dy = \int_0^t (8,3 + 12,31t) dt \rightarrow y = 8,3t + 6,155t^2$$

$$x_{ec} = l = 8,3 \cdot 4 + 2,165 \cdot \frac{16}{2} = 92,16 \text{ m}$$

$$y_{ec} = h = 8,3 \cdot 4 + 6,155 \cdot \frac{16}{2} = 131,68 \text{ m}$$

② $m = 0,5 \text{ kg}$
 $c = 400 \text{ N/m}$
 $l_0 = 3l = 300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m}$
 $l = 0,1 \text{ m}$
 $v_B = ?$
 $\kappa_B = 0$
 $v_A = ? (\kappa_B = 0)$
 $v_A = ? (A = l)$
 $T = ?$



$$m \cdot a_{\tau} = -mg \sin 60^\circ$$

$$m \cdot a_n = \frac{v_B^2}{3l} + mg \cos 60^\circ \Rightarrow a_n = g \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{v_B^2}{3l} = \frac{g}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{3}{2} g l}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 9,81 \cdot 0,1} = \underline{\underline{1,21 \text{ m/s}}}$$

$$E_{KB} - E_{KA} = A_{AB}^{mg} + A_{AC}^{\vec{F}_e}$$

$$\frac{m v_B^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2} = -mg(3l + 3l \sin 30^\circ) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot (\Delta A^2 - \Delta c^2)$$

$$\frac{m v_A^2}{2} = \frac{m v_B^2}{2} + mgl(3 + \frac{3}{2}) - \frac{1}{2} c l^2$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{m v_B^2}{2} + \frac{9}{2} mgl - \frac{1}{2} c l^2 \right)} = \sqrt{\frac{2}{0,5} \left(\frac{0,5 \cdot 1,21^2}{2} + \frac{9 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,1}{2} - \frac{400 \cdot 0,1^2}{2} \right)}$$

$$v_A = \underline{\underline{1,51 \text{ m/s}}}$$

$$A = \sqrt{\Delta A^2 + \left(\frac{\Delta A}{\omega} \right)^2} \Rightarrow \frac{\Delta A^2}{\omega^2} = A^2 - \Delta A^2$$

$$\Delta A = \omega \sqrt{A^2 - \Delta A^2}$$

$$-28,28 \sqrt{l^2 - l^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{400}{0,5}} = 28,28 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,22 \text{ s}$$