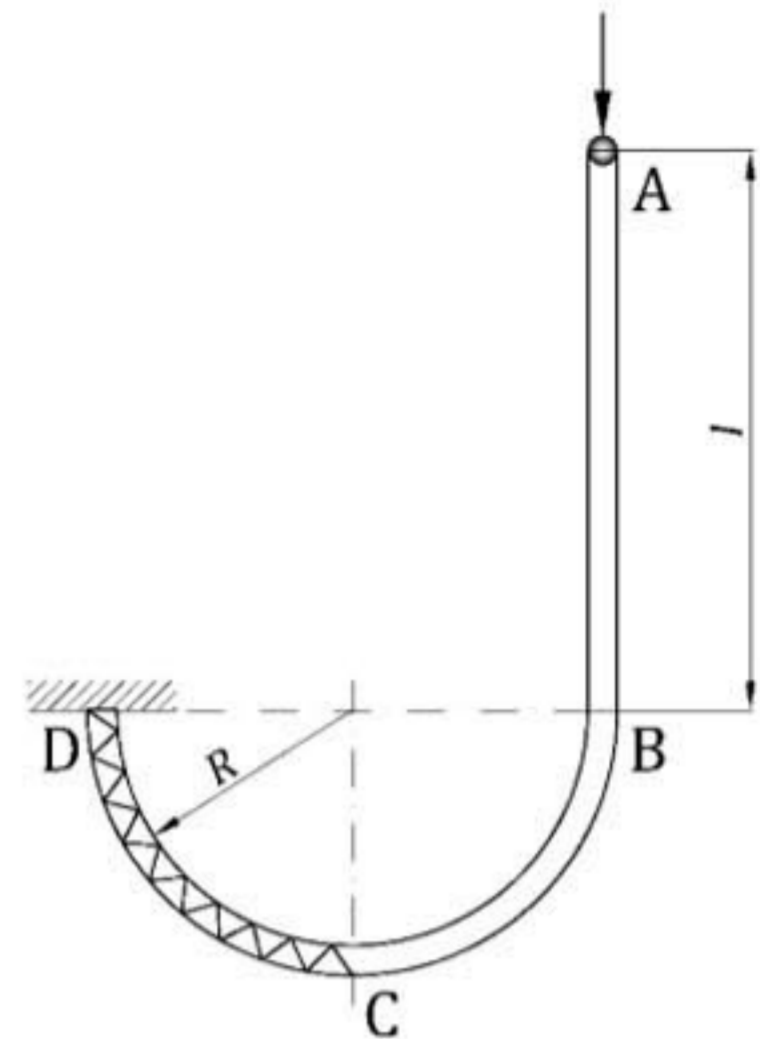


### ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ ДИНАМИКЕ

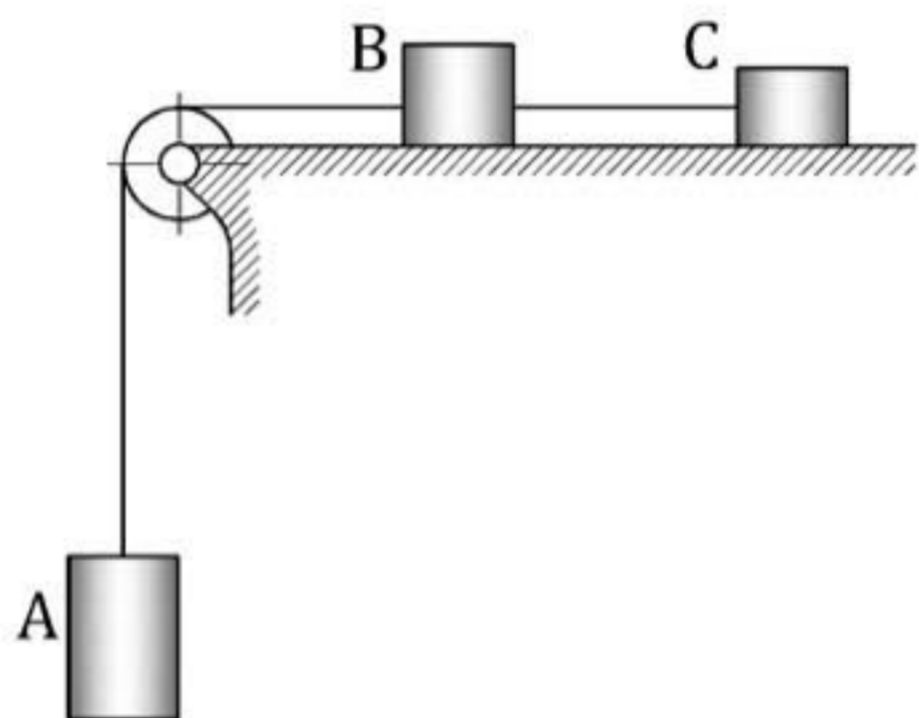
1. Куглица масе 1 kg убацује се у глатку цијев, приказану на слици, унутар које се налази опруга крутости  $c = 100 \text{ N/m}$  која је недеформисана у положају В. Дато је  $R = 0,5 \text{ m}$ .

- Са које висине у односу на положај В без почетне брзине треба пуштити куглицу да би се зауставила у положају С?
- Одредити нормалну реакцију цијеву у положају С.
- Одредити интензитет укупног убрзања у том положају.
- Ако би куглица у положају В имала брзину од  $7 \text{ m/s}$  и ако у цијеву не би било опруге, одредити максималну висину на коју ће се попети куглица након напуштања цијеву из положаја D.



2. У механичком систему приказаном на слици масе појединачних тијела су  $m_A = 4m$ ,  $m_B = 2m$  и  $m_C = m = 2 \text{ kg}$ . Маса ужади и котурова су занемарљиве, силе трења су занемарљиве, а ужад неистегљива. Почетна брзина тијела А је  $2 \text{ m/s}$ .

- Наћи убрзање тијела А и силу у ужету које повезује тијело В и С.
- Наћи кинетичку енергију система у функцији брзине тијела А.
- Примјеном закона о промјени кинетичке енергије одредити пут који пређе тијело А док се његова брзина не удвостручи.
- Ако би статички коефицијент трења између тијела С и подлоге био  $0,5$ , при којој вриједности силе у ужету између тијела В и С ће тијело С започети кретање?



- П1. Написати диференцијалне једначине кретања тачке по непокретној кривој.
- П2. Како гласи закон о промјени момента количине кретања материјалног система за непокретну тачку и непокретну осу?

# Аннотация - задачи и решения (21.09)

(1)

$m = 1 \text{ kg}$   $F_r = 0$

$c = 100 \text{ H/m}$

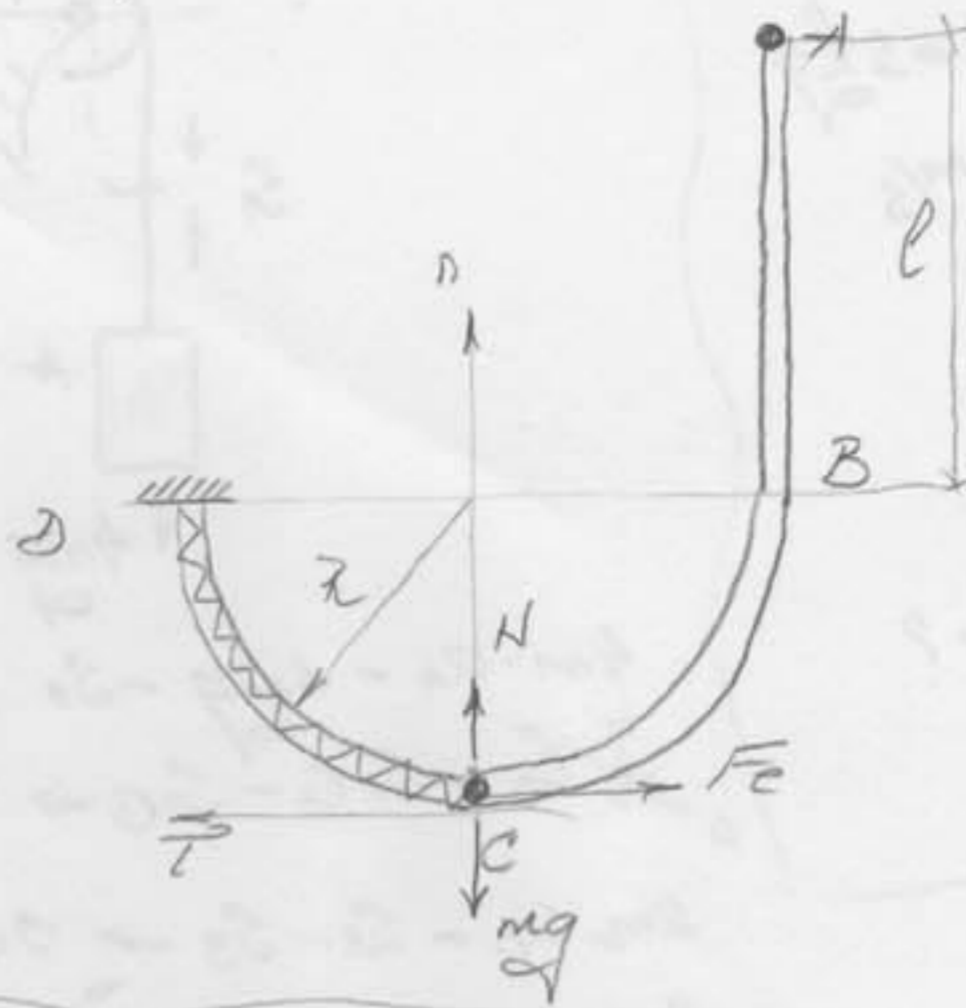
$R = 0,5 \text{ m}$

$l = ?$   $v_c = 0$   $v_A = 0$

$k_c = ?$

$a_c = ?$

$v_0 = 7 \text{ m/s}$   $h_E = ?$   $v_E = 0$



$$\vec{E}_{Kc} - \vec{E}_{KA} = A_{AC}^{mg} + A_{AC}^{N \rightarrow 0} + A_{B-C}^{Fe} \Rightarrow 0 = +mg(l+R) + \frac{1}{2}c(\Delta l^2 - \Delta l_0^2)$$

$$mg(l+R) = \frac{1}{2}c \left( \frac{v_0 R}{4.2} \right)^2 \Rightarrow l+R = \frac{\frac{c}{2} \frac{v_0^2 R^2}{4}}{mg} \Rightarrow l = \frac{c R^2 v_0^2}{8mg} - R$$

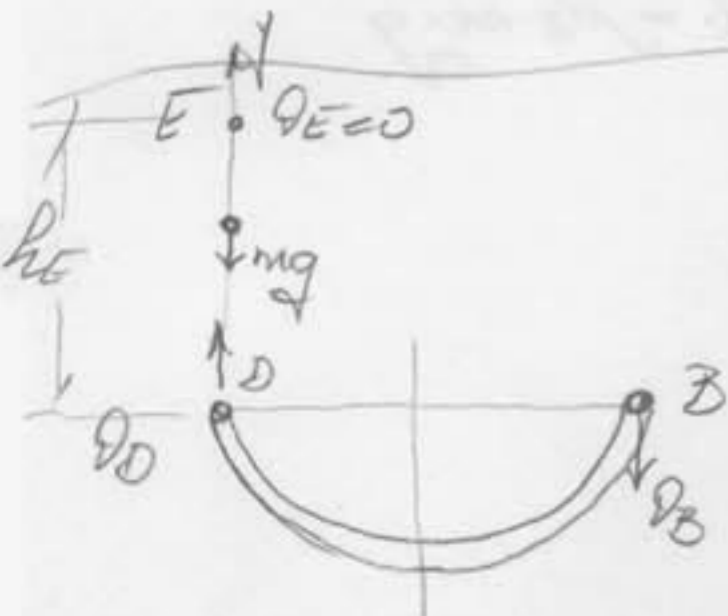
$$l = \frac{100 \cdot 0,5^2 \cdot 3,14^2}{8 \cdot 1 \cdot 9,81} - 0,5 = \underline{\underline{2,64 \text{ m}}}$$

(C)

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} m \cdot a_t = -F_e \\ m \cdot a_n = kl - mg \rightarrow m \cdot \frac{v_c^2}{R} = kl - mg \rightarrow N = mg = \underline{\underline{9,81 \text{ N}}} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} a_{nc} = 0 \\ a_{tc} = -\frac{F_e}{m} \end{matrix} \right\} \underline{\underline{a_c}} = \sqrt{a_{nc}^2 + a_{tc}^2} = a_{tc} = \frac{c \cdot \Delta c}{m} = \frac{c \cdot \frac{R \vec{v}}{2}}{m} = \frac{c R \vec{v}}{2m}$$

$$= \frac{100 \cdot 0,5 \cdot 3,14}{2 \cdot 1} = \underline{\underline{78,54 \text{ m/s}^2}}$$



$$\vec{E}_{KD} - \vec{E}_{KB} = A_{B \rightarrow 0}^{mg} + A_{A \rightarrow 0}^{H} = 0 \Rightarrow \vec{E}_{KB} = \vec{E}_{KB} \Rightarrow \underline{\underline{v_0 = v_B = 7}}$$

[D-E]

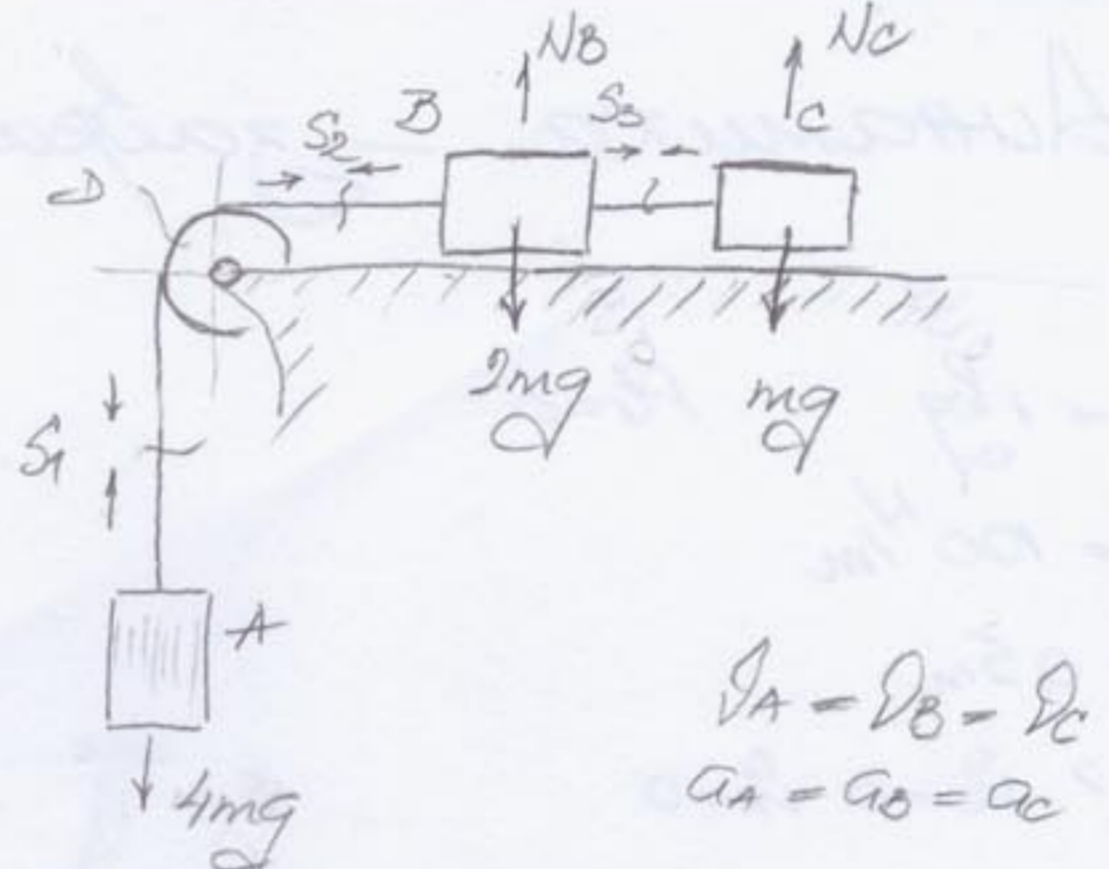
$$m \cdot a = -mg \Rightarrow a = -g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -g$$

$$v dv = -g ds \Rightarrow \frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^0 = -g \cdot s \Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = -g \cdot s$$

$$E: \frac{v_0^2}{2} = g \cdot h_E \Rightarrow \underline{\underline{h_E}} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{7^2}{2 \cdot 9,81} = \underline{\underline{2,5 \text{ m}}}$$

- 2)  $m_A = 4m$   
 $m_B = 2m$   
 $m_C = m = 2 \text{ kg}$   
 $v_{A0} = 2 \text{ m/s}$

- $a_A = ?$   
 $S_3 = ?$   
 $E_K(v_A) = ?$   
 $S_{A2} = ?$



$$4m \cdot a_A = 4mg - S_1$$

$$\sum \vec{L}_O = S_1 r_1 - S_2 r_2 \Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \underline{S_1 = 3m a_A}$$

$$2m a_B = S_2 - S_3 \Rightarrow 2m a_A = S_2 - m a_A \Rightarrow \underline{S_2 = 3m a_A}$$

$$2m \cdot 0 = N_B - 2mg \Rightarrow N_B = 2mg$$

$$m a_C = S_3 \Rightarrow \underline{S_3 = m a_A}$$

$$m \phi = N_C - mg$$

$$4m a_A = 4mg - 3m a_A \Rightarrow 7m a_A = 4mg \Rightarrow \underline{a_A = \frac{4}{7}g = 5,61 \text{ m/s}^2}$$

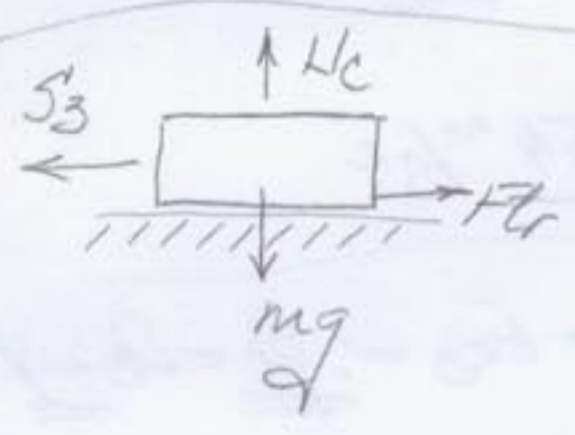
$$\underline{S_3 = m \cdot a_A = \frac{4}{7}mg = 11,21 \text{ N}}$$

$$\underline{E_K} = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2} + \frac{m_C v_C^2}{2} = \frac{4m v_A^2}{2} + \frac{2m v_A^2}{2} + \frac{m v_A^2}{2} = \frac{7m v_A^2}{2} = \underline{7 v_A^2}$$

$$v_{A0} = 2 \text{ m/s} \quad v_{A1} = 4 \text{ m/s}$$

$$E_{K1} - E_{K0} = + 4mg \cdot l_A \Rightarrow 7 v_{A1}^2 - 7 v_{A0}^2 = 4mg l_A \Rightarrow l_A = \frac{7(v_{A1}^2 - v_{A0}^2)}{4mg}$$

$$\underline{l_A = \frac{7 \cdot 16 - 4}{4 \cdot 2 \cdot 9,81} = 1,07 \text{ m}}$$



Условие кретава:  $S_3 \geq F_{\text{fr}} = \mu_s \cdot N_c = \mu_s \cdot m \cdot g$   
 $S_3 \geq 9,81 \text{ N}$