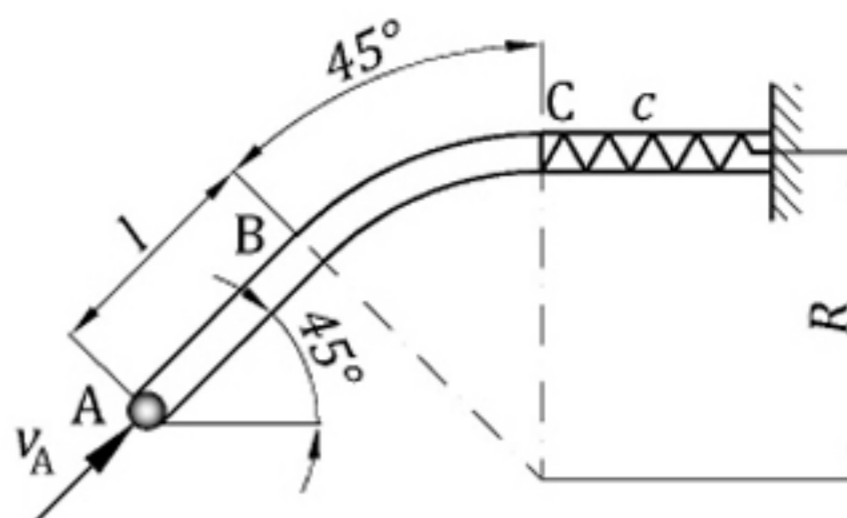


ПОПРАВНИ ЗАВРШНОГ ИСПИТА ИЗ ДИНАМИКЕ

1. Куглица масе $m = 1 \text{ kg}$ убацује се у глатку цијев, приказану на слици, почетном брзином $v_A = 5 \text{ m/s}$.

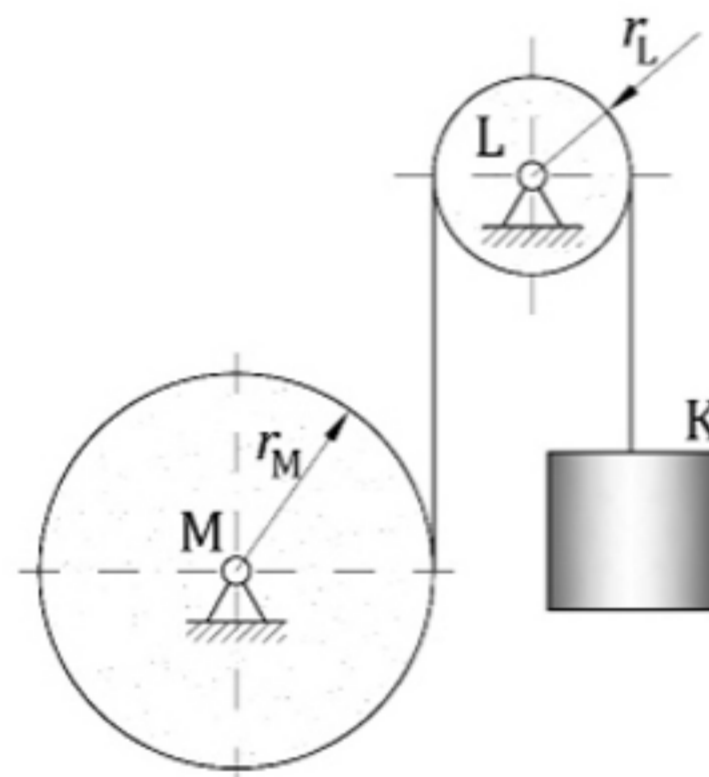
- Користећи се основном једначином динамике, одредити брзину куглице у положају В.
- Примјеном закона о промјени кинетичке енергије, одредити брзину куглице у тачки С.
- Одредити нормалну реакцију цијеву у тачки С.
- За коју ће се вриједност сабити опруга крутости $c = 100 \text{ N/m}$?



Дато је: $l = 0,649 \text{ m}$ и $R = 1,217 \text{ m}$.

2. Систем приказан на слици доводи се у кретање, из стања мировања, посредством сопствене тежине тијела К. Неистегљиви конач намотан је на добош М.

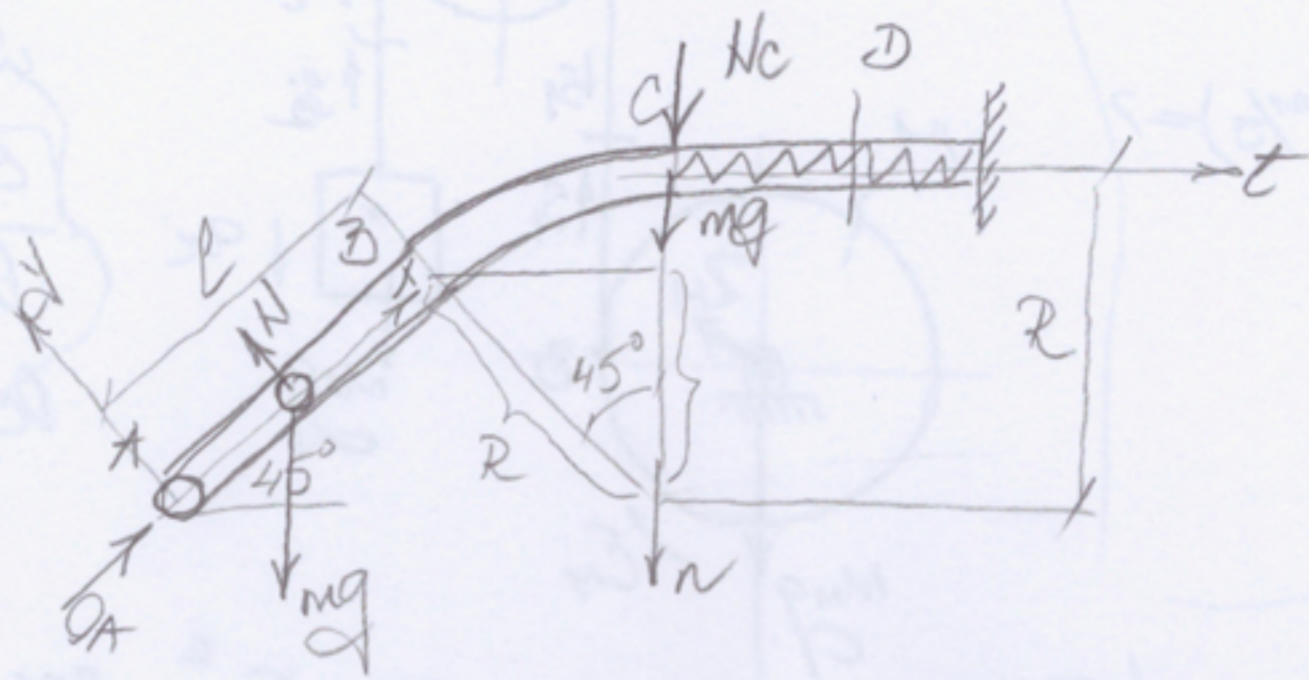
- Написати диференц. једначине кретања за свако појединачно тијело.
- Одредити угаоно убрзање тијела L.
- Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине центра инерције тијела К.
- Одредити пут који пређе тијело К док његова брзина не достигне вриједност $3,71 \text{ m/s}$.



Дато је: $m_K = 7m$, $m_L = 4m$, $m_M = 2m$ и $r_L = 0,343 \text{ m}$.

Задание (составить)

- ① $m = 1 \text{ kg}$
 $v_A = 5 \text{ m/s}$
 $v_B = ?$
 $v_C = ?$
 $N_C = ?$
 $\Delta_0 = ?$
 $c = 100 \text{ N/m}$
 $l = 0,649 \text{ m}$
 $R = 1,217 \text{ m}$



$$m \cdot \ddot{x} = -mg \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \ddot{x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}g \Rightarrow \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = -\frac{\sqrt{2}}{2}g$$

$$m \cdot 0 = 1 - mg \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\int_0^x \dot{x} dx = \int_0^x -\frac{\sqrt{2}}{2}g dx$$

$$\frac{\dot{x}^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}g x$$

$$\dot{x} = \sqrt{v_A^2 - \sqrt{2}g x}$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - \sqrt{2}g \cdot l}$$

$$v_B = \sqrt{25 - \sqrt{2} \cdot 9,81 \cdot 0,649}$$

$$\underline{v_B = 4 \text{ m/s}}$$

$$E_{Kc} - E_{Kb} = A_{BC}^{mg}$$

$$\frac{m \cdot v_C^2}{2} - \frac{m \cdot v_B^2}{2} = -m \cdot g \cdot (R - R \cdot \cos 45^\circ)$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gR(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})} = \sqrt{16 - 2 \cdot 9,81 \cdot 1,217(1 - 0,707)}$$

$$\underline{v_C = 3 \text{ m/s}}$$

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F} + \vec{R}$$

$$\int_t: m \cdot a_{tc} = 0$$

$$\int_n: m \cdot a_{nc} = N_C + mg \Rightarrow N_C = m \cdot a_{nc} - mg = m \cdot \frac{v_C^2}{R} - mg$$

$$\underline{N_C = 1 \cdot \frac{9}{1,217} - 1 \cdot 9,81 = -2,41 \text{ N}}$$

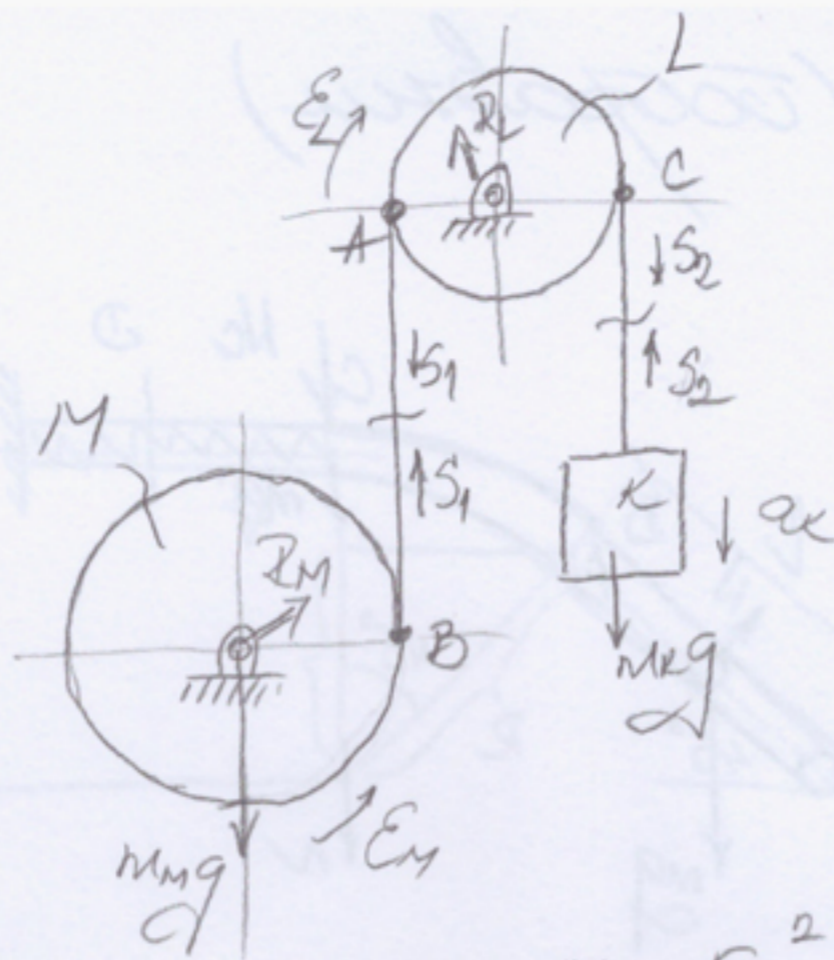
$$v_D = 0 \Rightarrow E_{Kd} = 0$$

$$E_{Kd} - E_{Kc} = A_{CD}^{mg} + A_{CD}^{N_C} + A_{CD}^{F_c}$$

$$-\frac{m \cdot v_C^2}{2} = \frac{1}{2} c \cdot (\Delta_c^2 - \Delta_0^2) \Rightarrow -m v_C^2 = -c \Delta_0^2 \Rightarrow \Delta_0 = v_C \sqrt{\frac{m}{c}}$$

$$\underline{\Delta_0 = 3 \sqrt{\frac{1}{100}} = 0,3 \text{ m}}$$

- ② $E_L = ?$
 $E_K(\theta_K) = ?$
 $S_K(\theta_K = 3.71 \text{ m/s}) = ?$
 $m_K = 7 \text{ m}$
 $m_L = 4 \text{ m}$
 $m_M = 2 \text{ m}$
 $r_L = 0.343 \text{ m}$



$\theta_A = \theta_B$
 $r_L \cdot \omega_L = r_M \cdot \omega_M$
 $\omega_M = \frac{r_L}{r_M} \cdot \omega_L \cdot \frac{d}{dt}$
 $E_M = \frac{r_L}{r_M} \cdot E_L$
 $\theta_C = \theta_K$
 $\theta_C = r_L \cdot \omega_L \cdot \frac{d}{dt}$
 $a_K = r_L \cdot E_L$

$J_M \cdot E_M - S_1 \cdot r_M$ ①
 $J_L \cdot E_L - S_2 \cdot r_L - S_1 \cdot r_L$ ②
 $m_K \cdot a_K = m_K g - S_2$ ③

$J_M = \frac{m_M \cdot r_M^2}{2} = \frac{2m r_M^2}{2}$
 $J_L = \frac{m_L \cdot r_L^2}{2} = \frac{4m r_L^2}{2}$

$\omega_L = \frac{\theta_K}{r_L}$
 $\omega_M = \frac{r_L}{r_M} \cdot \frac{\theta_K}{r_L}$
 $= \theta_K / r_M$

① $\Rightarrow S_1 = J_M \cdot E_M \cdot \frac{1}{r_M} = \frac{2m r_M^2}{2} \cdot \frac{r_L}{r_M} \cdot E_L \cdot \frac{1}{r_M} = m r_L E_L$

③ $\Rightarrow S_2 = 7m g - 7m \cdot r_L \cdot E_L$

② $\Rightarrow \frac{4m r_L}{2} \cdot E_L = 7m g r_L - 7m r_L^2 E_L - m r_L^2 E_L$

$m r_L^2 E_L (2 + 7 + 1) = 7m g r_L \Rightarrow r_L \cdot E_L \cdot 10 = 7g \Rightarrow E_L = \frac{7g}{10 r_L} = \frac{7 \cdot 9.81}{10 \cdot 0.343} = 20.5 \text{ e}$

$E_K = E_{Kx} + E_{Kl} + E_{Km} = \frac{m_K \theta_K^2}{2} + \frac{J_L \cdot \omega_L^2}{2} + \frac{J_M \cdot \omega_M^2}{2}$
 $= \frac{7m \cdot \theta_K^2}{2} + \frac{1.4m r_L^2}{2} \cdot \frac{\theta_K^2}{r_L^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2m r_M^2}{2} \cdot \frac{\theta_K^2}{r_M^2}$
 $= m \theta_K^2 \left(\frac{7}{2} + 1 + \frac{1}{2} \right) = 5 m \theta_K^2$

$E_{K1} - E_{K0} = \overset{m g}{\Delta W} \Rightarrow 5 m \theta_{K1}^2 = m g \cdot S_{K1} \Rightarrow 5 m \theta_{K1}^2 = 7m g \cdot S_{K1}$

$S_{K1} = \frac{5 m \theta_{K1}^2}{7m g} = \frac{5 \cdot 3.71^2}{7 \cdot 9.81} = 1 \text{ m}$