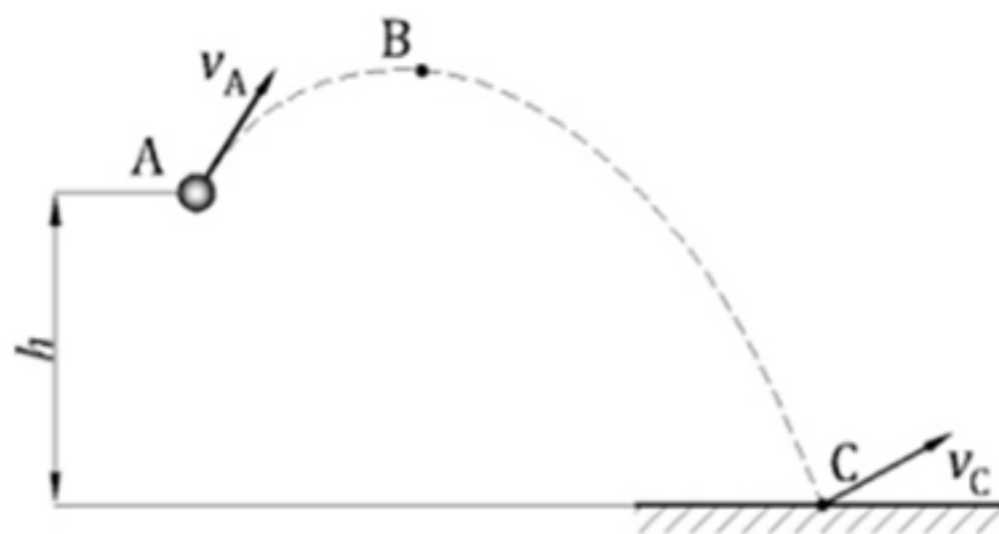


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ

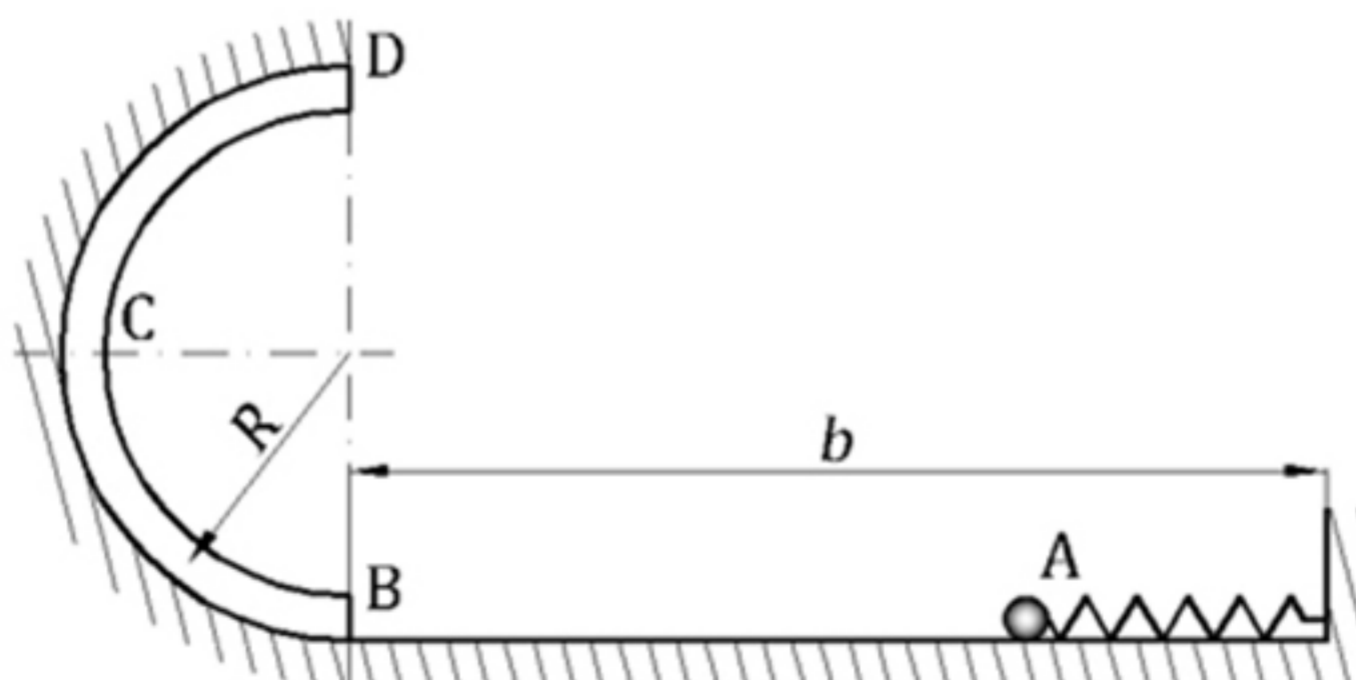
1. Куглица масе $m = 0,5 \text{ kg}$ почиње кретање у вертикалној равни из тачке А брзином од 6 m/s под углом од 30° у односу на вертикалу. Приликом удара о подлогу у тачки С, куглица се одбија брзином од 4 m/s под углом од 30° у односу на хоризонталу. Отпор ваздуха је занемарљив. Ако је $h = 2 \text{ m}$, одредити:

- максималну висину пењања куглице;
- импулс ударне силе у тачки С.



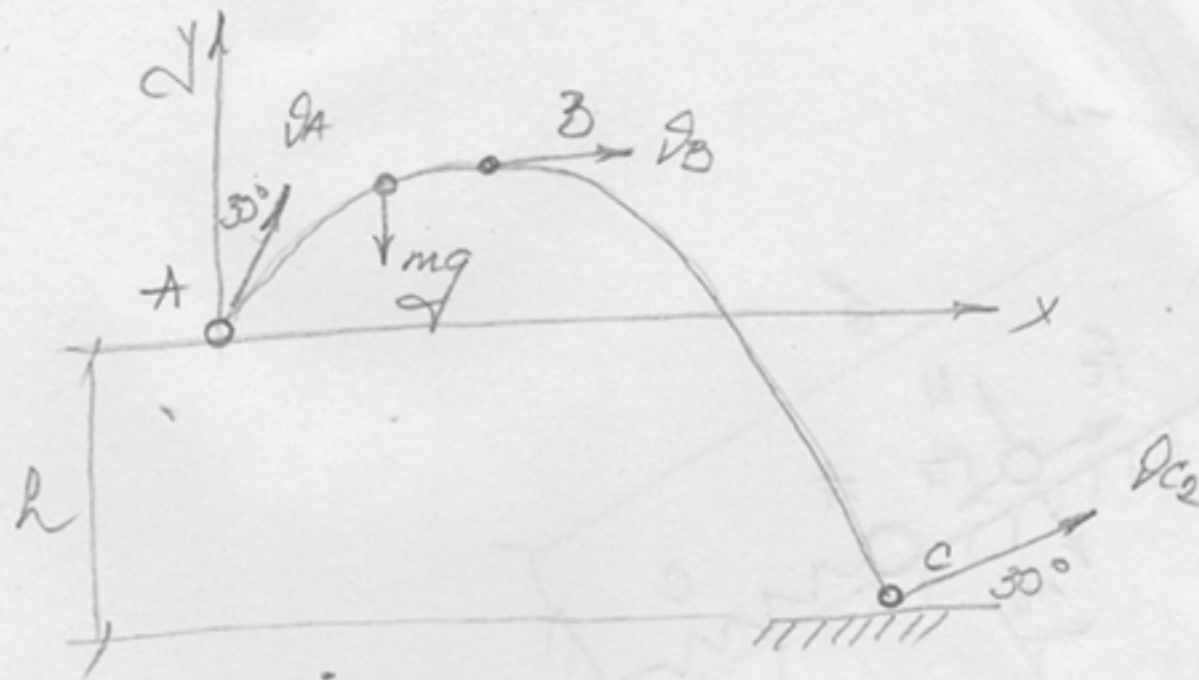
2. Куглици масе $0,5 \text{ kg}$ саопштава се кретање без почетне брзине из тачке А по хоризонталној подлози дужине $b = 2,15 \text{ m}$ дејством силе у опрузи. Коефицијент трења између тијела и подлоге је $\mu = 0,1$. Коефицијент крутости опруге је $c = 1 \text{ kN/m}$, њена дужина у положају А 15 cm , а њена ненапрегнута дужина 33 cm . Подлога у тачки В прелази у лучну глатку цијев полупречника $R = 1,5 \text{ m}$. Кретање је у вертикалној равни. Користећи се законом о промјени кинетичке енергије тачке, одредити:

- количину кретања куглице у положају С;
- положај куглице на лучном дијелу цијеве у коме ће нормална реакција подлоге бити једнака нули.



Динамика - I закон Ньютона

① $m = 0,5 \text{ kg}$
 $v_A = 6 \text{ m/s}$
 $v_{C2} = 4 \text{ m/s}$
 $h = 2 \text{ m}$



$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases} \begin{cases} \int dx = v_A \sin 30^\circ \int dt \\ \int dy = -g \int dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_A \sin 30^\circ \\ \dot{y} = v_A \cos 30^\circ - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = 3 \\ \dot{y} = 3\sqrt{3} - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int dx = 3 \int dt \\ \int dy = \int (3\sqrt{3} - gt) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 3\sqrt{3}t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$v_y = 0 \Rightarrow 0 = 3\sqrt{3} - gt_0 \Rightarrow t_0 = \frac{3\sqrt{3}}{g}$$

$$y_0 = 3\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{9 \cdot 3}{g^2} = \frac{27}{g} - \frac{27}{2g} = \frac{27}{2g} = \underline{\underline{1,34 \text{ m}}}$$

$$v_C = -h \Rightarrow +\frac{gt^2}{2} - 3\sqrt{3}tc - h = 0$$

$$t_{C2} = \frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{27 + 2gh}}{g} = \begin{cases} t_{C1} = 1,36 \text{ s} \\ t_{C2} = 9,3 \text{ s} \end{cases}$$

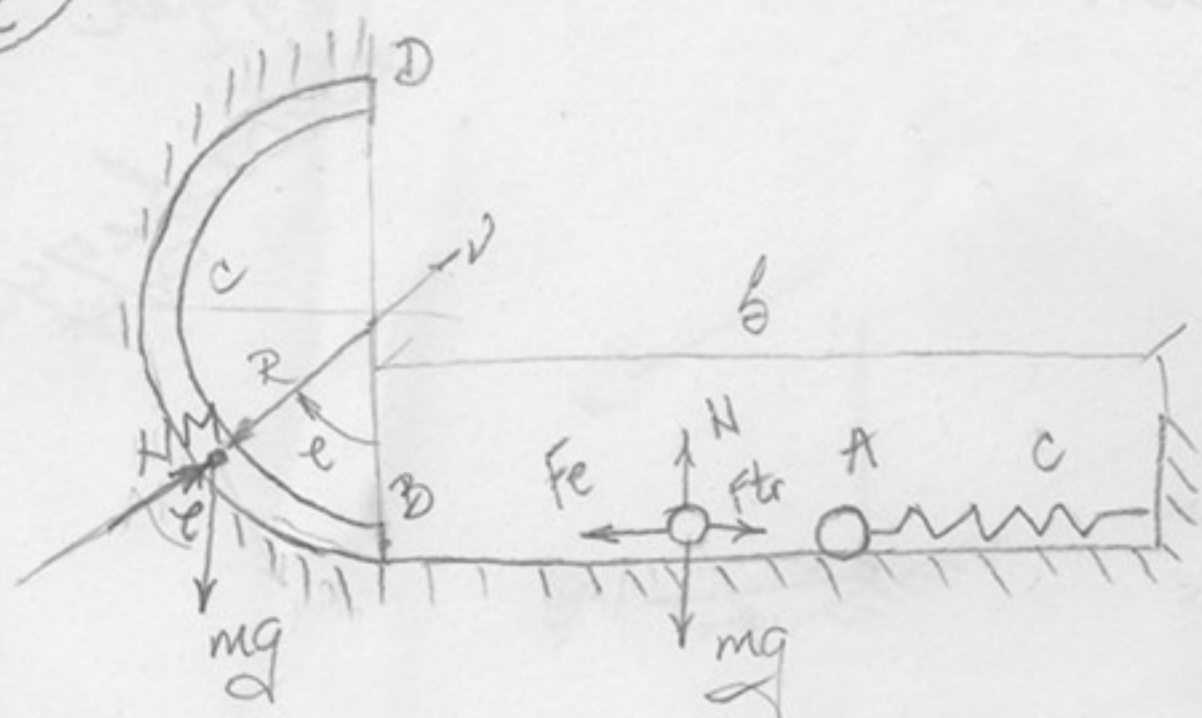
$$\begin{cases} \dot{x}_C = 3 \\ \dot{y}_C = 3\sqrt{3} - 9,81 \cdot 1,36 = -8,14 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \vec{K}_{C2} = 1,5\vec{i} - 4,07\vec{j}$$

$$\vec{K}_{C2} = m v_{C2} \cos 30^\circ \vec{i} + m v_{C2} \sin 30^\circ \vec{j} = 1,73\vec{i} + \vec{j}$$

$$\vec{I}_C = \vec{K}_{C2} - \vec{K}_{C1} = 0,23\vec{i} + 5,07\vec{j}$$

$$\underline{\underline{I_C = 5,08 \text{ Ns}}}$$

2



$$N = mg \Rightarrow F_{tr} = \mu mg$$

$$\Delta A = 33 \text{ cm} - 15 \text{ cm} = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$$

$$E_{KM} - E_{KA} = A_{AM}^{N \rightarrow 0} + A_{AM}^{mg} + A_{AM}^{Fe} + A_{AM}^{F_{tr}}$$

$$\frac{m v_M^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2} = -m \cdot g \cdot R(1 - \cos \varepsilon) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot (\Delta A^2 - \Delta A_0^2) - F_{tr} \cdot (b - 0,15)$$

$$v_M = \sqrt{\frac{2}{m} (mgR(\cos \varepsilon - 1) + \frac{1}{2} c \Delta A^2 - \mu mg(b - 0,15))}$$

$$m \cdot a_M = N - mg \cos \varepsilon$$

$$m \cdot \frac{v_M^2}{R} = N - mg \cos \varepsilon \Rightarrow \frac{m}{R} \cdot \frac{2}{m} \left[mgR(\cos \varepsilon - 1) + \frac{1}{2} c \Delta A^2 - \mu mg(b - 0,15) \right] = N - mg \cos \varepsilon$$

$$2mg \cos \varepsilon - 2mg + \frac{c \Delta A^2}{R} - \frac{2\mu mg(b - 0,15)}{R} = N - mg \cos \varepsilon$$

$$3mg \cos \varepsilon = N + 2mg - \frac{c \Delta A^2}{R} + \frac{2\mu mg(b - 0,15)}{R} \cos \varepsilon = \frac{N}{3mg} + \frac{2}{3} - \frac{c \Delta A^2}{3mgR} + \frac{2\mu(b - 0,15)}{3R}$$

za $N=0 \Rightarrow \cos \varepsilon^* = \frac{2}{3} - \frac{1000 \cdot 0,18^2}{3 \cdot 95 \cdot 9,81 \cdot 15} + \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 2}{3 \cdot 15} = -0,71 \Rightarrow \varepsilon^* = 135,43^\circ$

$$E_{KC} - E_{KA} = A_{AC}^{N \rightarrow 0} + A_{AC}^{mg} + A_{AC}^{Fe} + A_{AC}^{F_{tr}} \Rightarrow v_C = \dots$$

$$v_C = v_M(\varepsilon = \pi/2 \text{ rad}) = \sqrt{\frac{2}{m} (mgR \cdot (-1) + \frac{1}{2} c \Delta A^2 - \mu mg(b - 0,15))}$$

$$= \sqrt{-2gR + \frac{c \Delta A^2}{m} - 2\mu g(b - 0,15)} = \sqrt{-2 \cdot 9,81 \cdot 15 + \frac{1000 \cdot 0,18^2}{95} - 2 \cdot 0,1 \cdot 9,81 \cdot 2}$$

$$v_C = 5,61 \text{ m/s}$$

$$K_C = m v_C = 2,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$