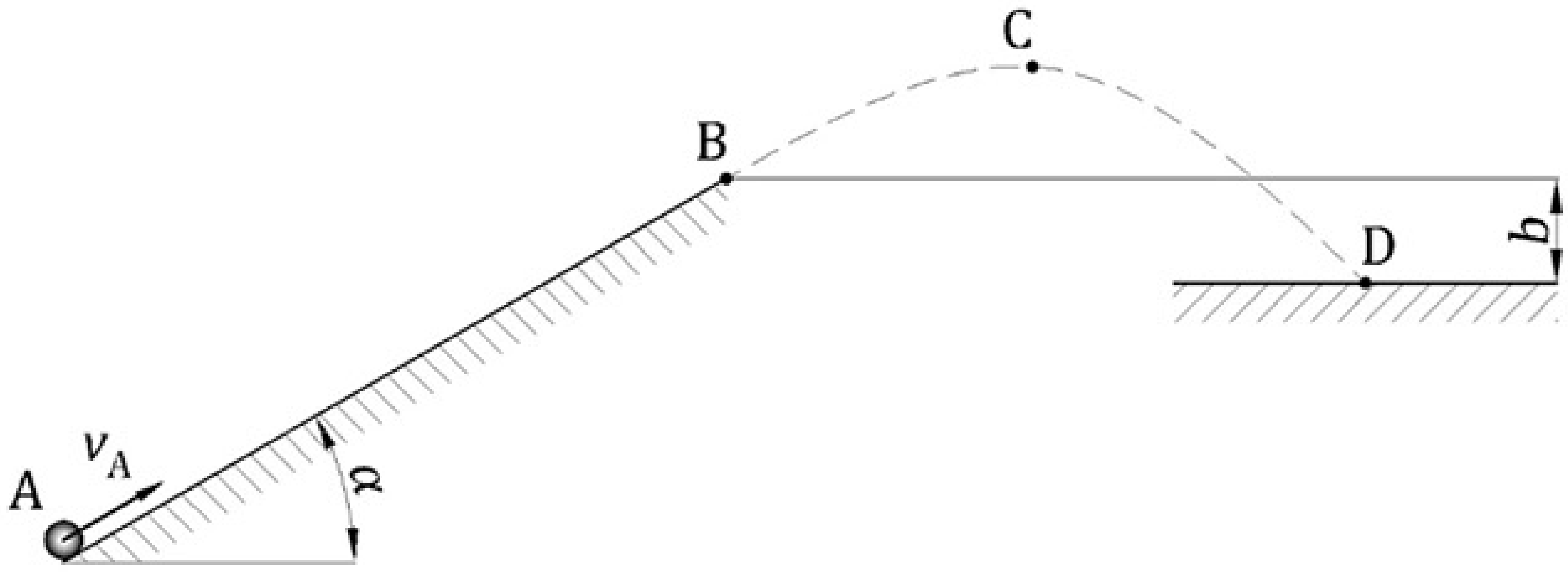
# ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ДИНАМИКЕ

**1.** Куглица масе $m$ започиње кретање у вертикалној равни уз глатку стрму раван нагиба $\alpha = 30°$ брзином од 6 $\mathrm{m/s}$. Након напуштања стрме равни куглица пада у тачку D. Дато је: $b = 1$ m.

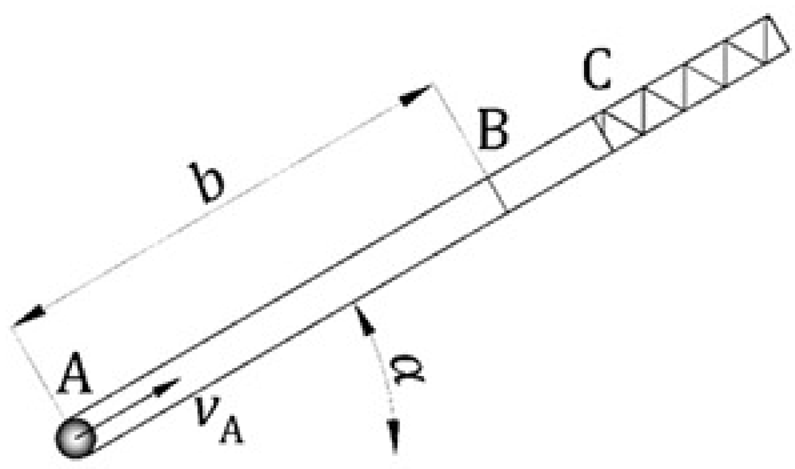
- Ако је брзина куглице у тачки B за 30% мања од почетне брзине, одредити вријеме које јој је потребно да дође у положај B.
- Израчунати угао под којим тачка пада у положај D.

Користити се основном једначином динамике.




**2.** Куглица масе 0,5 kg убацује се у храпаву цијев нагиба $\alpha = 30°$ брзином од 6 $\mathrm{m/s}$. Коефицијент трења између куглице и подлоге је 0,2. Куглица ће се зауставити у тачки C дејством силе у опрузи која је ненапрегнута у положају B и чија је крутост $c = 100$ $\mathrm{N/m}$. Растојање $\overline{\mathrm{AB}}$ износи $b = 2$ m. Кретање је у вертикалној равни. Користећи се законом о промјени кинетичке енергије тачке, одредити:

- максималну деформацију опруге;
- средњу вриједност сила које дјелују на куглицу између положаја A и C.



# Динамика - I колоквијум (поправни)

① $m$

$\alpha = 30^\circ$

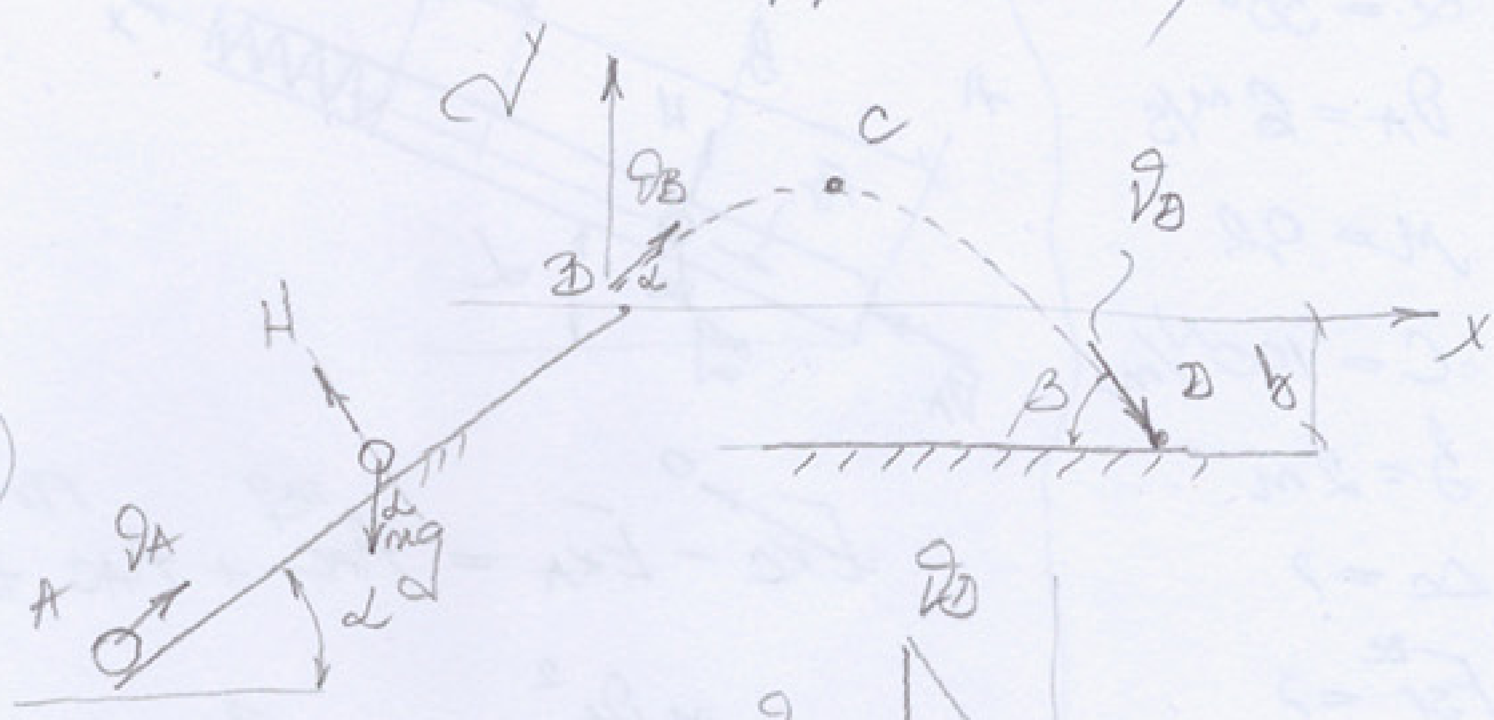
$\vartheta_A = 6\ m/s$

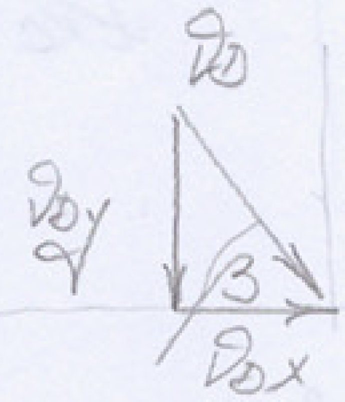
$b = 1m$

$\vartheta_B = 0,7\cdot\vartheta_A = 4,2\ m/s$

$t_{AB} = ?$

$\beta - ?$




**AB**

$$m\cdot a = -mg\sin\alpha \Rightarrow \int_{\vartheta_A}^{\vartheta} d\vartheta = -g\sin\alpha\int_0^t dt \Rightarrow \vartheta = \vartheta_A - g\sin\alpha\, t$$

$$B:\ \vartheta_B = \vartheta_A - g\sin\alpha\, t_B \Rightarrow \underline{\underline{t_{AB}}} = \frac{\vartheta_B - \vartheta_A}{-g\sin\alpha} = \frac{4,2-6}{-9,81\cdot 0,5} = \underline{\underline{0,37}}\ s$$

**BD**

$$m\ddot{x} = 0$$

$$m\ddot{y} = -mg \Rightarrow \int_{\vartheta_B\sin\alpha}^{\dot{y}} d\dot{y} = -g\int_0^t dt \Rightarrow \dot{y} = \vartheta_B\sin\alpha - gt$$

$$\int_0^y dy = \int_0^t(\vartheta_B\sin\alpha - gt)\,dt \Rightarrow y = \vartheta_B\sin\alpha\, t - g\frac{t^2}{2}$$

$$y_D = -b \Rightarrow -b = \vartheta_B\sin\alpha\, t_D - g\frac{t_D^2}{2} \Rightarrow g\frac{t_D^2}{2} - \vartheta_B\sin\alpha\, t_D - b = 0$$

$$4,9t_D^2 - 2,1t_D - 1 = 0 \Rightarrow t_{D_{1/2}} = \frac{2,1\pm\sqrt{2,1^2+4\cdot 4,9}}{2\cdot 4,9} = \begin{cases} 0,71 \\ \cancel{-0,29} \end{cases}$$

$$\ddot{x} = 0 \Rightarrow \int_{\vartheta_B\cos\alpha}^{\dot{x}} d\dot{x} = 0\int_0^t dt \Rightarrow \dot{x} = \vartheta_B\cos\alpha = const$$

$$\dot{x}_D = \vartheta_B\cos\alpha = 4,2\cdot\sqrt{3}/2 = 3,64\ m/s$$

$$\dot{y}_D = \vartheta_B\sin\alpha - gt_D = 4,2\cdot 1/2 - 9,81\cdot 0,71 = -4,9\ m/s$$

$$tg\beta = \frac{\vartheta_{Dy}}{\vartheta_{Dx}} = \frac{\dot{y}_D}{\dot{x}_D} = \frac{4,9}{3,64} = 1,35 \Rightarrow \beta = \underline{53},4^\circ$$

(2) $m = 0{,}5\,kg$

$\alpha = 30^\circ$

$v_A = 6\,m/s$

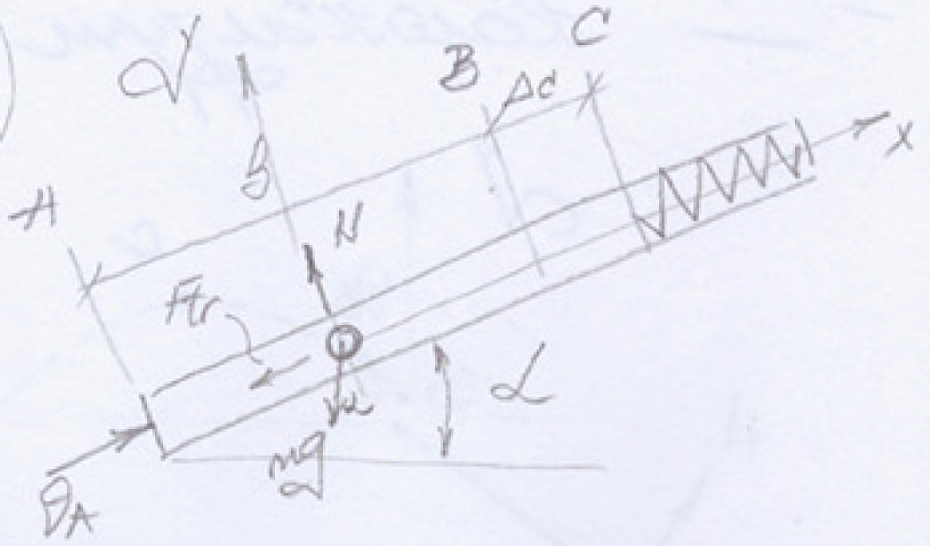
$\mu = 0{,}2$

$c = 100\,N/m$

$b = 2\,m$

$\Delta_c = ?$

$F_{sr}^{BC} = ?$




$m\ddot{y} = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

$F_{tr} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

$\Delta_A = 0$

$\Delta_c = ?$

$$\cancel{E_{KC}}^{0} - E_{KA} = A_{AC}^{mg} + A_{AC}^{Ftr} + \cancel{A_{AC}^{N}}^{0} + A_{AC}^{Fc}$$

$$-\frac{mv_A^2}{2} = -mg(b+\Delta_c)\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha\cdot(b+\Delta_c) + \frac{1}{2}c(\Delta_A^2 - \Delta_c^2)$$

$$-\frac{0{,}5\cdot 6^2}{2} = -0{,}5\cdot 9{,}81(2+\Delta_c)\frac{1}{2} - 0{,}2\cdot 0{,}5\cdot 9{,}81\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}(2+\Delta_c) - \frac{1}{2}\cdot 100\cdot\Delta_c^2$$

$$50\Delta_c^2 + 3{,}3\Delta_c - 2{,}4 = 0$$

$$\Delta_{c_{1/2}} = \frac{-3{,}3 \pm \sqrt{3{,}3^2 + 4\cdot 50\cdot 2{,}4}}{100} = \begin{cases} 0{,}188\,m \\ \cancel{-0{,}32\,m} \end{cases}$$

$\vec{K}_A = m\vec{v}_A = 3\vec{i}$

$\vec{K}_B = m\vec{v}_B$

$$E_{KB} - E_{KA} = A_{AB}^{mg} + A_{AB}^{Ftr} + \cancel{A_{AB}^{N}}^{0}$$

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = -mgb\sin\alpha - \mu mgb\cos\alpha$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gb\sin\alpha - 2\mu gb\cos\alpha}$$

$$= \sqrt{36 - 2\cdot 9{,}81\cdot 2\cdot\frac{1}{2} - 2\cdot 0{,}2\cdot 9{,}81\cdot 2\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3{,}1\,m/s$$

$\vec{K}_B = 1{,}55\vec{i}$

$$\vec{I}_{AB} = \vec{K}_B - \vec{K}_A = 1{,}55\vec{i} - 3\vec{i} = -1{,}45\vec{i} \Rightarrow I_{AB} = 1{,}45$$

$$\boxed{I_{AB} = F_{sr}^{AB}\cdot t_{AB}} \Rightarrow F_{sr}^{AB} = \frac{I_{AB}}{t_{AB}} = \frac{1{,}45}{0{,}44} = 3{,}3\,N$$

AB: $m\ddot{x} = -mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$

$$\int_6^{\dot{x}} d\dot{x} = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\int_0^t dt$$

$$\dot{x} - 6 = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)t$$

$$t_{AB} = \frac{\dot{x}_B - 6}{-g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{3{,}1 - 6}{-9{,}81\left(\frac{1}{2} + 0{,}2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 0{,}44\,s$$

силе у правцу кретања на дијелу од A до B су константне, па је много једноставније директно их сабрати:

$$F_{sr}^{AB} = mg\sin\alpha + F_{tr} = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = 0{,}5\cdot 9{,}81\left(\frac{1}{2} + 0{,}2\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3{,}3\,N$$