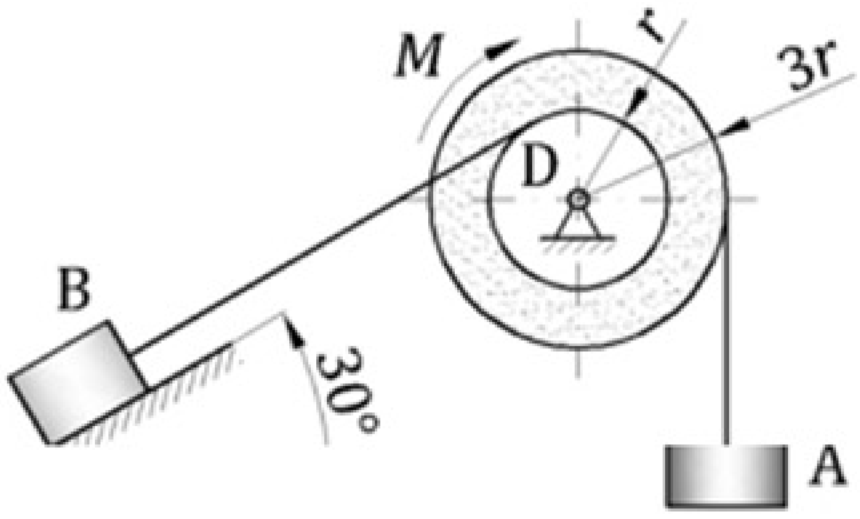
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ

1. Систем приказан на слици доводи се у кретање из стања мировања дејством константног момента M интензитета $2{,}5mgr$ [Nm]. Трење је занемарљиво.

- Ослободити се веза у систему и написати једначине кретања појединачних тијела.
- Ако убрзање тијела A износи $g/4$ [m/s^2], одредити полупречник инерције диска D за обртну осу.

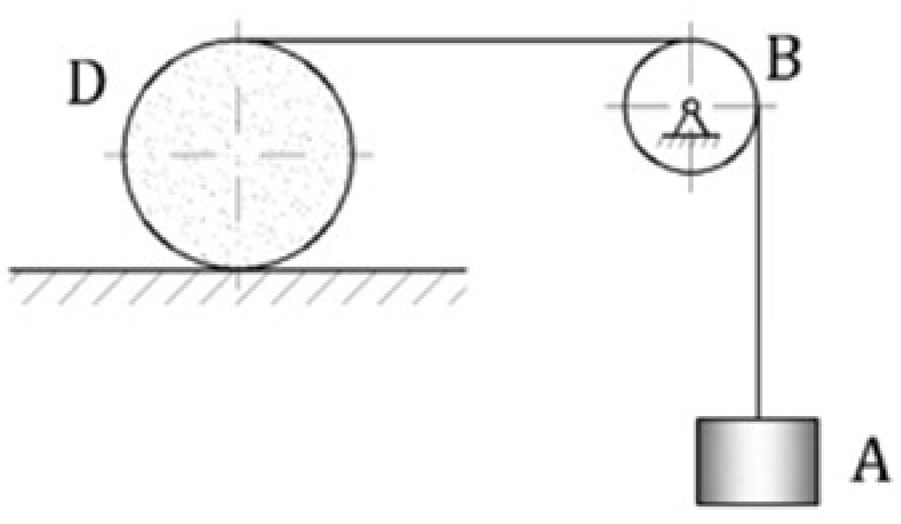
Дато је: $m_{\mathrm{B}} = 3m, m_{\mathrm{A}} = m, m_{\mathrm{D}} = 4m$ и $r = 10$ cm.



2. Систем приказан на слици креће се помоћу сопствене тежине терета A. Хомогени кружни диск D се по подлози котрља без клизања. Почетна брзина тијела A је 1,5 m/s.

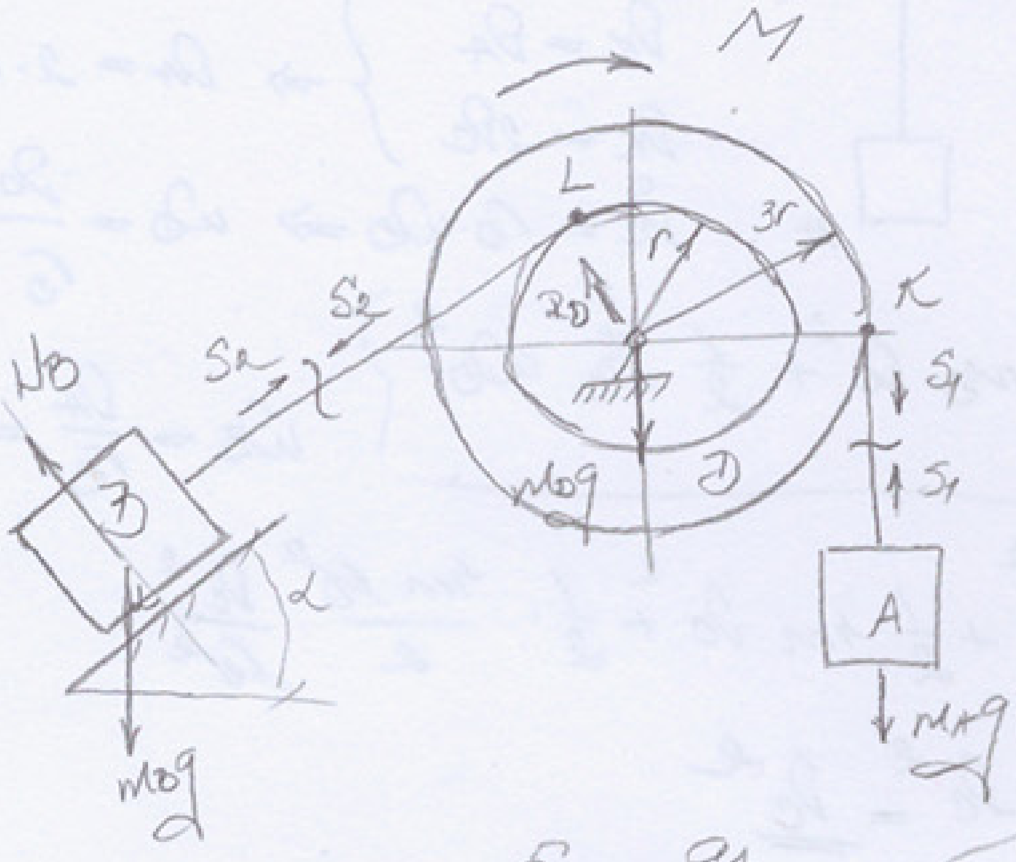
- Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине центра инерције диска D.
- Колико пута се повећа брзина тијела A након што тијело A пређе пут од 1,53 m? Користити се законом о промјени кинетичке енергије система.

Дато је: $m_{\mathrm{A}} = 3m, m_{\mathrm{B}} = m, m_{\mathrm{D}} = 4m$ и $m = 100$ g.



Динамика — II колоквиум

①



(1) $m_A \cdot a_A = m_A g - S_1$

(2) $m_D \cdot i_D^2 \cdot \varepsilon_D = M + S_1 \cdot 3r - S_2 \cdot r$

(3) $m_B \cdot a_B = S_2 - m_B g \sin\alpha$

$$\left.\begin{aligned} v_K &= v_A \\ v_K &= 3r\cdot\omega_D \end{aligned}\right\} \quad v_A = 3r\omega_D \,/\, \frac{d}{dt}$$

$$\underline{\underline{a_A = 3r\cdot\varepsilon_D}}$$

$$\varepsilon_D = \frac{a_A}{3r}$$

$$\left.\begin{aligned} v_L &= v_B \\ v_L &= r\,\omega_D \end{aligned}\right\} \quad v_B = r\omega_D \,/\, \frac{d}{dt}$$

$$\underline{\underline{a_B = r\cdot\varepsilon_D}}$$

$$a_B = r\frac{a_A}{3r} = a_A/3$$

(1) $\Rightarrow$ $S_1 = m_A g - m_A \cdot a_A$

(3) $\Rightarrow$ $S_2 = m_B \frac{a_A}{3} + m_B g \sin\alpha$

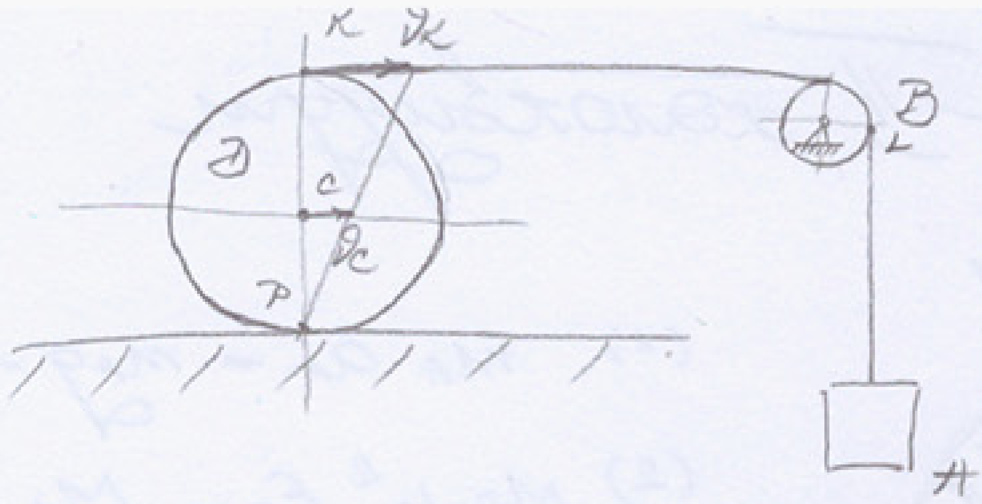
(2) $\Rightarrow$ $m_D i_D^2 \frac{a_A}{3r} = M + 3m_A g r - 3m_A \cdot a_A \cdot r - \frac{m_B a_A r}{3} - m_B g r \sin\alpha$

$$i_D^2 = \frac{3r\cdot 4}{4m\cdot g}\left(M + 3mgr - 3m\cdot\frac{g}{4}\cdot r - \frac{3m\cdot gr}{12} - 3mgr\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3r}{mg}\, mgr\left(2{,}5 + 3 - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right) = 9r^2$$

$$\underline{\underline{i_D}} = 3r = \underline{\underline{30\,cm}}$$

(2)



$$\left.\begin{aligned} v_A &= v_L \\ v_L &= r_B\cdot\omega_B \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_A = r_B\cdot\omega_B$$

$$\left.\begin{aligned} v_K &= v_A \\ v_K &= 2v_C \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_A = 2\cdot v_C$$

$$v_C = r_D\cdot\omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{v_C}{r_D}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_A\cdot v_A^2 + \frac{1}{2} J_B\cdot\omega_B^2 + \frac{1}{2} m_D\cdot v_C^2 + \frac{1}{2} J_{Dc}\,\omega_D^2$$

$$\omega_B = \frac{v_A}{r_B} = \frac{2v_C}{r_B}$$

$$E_K = \frac{1}{2}\cdot 3m\cdot 4v_C^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{m\cdot r_B^2}{2}\cdot\frac{4v_C^2}{r_B^2} + \frac{1}{2}\,4m\cdot v_C^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4m\cdot r_D^2}{2}\cdot\frac{v_C^2}{r_D^2}$$

$$= m v_C^2(6+1+2+1) = 10 m v_C^2 = \underline{\underline{v_C^2}}$$

$$E_K = v_C^2 = \frac{v_A^2}{4}$$

$$E_{K1} - E_{K0} = A_{0-1}^{nag} \Rightarrow \frac{v_{A1}^2}{4} - \frac{v_{A0}^2}{4} = 3mg\cdot s_{A1} \Rightarrow v_{A1}^2 = v_{A0}^2 + 12\,mg\,s_{A1}$$

$$v_{A1} = \sqrt{v_{A0}^2 + 12\,mg\,s_1}$$

$$\underline{\underline{\frac{v_{A1}}{v_{A0}}}} = \frac{\sqrt{v_{A0}^2 + 12\,mg\,s_1}}{\sqrt{v_{A0}^2}} = \sqrt{1 + \frac{12\,mg\,s_1}{v_{A0}^2}} = \sqrt{1 + \frac{12\cdot 0{,}1\cdot 9{,}81\cdot 1{,}53}{1{,}5^2}} = \underline{\underline{3}}$$