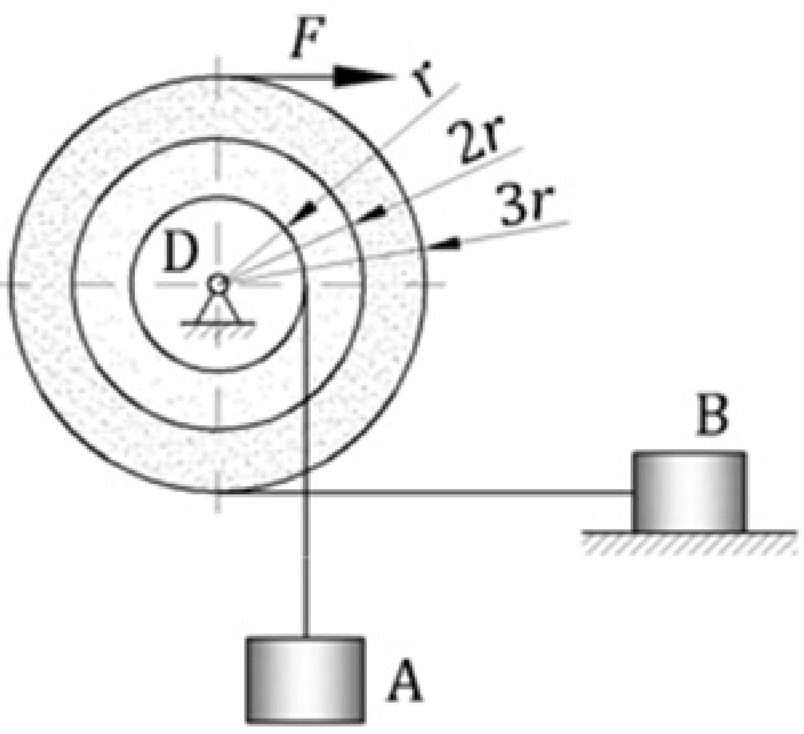
ПОПРАВНИ ДРУГОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ДИНАМИКЕ

1. Систем приказан на слици доводи се у кретање из стања мировања дејством константне силе F интензитета $5mg$ [N]. Трење је занемарљиво.

- Ослободити се веза у систему и написати једначине кретања појединачних тијела.
- Ако је полупречник инерције диска D $2r/3$ и угаоно убрзање диска D $9/8\,g$ $[\mathrm{m/s^2}]$, одредити полупречник r.

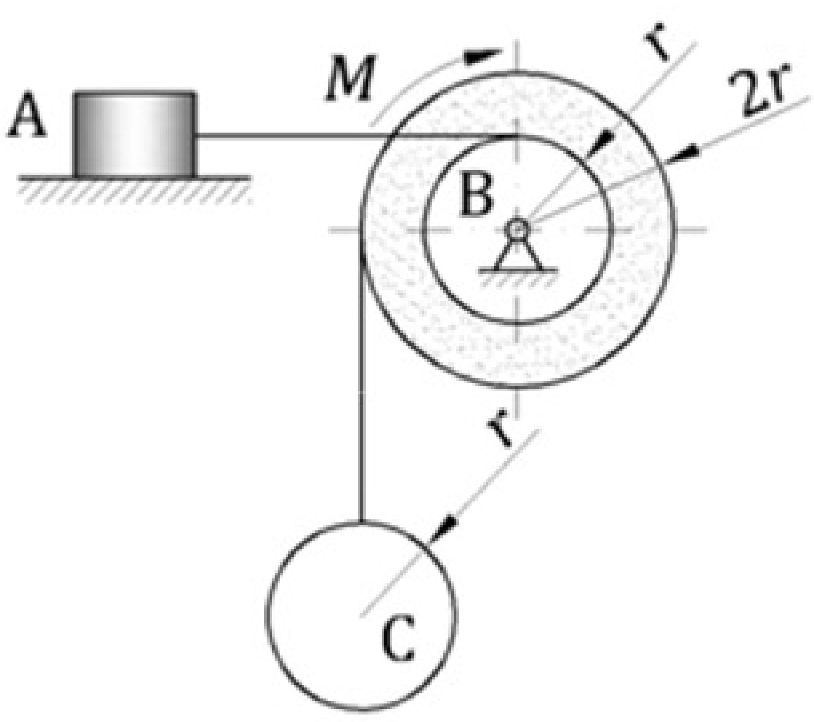
Дато је: $m_\mathrm{A} = 3m$, $m_\mathrm{B} = m$ и $m_\mathrm{D} = 9m$.



2. Систем приказан на слици креће се помоћу константног момента M интензитета $16mgr$ [Nm]. Коефицијент трења између тијела A и подлоге је $\mu = 0{,}25$.

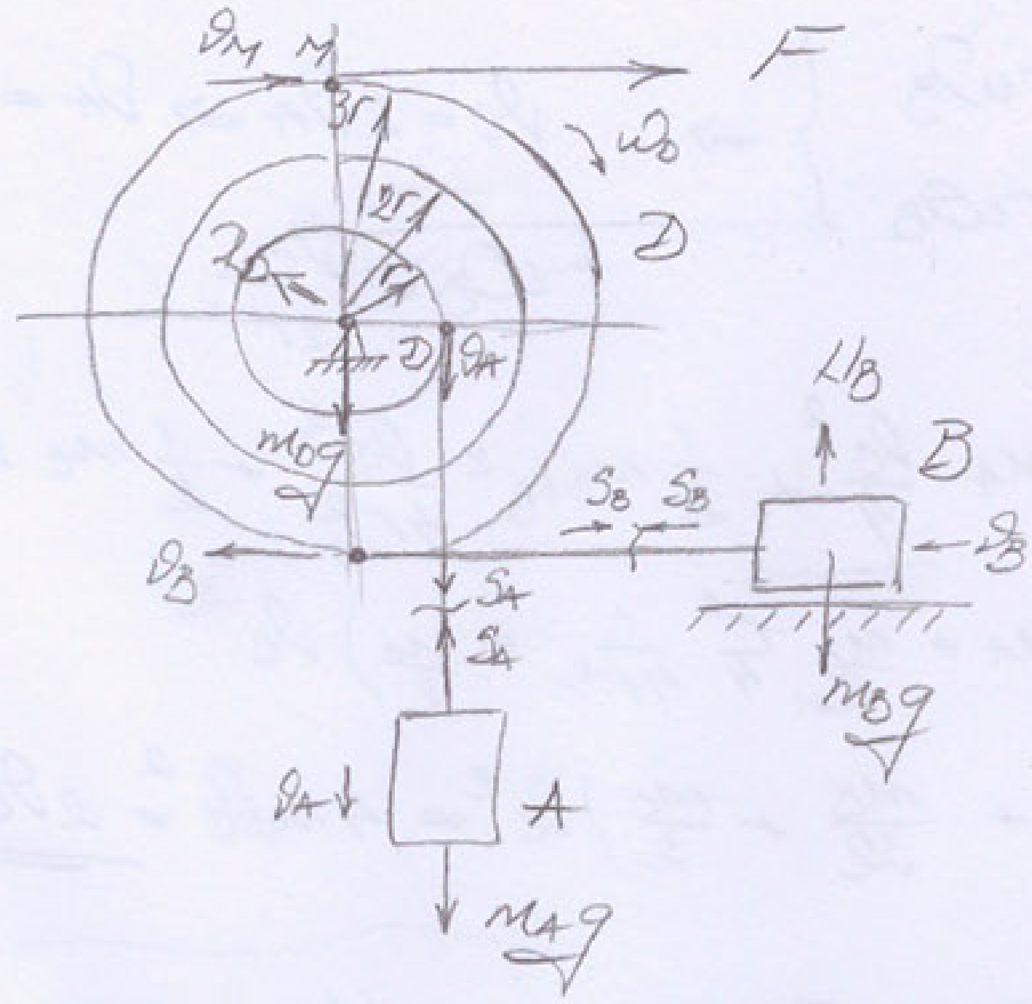
- Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине центра инерције диска C.
- Колику почетну брзину треба да има тијело C да би се његова брзина удвостручила након што тијело C пређе пут од 1,63 m? Користити се законом о промјени кинетичке енергије система.

Дато је: $m_\mathrm{A} = 8m$, $m_\mathrm{B} = 32m$, $m_\mathrm{C} = 4m$, $m = 500$ g и $i_\mathrm{B} = r/2$.



Динамика – II колоквијум (поправни)

(1)



$$J_D \cdot \varepsilon_D = F\cdot 3r + S_A\cdot r - S_B\cdot 3r$$

$$m_A \cdot a_A = m_A g - S_A$$

$$m_B \cdot a_B = S_B$$

$$\left.\begin{aligned} v_B &= 3r\cdot\omega_D \\ v_A &= r\cdot\omega_D \end{aligned}\right\} \xRightarrow{d/dt} \quad \begin{aligned} a_B &= 3r\,\varepsilon_D \\ a_A &= r\,\varepsilon_D \end{aligned}$$

$$m_D i_D^2 \varepsilon_D = r(3F + S_A - 3S_B) \qquad (1)$$

$$m_A r\varepsilon_D = m_A g - S_A \Rightarrow \quad S_A = m_A g - m_A r\varepsilon_D \qquad (2)$$

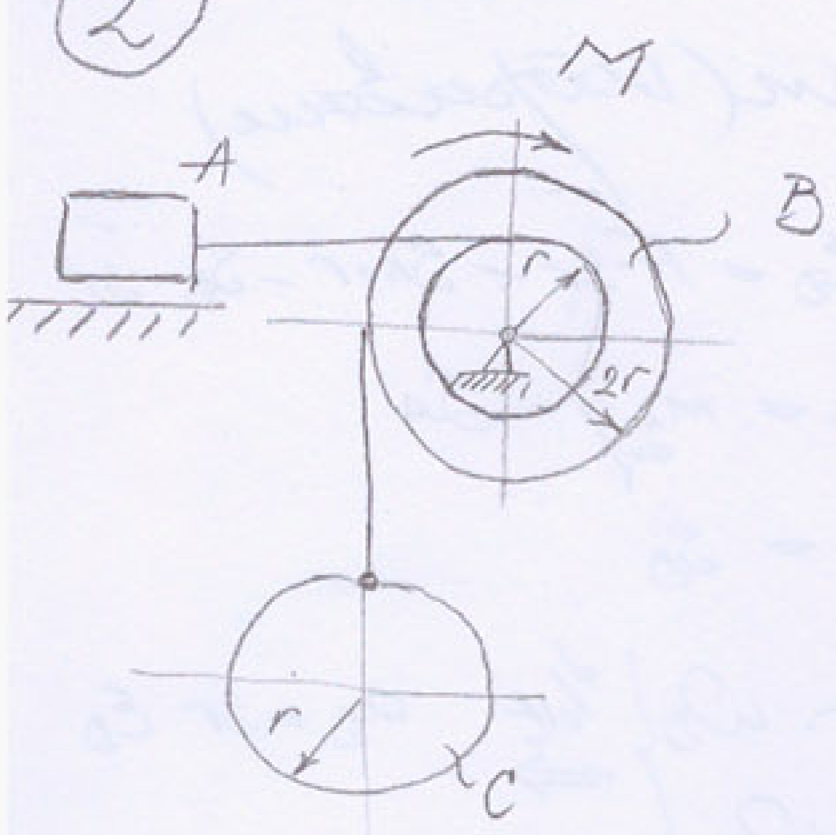
$$S_B = m_B \cdot 3r\varepsilon_D \qquad (3)$$

(3) и (2) у (1) $\Rightarrow$ $m_D \frac{4r^2}{9}\varepsilon_D = r(3F + m_A g - m_A r\varepsilon_D - 9m_B r\varepsilon_D)$

$$\varepsilon_D r^{\cancel{2}}\left(\frac{4}{9}m_D + m_A + 9m_B\right) = \cancel{r}(3F + m_A g)$$

$$\underline{\underline{r}} = \frac{3F + m_A g}{\varepsilon_D\left(m_A + 9m_B + \frac{4}{9}m_D\right)} = \frac{15mg + 3mg}{\frac{8g}{9}\left(3m + 9m + \frac{4}{9}\cdot 9m\right)} = \frac{18\cancel{mg}}{\frac{9}{8}\cancel{g}\,16\cancel{m}} = \underline{\underline{1m}}$$

2



$$E_K = \frac{1}{2} m_A \vartheta_A^2 + \frac{1}{2} J_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} m_C \vartheta_C^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \vartheta_A = r\omega_B \\ \vartheta_C = 2r\omega_B \end{array}\right\} \Rightarrow \vartheta_C = 2\vartheta_A \Rightarrow \vartheta_A = \vartheta_C/2$$

$$\omega_B = \frac{\vartheta_C}{2r}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_A \frac{\vartheta_C^2}{4} + \frac{1}{2} m_B i_B^2 \frac{\vartheta_C^2}{4r^2} + \frac{1}{2} m_C \vartheta_C^2$$

$$= \left(\frac{1}{8} m_A + \frac{m_B}{2}\cdot\frac{r^2}{4}\cdot\frac{1}{4r^2} + \frac{m_C}{2}\right)\vartheta_C^2$$

$$= \left(\frac{m_A}{8} + \frac{m_B}{32} + \frac{m_C}{2}\right)\vartheta_C^2 = 4m\vartheta_C^2 = 2\vartheta_C^2$$

$$E_{K1} - E_{K0} = \overset{=const}{M}\cdot\varphi_B - m_C\cdot g\cdot S_C - F_{trA}\cdot S_A$$

$$N_A = m_A g$$

$$F_{trA} = \mu m_A g$$

$$\left.\begin{array}{l} \vartheta_A = \dfrac{\vartheta_C}{2} \\ \omega_B = \dfrac{\vartheta_C}{2r} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{dS_A}{dt} = \dfrac{1}{2}\dfrac{dS_C}{dt} \\ \dfrac{d\varphi_B}{dt} = \dfrac{1}{2r}\cdot\dfrac{dS_C}{dt} \end{array}\right\} \overset{\int}{\Rightarrow} \begin{array}{l} S_A = \dfrac{1}{2} S_C \\ \varphi_B = \dfrac{1}{2r} S_C \end{array}$$

$$E_{K0} = 2\vartheta_{C0}^2$$

$$E_{K1} = 2\cdot(2\vartheta_{C0})^2 = 8\vartheta_{C0}^2$$

$$6\cdot\vartheta_{C0}^2 = M\cdot\frac{1}{2r}\cdot S_C - m_C g S_C - \mu m_A g\cdot\frac{1}{2} S_C$$

$$6\vartheta_{C0}^2 = S_C\left(\frac{16mg\cancel{r}}{2\cancel{r}} - 4mg - 0{,}25\cdot 8mg\cdot\frac{1}{2}\right)$$

$$6\vartheta_{C0}^2 = S_C\, mg\,(8 - 4 - 1)$$

$$\vartheta_{C0} = \sqrt{\frac{3\,mgS_C}{6}} = \sqrt{\frac{3\cdot 0{,}5\cdot 9{,}81\cdot 1{,}63}{6}} = 2\ \text{m/s}$$