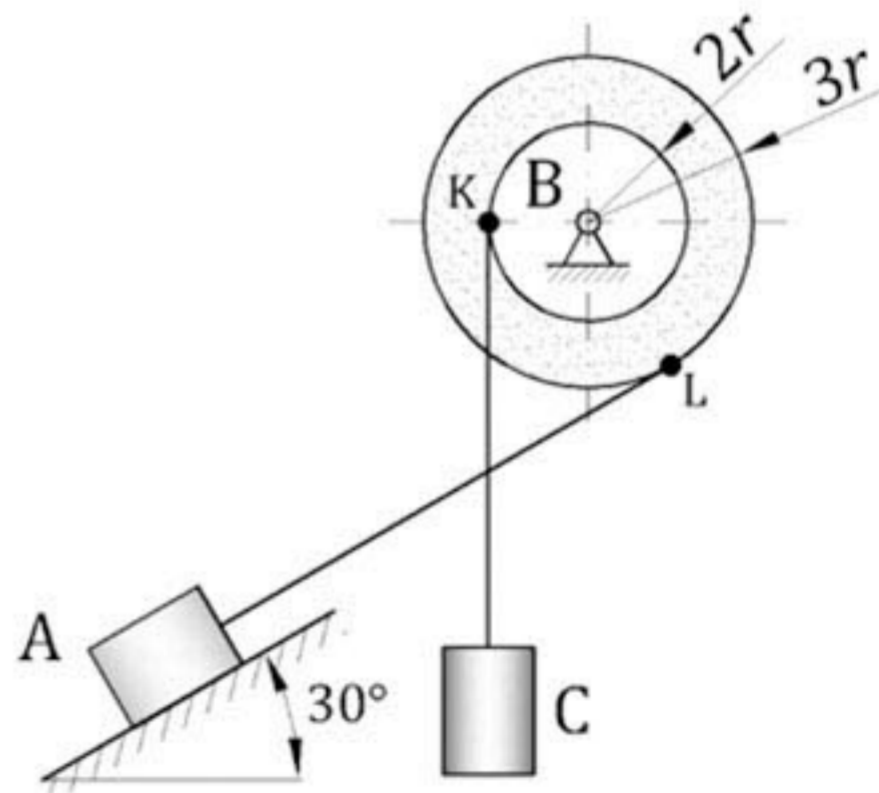


ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ ДИНАМИКЕ

1. Куглица масе $0,5 \text{ kg}$ избацује се из цијеви нагиба 30° из положаја А дејством силе у опрузи крутости $c = 100 \text{ N/m}$, чија је недеформисана дужина $1,19 \text{ m}$. Трење и отпор ваздуха су занемарљиви.
- Ако је куглица кретање започела из мира, одредити дужину опруге у почетном положају куглице l_0 потребну да би брзина куглице на излазу из цијеви износила $2,31 \text{ m/s}$. Користити се основном једначином динамике.
 - Одредити вектор количине кретања куглице у тачки максималног пењања.
 - Користећи се законом о промјени кинетичке енергије одредити брзину куглице у тачки С.
 - Одредити рад силе у опрузи на дијелу од А до В.



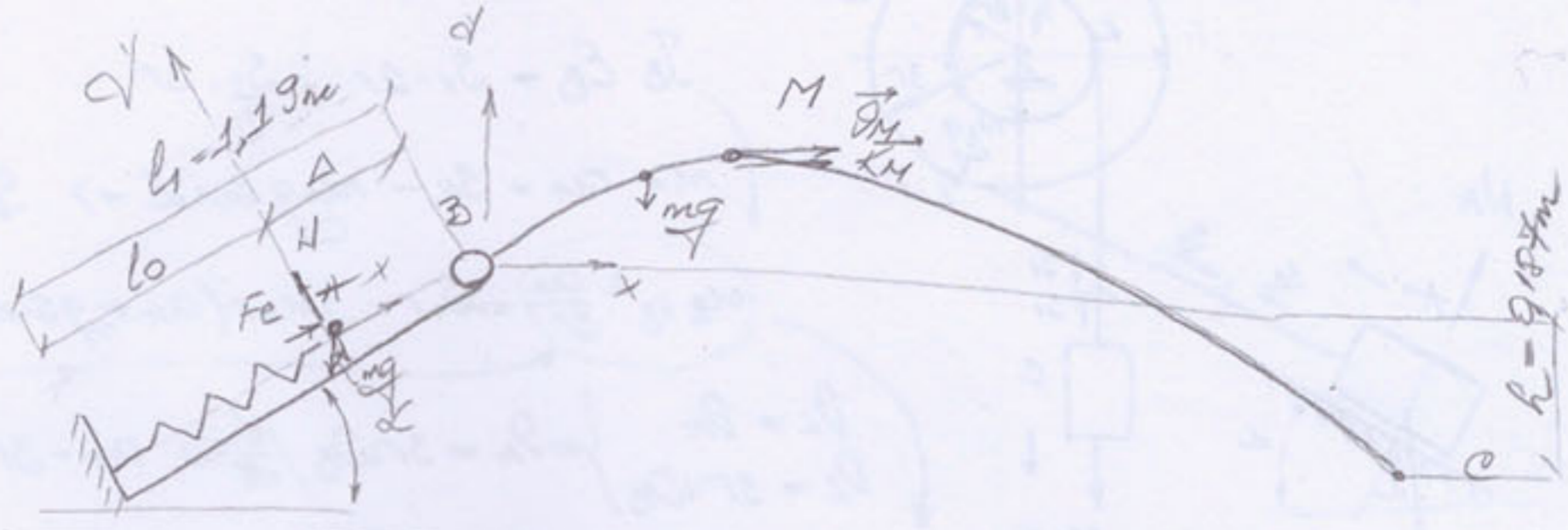
2. У систему приказаном на слици масе појединачних тијела су $m_A = 4m$, $m_B = 2m$ и $m_C = 7,875m$. Почетна брзина тијела А је $2,88 \text{ m/s}$, а убрзање $1,566 \text{ m/s}^2$. Трење је занемарљиво.
- Одредити момент инерције диска В за осу која пролази кроз тачку К.
 - Одредити минималну вриједност тежине тијела С при којој ће наступити његово кретање наниже.
 - Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине тијела А.
 - Примјеном закона о промјени кинетичке енергије одредити пут који пређе тијело А док се његова брзина не повећа за 40%.



Дато је: $m = 500 \text{ g}$, $i_B = 15 \text{ cm}$ и $r = 10 \text{ cm}$.

Динамика — запущенный стержень

- ① $m = 0,5 \text{ kg}$
 $L = 30^\circ$
 $C = 100 \text{ H/m}$
 $v_0 = v_A = 0$
 $l_0 = ?$
 $l_1 = 1,19 \text{ m}$
 $v_B = 2,31 \text{ м/с}$
 $\vec{K}_M = ?$
 $v_C = ?$
 $h = 0,187 \text{ m}$
 $A_{A+B}^{Fe} = ?$



A-B $m \cdot a = -mg \sin \alpha + F_e$
 $m \cdot 0 = K - mg \cos \alpha$
 $\rightarrow ma = C(l_1 - x) - mg \sin \alpha$
 $K = mg \cos \alpha$

$m \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dx} = C(l_1 - x) - \frac{mg}{2} \rightarrow m \int v dv = \int (C(l_1 - x) - \frac{mg}{2}) dx$

$m \cdot \frac{v_B^2}{2} = C l_1^2 \frac{\Delta^2}{2} - \frac{mg}{2} \Delta \rightarrow \frac{C}{2} \Delta^2 - \frac{mg}{2} \Delta - \frac{m v_B^2}{2} = 0$

$\Delta_{1,2} = \frac{\frac{mg}{2} \pm \sqrt{\frac{m^2 g^2}{4} + C m v_B^2}}{C} = \frac{95 \cdot 9,81 \pm \sqrt{95^2 \cdot 9,81^2 + 100 \cdot 0,5 \cdot 2,31^2}}{100} = \begin{cases} 9,19 \\ -0,19 \end{cases}$

$l_0 = l_1 - \Delta = 1,19 - 0,19 = \underline{\underline{1 \text{ m}}}$

B-C $m \ddot{x} = 0$

$m \ddot{y} = -mg$

$\ddot{y}_M = 0!$

$\vec{v}_M = \dot{x}_M \vec{i} + \dot{y}_M \vec{j}$

$\vec{v}_M = \dot{x}_M \vec{i} + \dot{y}_M \vec{j}$

заокруженни
 гусе и е думитина
 и не забравява t

$\frac{dy}{dt} = -g \rightarrow \int dy = -g \int dt \rightarrow y - v_B \sin \alpha = -gt$

$\dot{y}_M - v_B \sin \alpha = -gt_M \rightarrow t_M = \frac{v_B \sin \alpha}{g}$

$t_M = \frac{4 \cdot 95}{9,81} = \underline{\underline{0,2045}}$

$\ddot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x} = \text{const} = v_B \cos \alpha = 2,31 \cdot \cos 30^\circ = 2 \text{ м/с} \Rightarrow \dot{x}_M = 2 \text{ м/с}$

$\vec{K}_M = m \vec{v}_M = \underline{\underline{\vec{i}}}$

$E_{Kc} - E_{Kb} = A_{BC} \Rightarrow \frac{m v_C^2}{2} - \frac{m v_B^2}{2} = m g h \Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gh} = \sqrt{2,31^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot 0,187} = \underline{\underline{3 \text{ м/с}}}$

$A_{A+B}^{Fe} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (\Delta_A^2 - \Delta_B^2) = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (-0,19^2) = \underline{\underline{-1,805 \text{ J}}}$

2

условь кретања тужице с наниже

$m_B g > S_1$

$J_B \cdot \epsilon_B = S_1 \cdot 2r - S_2 \cdot 3r$

$m_A \cdot a_A = S_2 - m_A g \sin \alpha \rightarrow S_2 = m_A (a_A + g \sin \alpha)$

$m_B I_B \cdot \frac{a_A}{3r} = S_1 r - 3 m_A r (a_A + g \sin \alpha)$

$v_L = v_A$
 $v_L = 3r \cdot \omega_B \rightarrow v_A = 3r \omega_B / \frac{d}{dt} \Rightarrow a_A = 3r \cdot \epsilon_B \Rightarrow \epsilon_B = a_A / 3r$

$S_1 = \frac{\left(\frac{m_B I_B^2}{3r} + 3 m_A r\right) a_A + 3 m_A r g \sin \alpha}{2r} = \frac{\left(\frac{1 \cdot 0,15^2}{3 \cdot 0,1} + 3 \cdot 2 \cdot 0,1\right) \cdot 1,566 + 3 \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot 9,81 \cdot 0,1}{2 \cdot 0,1}$

$m_B g > S_1 = \underline{20H}$

$J_K = J_B + m_B \cdot (2r)^2 = m_B (I_B^2 + 4r^2) = 0,15^2 + 4 \cdot 0,1^2 = 0,0625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = \underline{625 \text{ kg cm}^2}$

$E_K = \frac{1}{2} m_A \cdot v_A^2 + \frac{1}{2} m_B I_B^2 \omega_B^2 + \frac{1}{2} m_C v_C^2$
 $= \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B I_B^2 \frac{v_A^2}{9r^2} + \frac{1}{2} m_C \frac{4}{9} v_A^2$
 $= \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0,15^2 \cdot \frac{1}{9 \cdot 0,1^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7,875}{2} \cdot \frac{4}{9}\right) v_A^2 = \underline{2 v_A^2}$

$v_A = 3r \omega_B \Rightarrow \omega_B = v_A / 3r$
 $v_C = v_C$
 $v_C = 2r \omega_B \Rightarrow v_C = 2r \frac{v_A}{3r} = \underline{\frac{2}{3} v_A}$

$E_{K1} - E_{K0} = m_C g \cdot S_C - m_A g \cdot S_A \sin 30^\circ$

$v_C = \frac{2}{3} v_A \Rightarrow \frac{dv_C}{dt} = \frac{2}{3} \frac{dv_A}{dt} \Rightarrow S_C = \underline{\frac{2}{3} S_A}$

$2 v_{A1}^2 - 2 v_{A0}^2 = S_A (m_C g \cdot \frac{2}{3} - m_A g \sin 30^\circ)$

$v_{A1} = 1,4 v_{A0}$

$S_A = 2 \cdot \frac{(1,4^2 - 1^2) v_{A0}^2}{m_C g \cdot \frac{2}{3} - m_A g \sin 30^\circ} = 2 \cdot \frac{(1,4^2 - 1) \cdot 2,88^2}{7,875 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot 9,81 \cdot 0,5} = \underline{1m}$