

### ПОПРАВНИ ЗАВРШНОГ ИСПИТА ИЗ ДИНАМИКЕ

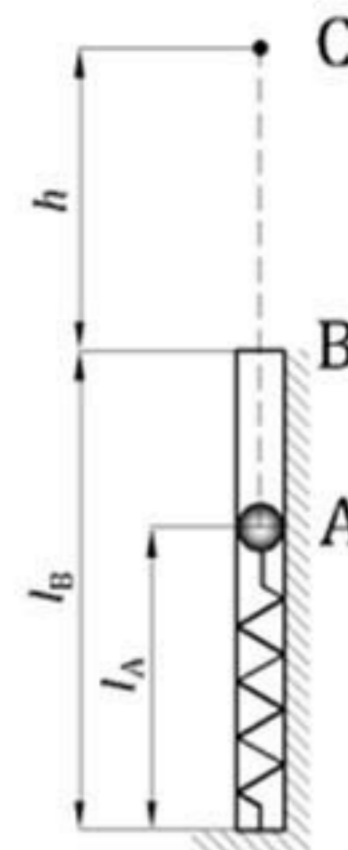
1. Куглица масе  $0,5 \text{ kg}$  избацује се из вертикалне глатке цијеви дејством силе у опрузи крутости  $s$ , која је недеформисана у положају В. Трење и отпор ваздуха су занемарљиви.

- Ако је куглица кретање започела брзином од  $0,5 \text{ m/s}$ , одредити крутост опруге потребну да би брзина куглице на излазу из цијеви износила  $2 \text{ m/s}$ . Деформација опруге у почетном положају је  $25 \text{ cm}$ . Користити се основном једначином динамике.

- Одредити висину максималног пењања куглице у односу на врх цијеви ( $h$ ) примјеном основне једначине динамике.

- Претходни резултат провјерити користећи се законом о промјени кинетичке енергије материјалне тачке.

- Одредити рад силе у опрузи на дијелу од А до В.



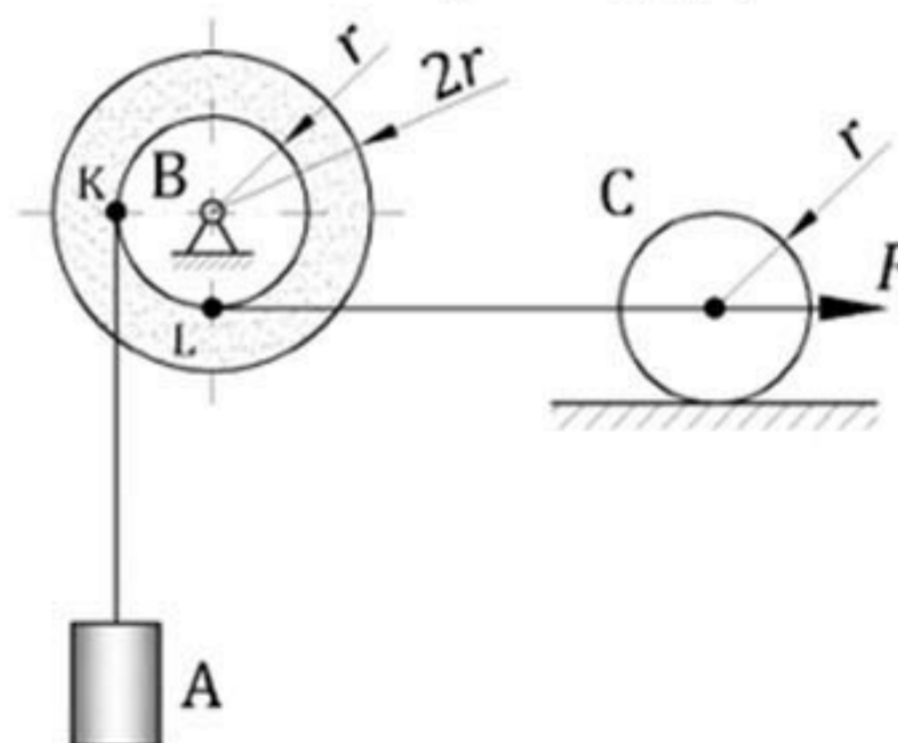
2. У систему приказаном на слици масе појединачних тијела су  $m_A = 4m$ ,  $m_B = 2m$  и  $m_C = 3m$ . Систем је кретање започео из мира под дејством константне силе  $F$  интензитета  $30 \text{ N}$ . Хомогени кружни диск С, полупречника  $r$ , се по подлози котрља без клизања.

- Одредити убрзање терета А.

- Одредити силу у ужету између тијела В и С.

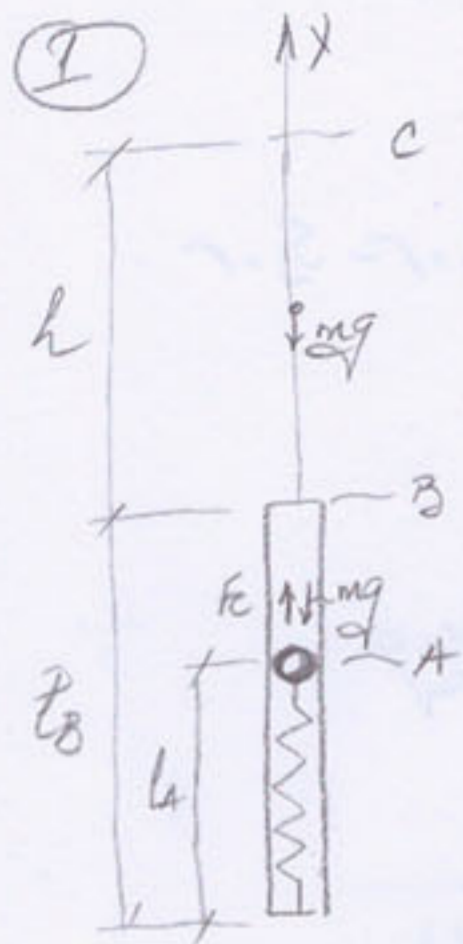
- Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине тијела А.

- Примјеном закона о промјени кинетичке енергије одредити пут који пређе тијело С док се његова брзина не повећа за  $4 \text{ m/s}$ .



Дато је:  $m = 500 \text{ g}$ ,  $i_B = 15 \text{ cm}$  и  $r = 10 \text{ cm}$ .

# Динамика — поўравні заброшчот ісціва



$$m \cdot a = c(\Delta A - x) - mg \Rightarrow m \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dt} = c(\Delta A - x) - mg$$

$$\int_{0,5}^2 m v dv = \int_0^{0,25} (c\Delta A - cx - mg) dx$$

$$\Delta A = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$m \frac{v^2}{2} \Big|_0^2 = c\Delta A x \Big|_0^{0,25} - \frac{cx^2}{2} \Big|_0^{0,25} - mgx \Big|_0^{0,25}$$

$$\frac{m}{2} (4 - 0,5^2) + mg \cdot 0,25 = (0,25 \cdot \Delta A - \frac{0,25^2}{2}) \cdot c$$

$$c = \frac{0,5(4 - 0,5^2) + 0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,25 \cdot 2}{2(0,25 \cdot 0,25 - \frac{0,25^2}{2})} = \underline{\underline{69,24 \text{ N/m}}}$$

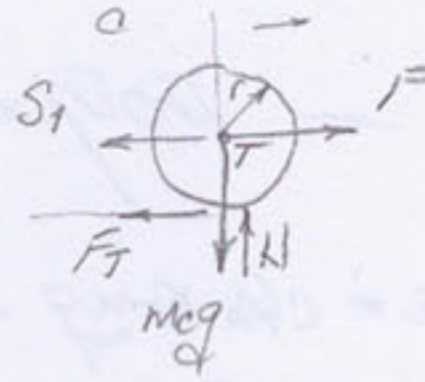
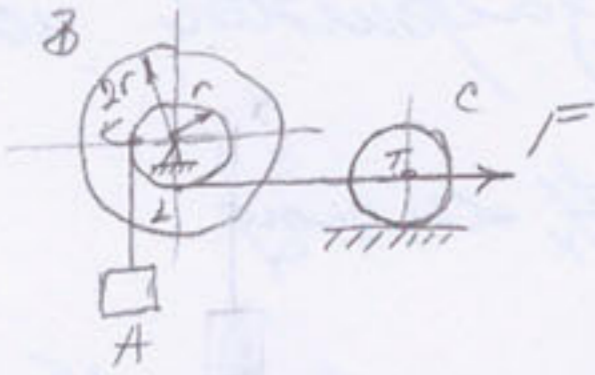
$$m \cdot a = -mg \Rightarrow \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dt} = -g \Rightarrow \int_0^0 v dv = \int_0^h -g dx \Rightarrow \frac{v^2}{2} \Big|_0^0 = -gx \Big|_0^h$$

$$-2 = -gh \Rightarrow \underline{\underline{h = \frac{2}{g} = 0,2 \text{ m}}}$$

$$E_{kC} - E_{kB} = -m \cdot g \cdot h \Rightarrow -\frac{1}{2} m v_B^2 = -mgh \Rightarrow \underline{\underline{h = \frac{v_B^2}{2g} = 0,2 \text{ m}}}$$

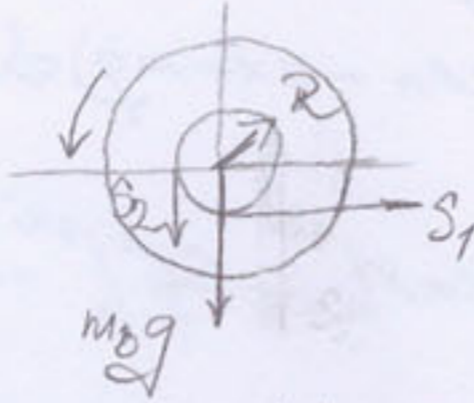
$$\underline{\underline{A_{A+B}^{Fe} = \frac{1}{2} c \cdot (\Delta A^2 - \Delta B^2) = \frac{1}{2} \cdot 69,24 \cdot 0,25^2 = 2,16 \text{ J}}}$$

2

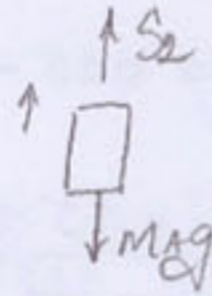


$$m_C a_C = F - S_1 - F_T$$

$$\frac{m_C r^2}{2} \epsilon_C = F_T \cdot r$$



$$m_B I_B^2 \epsilon_B = S_1 \cdot r + S_2 \cdot r$$



$$m_A a_A = -S_2 + m_A g$$

$$\left. \begin{matrix} v_K = v_A \\ v_K = r \omega_B \end{matrix} \right\} v_A = r \omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{v_A}{r}$$

$$\left. \begin{matrix} v_L = r \omega_B \\ v_K = r \omega_B \end{matrix} \right\} v_L = v_K = v_A$$

$$\left. \begin{matrix} v_L = v_A \\ v_L = v_T \end{matrix} \right\} \left. \begin{matrix} v_T = v_A \\ v_T = r \cdot \omega_C \end{matrix} \right\} \omega_C = \frac{v_A}{r} \cdot \frac{d}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \epsilon_B = \frac{a_A}{r} \\ a_C = a_A \\ \epsilon_C = \frac{a_A}{r} \end{matrix} \right.$$

$$m_C a_A = F - S_1 - F_T \quad (1)$$

$$\frac{m_C r^2}{2} \frac{a_A}{r} = F_T \cdot r \quad (2)$$

$$m_B I_B^2 \frac{a_A}{r} = S_1 r + S_2 r \quad (3)$$

$$m_A a_A = -S_2 + m_A g \quad (4)$$

$$(2) \Rightarrow F_T = \frac{m_C a_A}{2}$$

$$(1) \Rightarrow S_1 = F - m_C a_A - \frac{m_C}{2} a_A = F - \frac{3}{2} m_C a_A$$

$$(4) \Rightarrow S_2 = -m_A a_A + m_A g$$

$$(3) \Rightarrow m_B I_B^2 \frac{a_A}{r} = F r - \frac{3}{2} m_C a_A r - m_A a_A r + m_A g r$$

$$a_A \left( \frac{m_B I_B^2}{r} + \frac{3}{2} m_C r + m_A r \right) = F r + m_A g r$$

$$a_A = \frac{30 \cdot 0,1 + 2 \cdot 9,81 \cdot 0,1}{\frac{0,15^2}{0,1} + \frac{3}{2} \cdot 15 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,1} = \underline{\underline{7,63 \text{ m/s}^2}}$$

$$S_1 = 30 - \frac{3}{2} \cdot 15 \cdot 7,63 = \underline{\underline{12,92 \text{ N}}}$$

$$\underline{\underline{E_K}} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B I_B^2 \omega_B^2 + \frac{1}{2} m_C v_C^2 + \frac{1}{2} \frac{m_C r^2}{2} \omega_C^2$$

$$= \left( \frac{1}{2} m_A + \frac{1}{2} m_B I_B^2 \frac{1}{r^2} + \frac{1}{2} m_C + \frac{1}{2} \frac{m_C r^2}{2} \cdot \frac{1}{r^2} \right) v_A^2$$

$$= \left( \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 0,15^2 \frac{1}{0,1^2} + \frac{1}{2} \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} \right) v_A^2 = \underline{\underline{3,25 v_A^2}}$$

$$E_{K1} - E_{K0} = F \cdot S_C + m_A g S_A - S_C S_A$$

$$E_K = 3,25 v_A^2 = 3,25 v_C^2$$

$$E_{K1} = S_C (F + m_A g)$$

$$E_{K1} = 3,25 (v_{C0} + 4)^2 = 52 \text{ J}$$

$$S_C = \frac{52}{30 + 2 \cdot 9,81} = \underline{\underline{1,05 \text{ m}}}$$