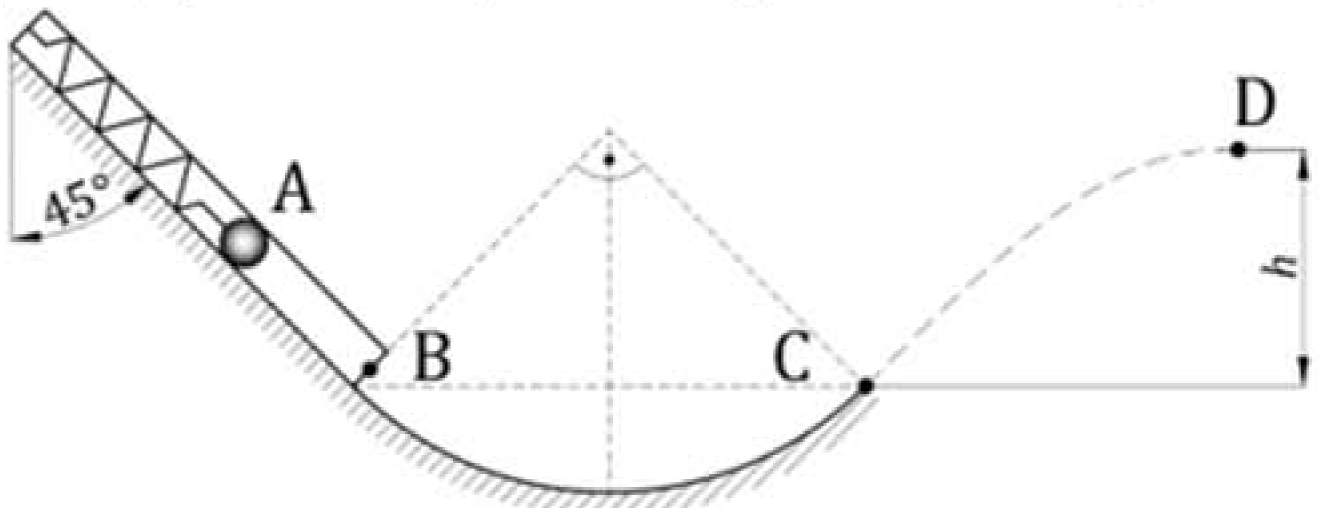
ПОПРАВНИ ЗАВРШНОГ ИСПИТА ИЗ ДИНАМИКЕ

1. Куглица масе 1 kg креће се по глаткој непокретној вези, у вертикалној равни, која у тачки B прелази у кружни облик. Куглица је везана за опругу крутости $c = 521$ N/m која је недеформисана у положају B. Кретање куглице је започео из положаја A без почетне брзине, у коме је опруга деформисана за 20 cm. У тачки максималног пењања куглице (након напуштања везе) D, њена брзина износи 3,44 m/s.

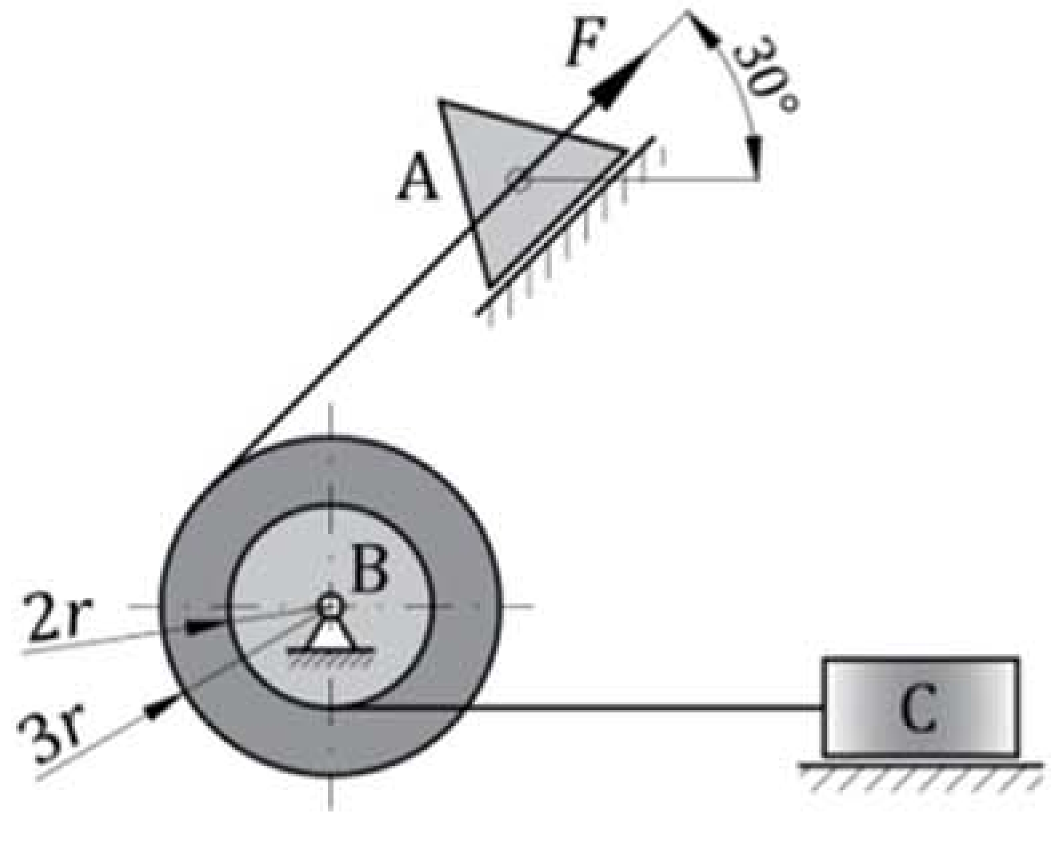
- Користећи се законом о промјени кинетичке енергије одредити максималну висину пењања куглице (након напуштања везе) h.
- Резултат провјерити користећи се основном једначином динамике тачке.
- Одредити полупречник кривине лучног дијела путање BC, ако нормална реакција поглоге у положају C износи 18,75 N.



2. Тијело A се креће транслаторно по глаткој подлози под дејством силе F чији се интензитет мијења према закону $F = (30 + t)$ [N]. Масе појединих тијела у систему су $m_{\mathrm{A}} = 4$ kg, $m_{\mathrm{B}} = 2$ kg и $m_{\mathrm{C}} = 3$ kg. Почетна брзина тијела A (у тренутку $t_0 = 0$) износи 1 m/s. Коефицијент трења између тијела C и подлоге износи 0,2.

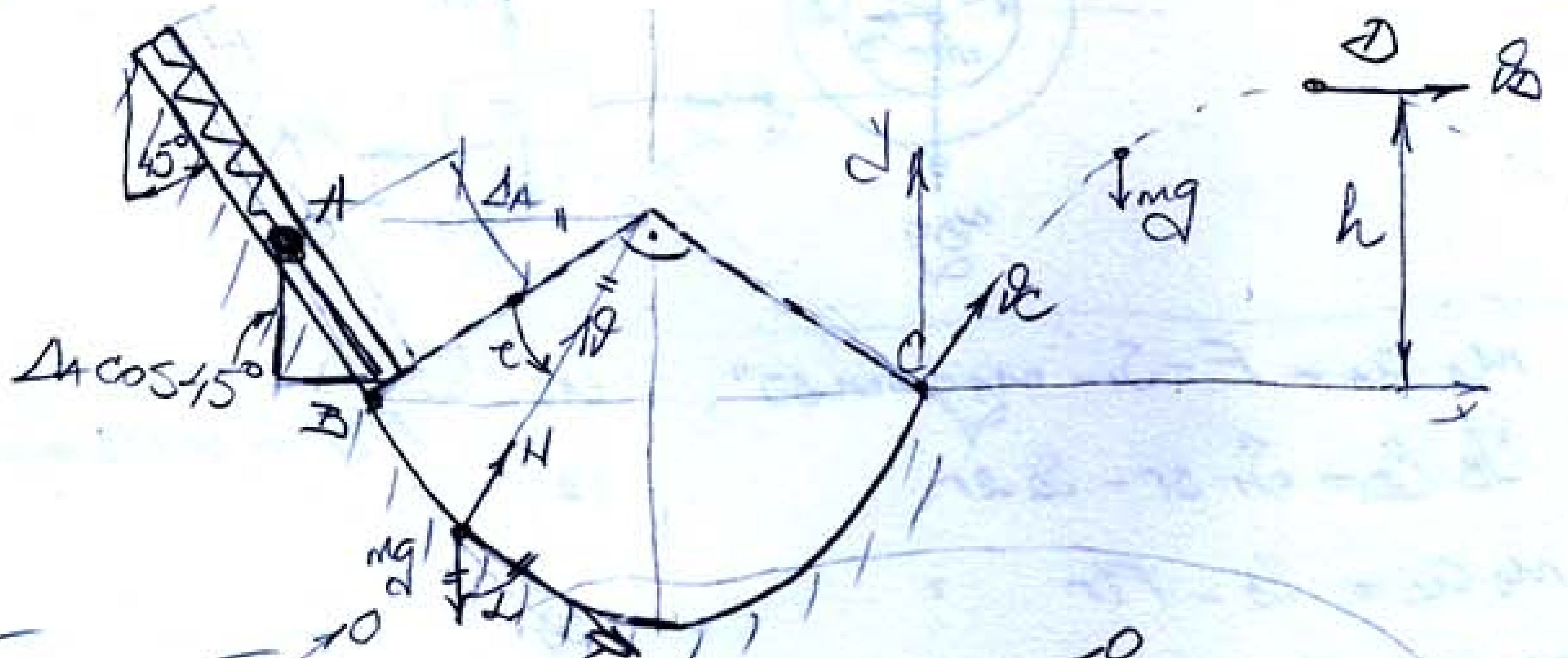
- Користећи се основном једначином динамике, одредити брзину тијела C након четири секунде од почетка кретања.
- Колике су реакције у непокретном ослонцу у том тренутку?
- Одредити почетну кинетичку енергију система.

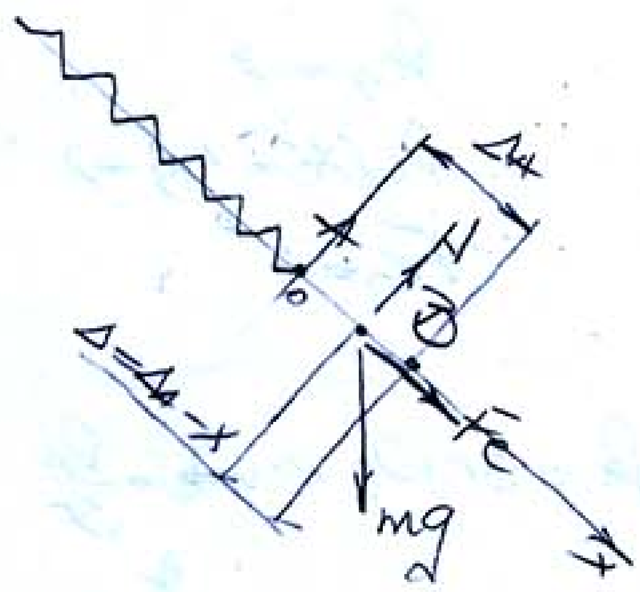
Дато је: $i_{\mathrm{B}} = 2r$.



Динамика – поправни завршног

1





$$E_{kD} - \underbrace{E_{kA}}_{0} = A_{AD}^{mg} + A_{AB}^{Fe} + \underbrace{A_{AC}^{N}}_{0}$$

$$\frac{mv_D^2}{2} = mg\left(\Delta_A \frac{\sqrt{2}}{2} - h\right) + \frac{1}{2} c \left(\Delta_A^2 - \cancel{\Delta_B^2}^{\,0}\right)$$

$$\alpha = 45° + \varphi = \frac{\pi}{4} + \varphi$$

$$\frac{mv_D^2}{2} - \frac{c\Delta_A^2}{2} - mg\frac{\Delta_A\sqrt{2}}{2} = -mgh$$

$$h = \frac{-mv_D^2 + c\Delta_A^2 + \sqrt{2}\,mg\Delta_A}{2mg} = \frac{-1\cdot 3{,}44^2 + 521\cdot 0{,}2^2 + \sqrt{2}\cdot 1\cdot 9{,}81\cdot 0{,}2}{2\cdot 1\cdot 9{,}81} = 0{,}6m$$

A÷B $\quad m\cdot a = Fe + mg\cos 45°$

$$m\frac{dv}{dt}\frac{dx}{dx} = c(\Delta_A - x) + mg\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$m\int_{v_A=0}^{v_B} v\,dv = \int_{x=0}^{\Delta_A = x_B}\left[c(\Delta_A - x) + mg\frac{\sqrt{2}}{2}\right]dx$$

$$\frac{mv_B^2}{2} = c\left(\Delta_A\cdot\Delta_A - \frac{\Delta_A^2}{2}\right) + \frac{mg\sqrt{2}}{2}\Delta_A$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{1}\left[521\frac{0{,}2^2}{2} + \frac{1\cdot 9{,}81\cdot\sqrt{2}\cdot 0{,}2}{2}\right]} = 4{,}86\,\frac{m}{s}$$

B÷C $\quad \omega = \frac{v}{r}$

$$m a_T = mg\cos\alpha \Rightarrow \frac{dv}{dt}\frac{d\varphi}{d\varphi} = g\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right)$$

$$\boxed{m\cdot a_N = N - mg\sin\alpha}$$

$$\frac{1}{r}\int_{v_B}^{v_C} v\,dv = \int_{0}^{\varphi_C = \pi/2} g\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right)d\varphi$$

$$\frac{1}{2r}\left(v_C^2 - v_B^2\right) = g\left[\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \underbrace{\sin\frac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right]$$

$$\frac{1}{2r}\left(v_C^2 - v_B^2\right) = 0 \rightarrow v_C = v_B = 4{,}86\ m/s$$

$$m\frac{v^2}{r} = N - mg\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right)$$

$$r = \frac{mv^2}{N - mg\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right)}$$

у тачки C је

$$r = \frac{mv_C^2}{N_C - mg\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1\cdot 4{,}86^2}{19{,}75 - 9{,}81\cdot 0{,}707}$$

$$r = 2m$$

C÷D

$$m\cdot a_y = -mg \Rightarrow \frac{dv_y}{dt}\frac{dy}{dy} = -g$$

$v_{Dy} = 0$
$v_{Dx} = v_D$

$$\int_{v_y = v_C\frac{\sqrt{2}}{2}}^{v_{Dy}=0} v_y\,dv_y = -\int_0^h g\,dy$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{v_C\sqrt{2}}{2}\right)^2 = -gh$$

$$h = \frac{v_C^2\cdot 2}{2\cdot 4\cdot g} = \frac{v_C^2}{4g}$$

$$h = \frac{4{,}86^2}{4\cdot 9{,}81} = 0{,}6m$$

(2) $F = 30 + t$

$m_A = 4\,kg \qquad i_B = 2r$

$m_B = 2\,kg$

$m_C = 3\,kg$

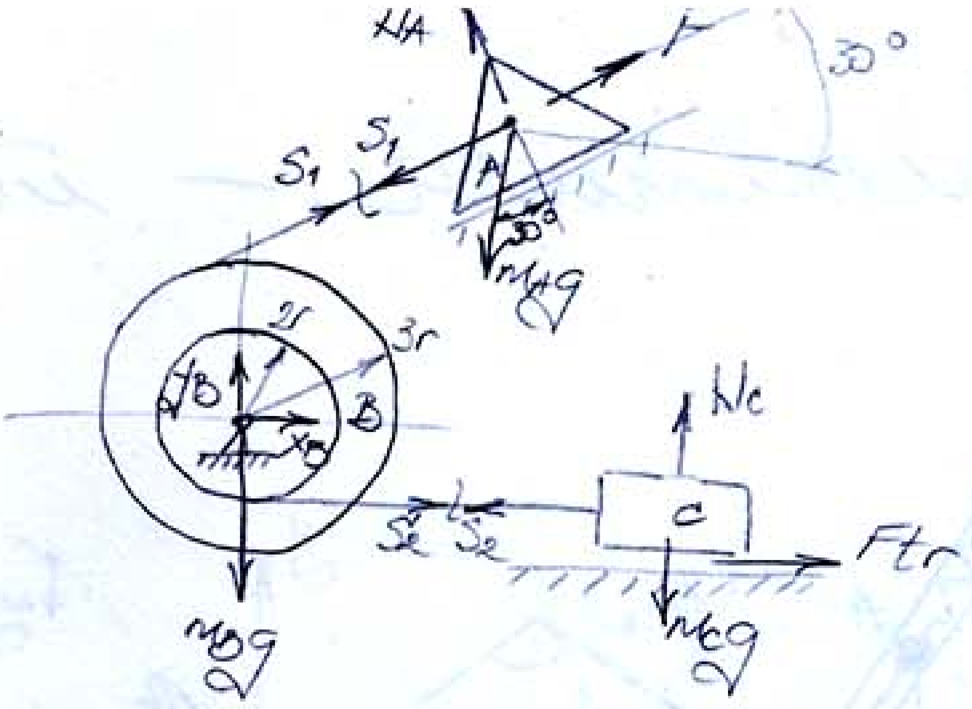
$v_{A0} = 1\,m/s$

$\mu = 0{,}2$

$v_{C4} = ?$

$v_C(x_C = 1m) - ?$

$E_{K0} = ?$



$m_A \cdot a_A = F - S_1 - m_A g \sin 30° \quad \dots (1)$

$J_B \cdot \varepsilon_B = S_1 \cdot 3r - S_2 \cdot 2r \quad \dots (2)$

$m_C a_C = S_2 - F_{tr} \quad \dots (3)$

$m_C \cdot 0 = N_C - m_C g \rightarrow N_C = m_C g$

$F_{tr} = \mu N_C = \mu m_C g$

$v_A = 3r\omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{v_A}{3r}$

$\Downarrow$

$\varepsilon_B = \frac{a_A}{3r}$

$v_C = 2r\omega_B = \frac{2}{3} v_A \Rightarrow a_C = \frac{2}{3} a_A$

$J_B = m_B i_B^2 = 4 m_B r^2$

$(3) \rightarrow -S_2 = -m_C \frac{2}{3} a_A - \mu m_C g$

$(1) \Rightarrow S_1 = 30 + t - m_A g/2 - m_A \cdot a_A$

$(2) \rightarrow 4 m_B r^2 \cdot \frac{a_A}{3r} = 3 S_1 r - 2 S_2 r \quad /:r$

$\frac{4}{3} m_B a_A = 90 + 3t - \frac{3}{2} m_A g - 3 m_A a_A - \frac{4}{3} m_C a_A - 2\mu m_C g$

$a_A \left(\frac{4}{3} \cdot 2 + 3 \cdot 4 + \frac{4}{3} \cdot 3\right) = 3t + 90 - \frac{3}{2} \cdot 4 \cdot 9{,}81 - 2 \cdot 0{,}2 \cdot 3 \cdot 9{,}81$

$a_A = 0{,}16t + 1{,}04$

$a_C = \frac{2}{3} a_A$

$a_C = 0{,}11t + 0{,}69 \rightarrow \int_{2/3}^{v_C} dv_C = \int_0^t (0{,}11t + 0{,}69)\,dt$

$v_{A0} = 1\,m/s$

$v_C = \frac{2}{3} v_A$

$v_{C0} = \frac{2}{3}\,m/s$

$v_C = \frac{2}{3} + 0{,}69t + 0{,}11\frac{t^2}{2}$

$\underline{v_{C4}} = \frac{2}{3} + 0{,}69 \cdot 4 + 0{,}88 = \underline{4{,}31}\,m/s$

$m_B \cancel{a_{Bx}}^{0} = X_B + S_2 + S_1 \cos 30° \Rightarrow \underline{X_B} = -S_2 - S_1\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{X_{B4}} = -9{,}25 - 7{,}66\frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{15{,}88\,N}$

$m_B \cancel{a_{By}}^{0} = S_1 \sin 30° - m_B g + Y_B \rightarrow \underline{Y_B} = m_B g - S_1/2 \rightarrow \underline{Y_{B4}} = 2 \cdot 9{,}81 - \frac{7{,}66}{2} = \underline{15{,}79\,N}$

$S_{1_4} = 30 + 4 - \frac{m_A g}{2} - m_A \cdot (0{,}16 \cdot 4 + 1{,}04) = 7{,}66\,N$

$S_{2_4} = \frac{2}{3} m_C (0{,}16 \cdot 4 + 1{,}04) + \mu m_C g = 9{,}25\,N$

$\underline{E_{K0}} = \frac{m_A v_{A0}^2}{2} + \frac{m_C v_{C0}^2}{2} + \frac{J_B \omega_{B0}^2}{2} = \frac{4 \cdot 1}{2} + \frac{3 \cdot 4/9}{2} + \frac{4 \cdot 2 \cdot r^2 \frac{1}{9r^2}}{2}$

$= 2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \underline{3{,}11\,J}$

$v_{A0} = 1\,m/s$

$v_{C0} = 2/3\,m/s$

$\omega_{B0} = \frac{v_{A0}}{3r} = \frac{1}{3r}$