ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ

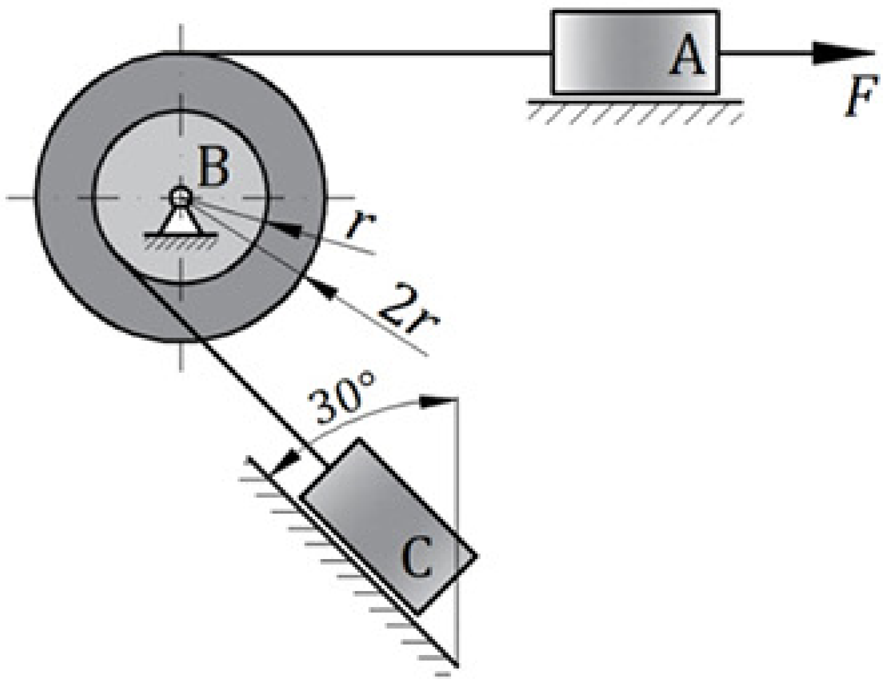
1. Хомогеном кружном диску масе 30 kg и полупречника 25 cm саопштена је почетна угаона брзина од 2 rad/s тако да се он по хоризонталној подлози котрља без клизања.

- При коликом краку трења котрљања ће се диск зауставити након што направи пет обртаја од почетка кретања?
- За које вриједности коефицијента трења је могуће чисто котрљање, без клизања?

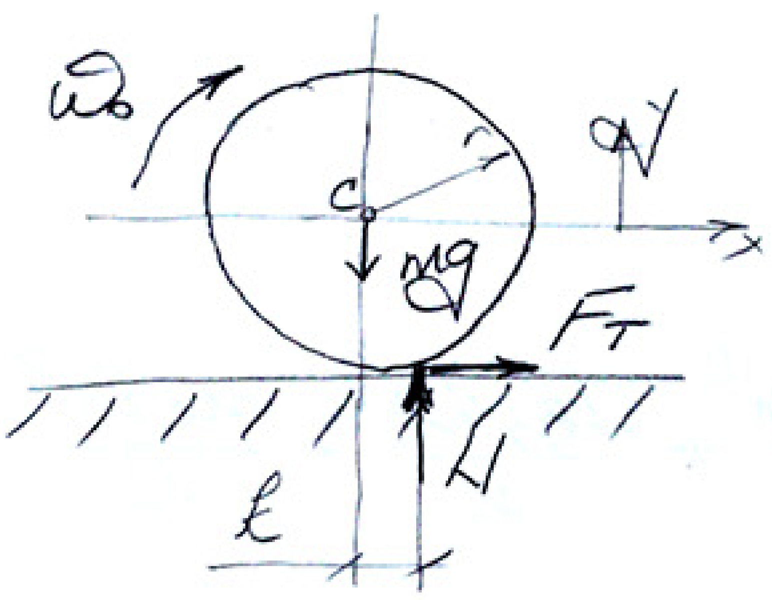
2. Интензитет хоризонталне силе F мијења се према закону $F = 2s_C$ [N], гдје је s_C [m] пут који пређе тијело C у односу на почетни положај у коме је систем мировао. Коефицијент трења између тијела A и подлоге је 0,1, док су остали коефицијенти трења занемарљиви. Уже је неистегљиво.

- Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине тијела C.
- Одредити пут који пређе тијело A до заустављања.

Дато је: $m_\mathrm{A} = 3$ kg, $m_\mathrm{B} = 0{,}5$ kg, $m_\mathrm{C} = 4$ kg, $i_\mathrm{B} = r/2 = 0{,}3$ m.



(1)



$$I\mathcal{E} = -F_T \cdot r - N \cdot k \qquad (1)$$

$$m a_c = F_T \qquad (2)$$

$$m \cdot \underset{0}{a_y} = N - mg \qquad (3)$$

$a_c = r\mathcal{E}$ (тачка C је једина тачка на диску за коју важи овај израз)

$$\left.\begin{aligned} (2) &\Rightarrow mr\mathcal{E} = F_T \\ (3) &\Rightarrow N = mg \end{aligned}\right\} \xRightarrow{(1)} I\mathcal{E} = -mr^2\mathcal{E} - mgk$$

$$\mathcal{E}(I + mr^2) = -mgk$$

$$\mathcal{E}\left(\frac{mr^2}{2} + mr^2\right) = -mgk$$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{2gk}{3r^2} \\ \mathcal{E} &= \frac{d\omega}{dt}\cdot\frac{d\theta}{d\theta} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega^*=0} \omega\, d\omega = -\frac{2gk}{3r^2}\int_0^{\theta^*=10\pi} d\theta$$

$N^* = 5 \Rightarrow \theta^* = 10\pi$ rad

$$-\frac{\omega_0^2}{2} = -\frac{2gk}{3r^2}\cdot 10\pi$$

$$\underline{\underline{k}} = \frac{\omega_0^2}{2}\cdot\frac{3r^2}{20g\pi} = \frac{3\cdot 4\cdot 0{,}25^2}{40\cdot 9{,}81\cdot 3{,}14} = \underline{\underline{6{,}08\cdot 10^{-4}}}\ m$$

$$\mathcal{E} = -\frac{2gk}{3r^2} = \frac{-2\cdot 9{,}81\cdot 6{,}08\cdot 10^{-4}}{3\cdot 0{,}25^2} = -0{,}064\ s^{-2}$$

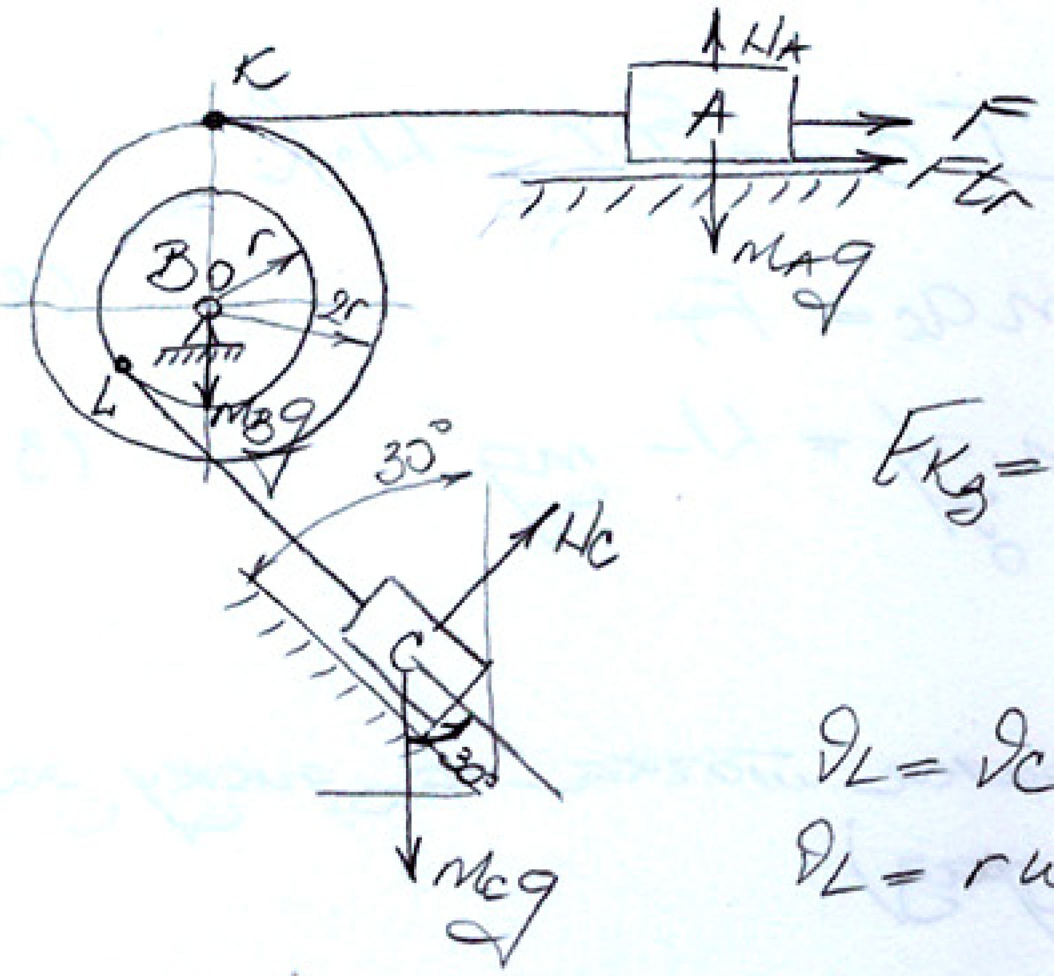
$$a_c = r\cdot\mathcal{E} = -0{,}016\ m/s^2$$

$$|\vec{F_T}| = m|\vec{a_c}| = 0{,}477\,N$$

$F_T < \mu N \rightarrow$ динамички услов котрљања без клизања

$$\underline{\underline{\mu}} > \frac{F_T}{N} = \frac{0{,}477}{30\cdot 9{,}81} = \underline{\underline{0{,}0016}}$$

(2)



$$E_{K_S} = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{I_{B0}\,\omega_B^2}{2} + \frac{m_C v_C^2}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_L = v_C \\ v_L = r\omega_B \end{array}\right\} \omega_B = \frac{v_C}{r}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_K = v_A \\ v_K = 2r\omega_B \end{array}\right\} v_A = 2r\omega_B = 2r\frac{v_C}{r} = 2v_C$$

$$E_{K_S} = \frac{3\cdot 4v_C^2}{2} + \frac{0{,}5\cdot 0{,}3^2\cdot v_C^2/0{,}6^2}{2} + \frac{4v_C^2}{2} = 8{,}0625\, v_C^2$$

У почетном положају је $s_C = 0$ па је и сила F једнака нули, што значи да ће се тијело A кретати улијево све док сила F не порасте довољно да заустави систем.

$$v_A = 2v_C \Rightarrow s_A = 2s_C$$
$$s_C = s_A/2$$

$$\cancel{E_{K_{S_1}}}^{\,0} - \cancel{E_{K_{S_0}}}^{\,0} = A^{F}_{0\div1} + A^{F_{tr}}_{0\div1} + A^{m_C g}_{0\div1}$$

$$A^{F}_{0\div1} = \int \vec{F}\cdot d\vec{s}_A = \int F\cdot ds_A\cdot\cos 180^\circ = -\int 2s_C\, ds_A = -\int_0^{s_{A1}} 2\frac{s_A}{2}\, ds_A$$

$$= -\frac{s_{A1}^2}{2}$$

$\xrightarrow{F}$ $\xleftarrow{s_A}$

$$A^{F_{tr}}_{0\div1} = -F_{tr}\cdot s_{A1} = -\mu m_A g\cdot s_{A1}$$

$$A^{m_C g}_{0\div1} = +m_C g\, s_{C1}\cos 30^\circ = m_C g\,\frac{s_{A1}}{2}\,\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0 = -\frac{s_{A1}^2}{2} - \mu m_A g\, s_{A1} + m_C g\,\frac{\sqrt{3}}{4}\, s_{A1}$$

$$\underbrace{s_{A1}}_{\neq 0\ \Rightarrow}\underbrace{\left(\frac{\sqrt{3}}{4} m_C g - \mu m_A g - \frac{s_{A1}}{2}\right)}_{=0} = 0 \Rightarrow s_{A1} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 4 - 0{,}1\cdot 3\right)\cdot 9{,}81$$

$$s_{A1} = 28{,}1\ m$$