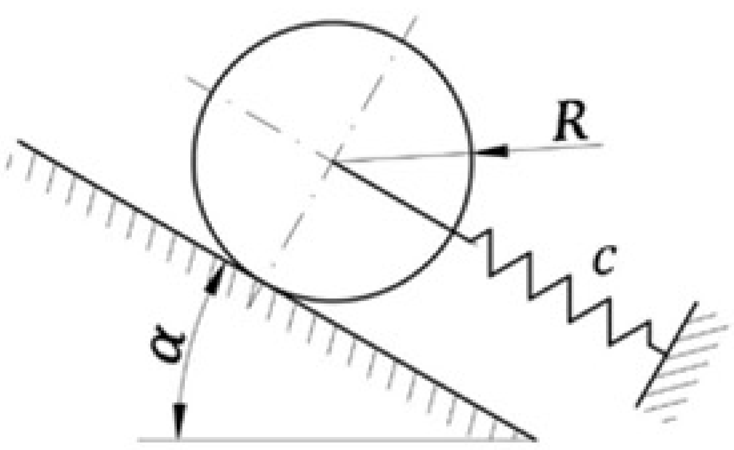
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ (поправни бр. 1)

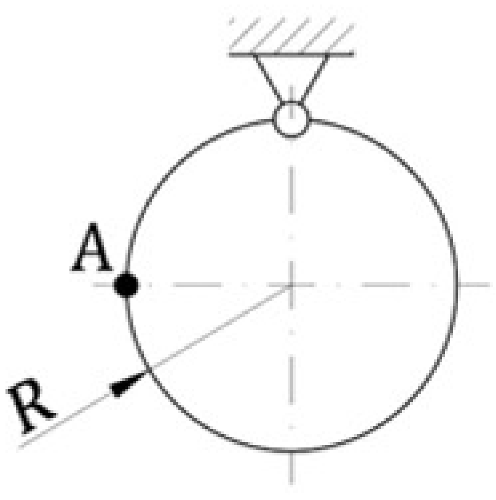
1. Хомогеном кружном диску масе $1/3\ \mathrm{kg}$ и полупречника $25\ \mathrm{cm}$ саопштена је почетна угаона брзина од $20\ \mathrm{rad/s}$ тако да се он уз стрму раван нагиба $\alpha = 30°$ котрља без клизања. За његово средиште везана је опруга крутости $c = 50\ \mathrm{N/m}$ која је у почетном тренутку сабијена тако да се диск налази у стању статичке равнотеже. Диск и подлогу сматрати крутим.

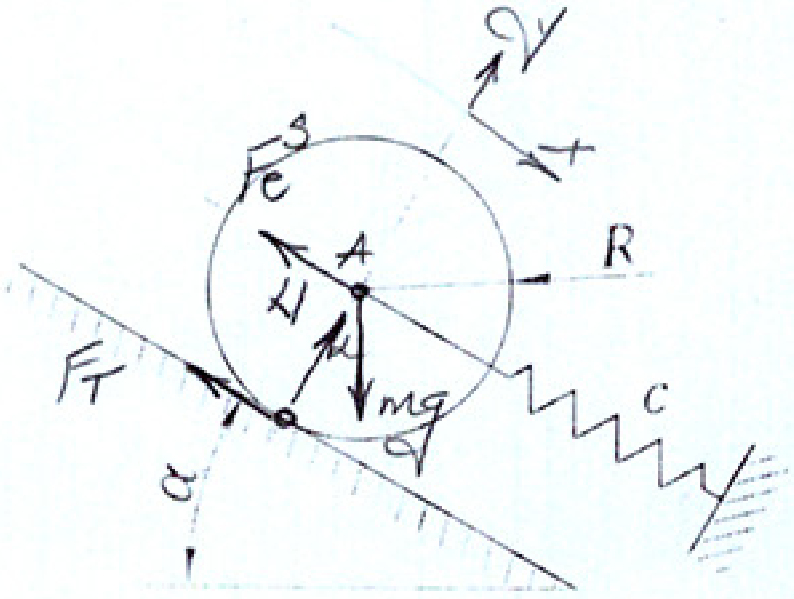
- Одредити скраћење опруге у почетном положају.
- Одредити пут који диск пређе до заустављања. Како тај пут зависи од нагиба стрме равни?



2. Хомогеном кружном диску масе m и полупречника $R = 2\ \mathrm{m}$ саопштена је угаона брзина ω_0 из најнижег положаја.

- Користећи се диференцијалном једначином кретања диска, одредити ону вриједност угаоне брзине ω_0 која ће диску омогућити да се заустави након што направи пола обртаја.
- Како се мијења брзина тачке А са промјеном положаја диска?





статичка равнотежа

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow mg\sin\alpha - F_e^s - F_T = 0$$

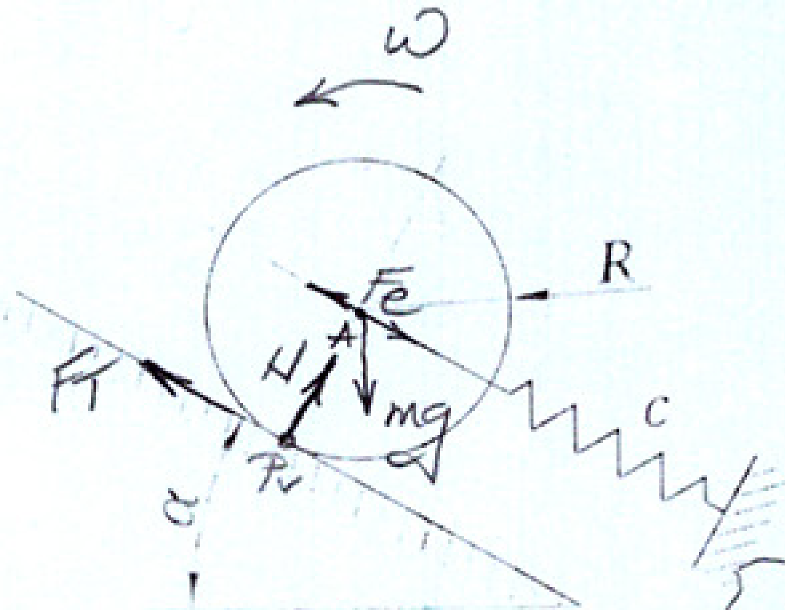
$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow N - mg\cos\alpha = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_T \cdot R = 0 \Rightarrow F_T = 0$$

$$F_e^s = mg\sin\alpha$$

$$c \cdot \Delta s = mg\sin\alpha \Rightarrow \Delta s = \frac{mg\sin\alpha}{c}$$

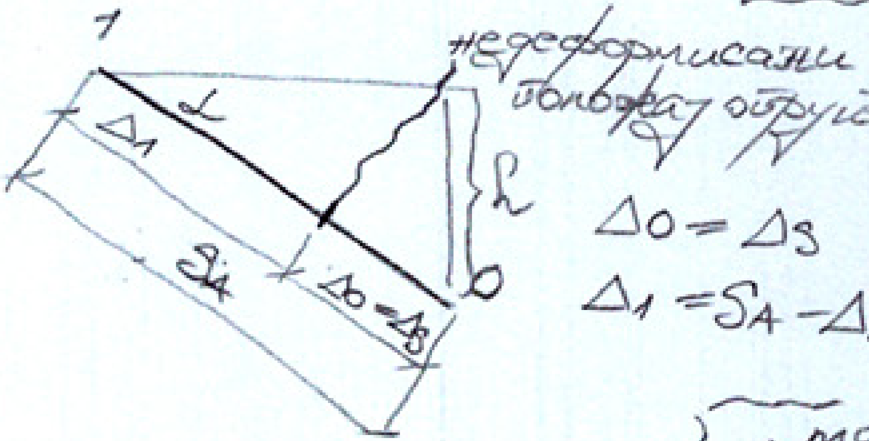
I начин – закон о промени кинетичке енергије



$$E_K = \frac{m v_A^2}{2} + \frac{J_A \omega^2}{2} = \frac{mR^2\omega^2}{2} + \frac{\frac{mR^2}{2}\omega^2}{2}$$

$$v_A = R\omega \qquad = \frac{3}{4} mR^2\omega^2$$

$$\cancel{E_{K1}}^{0} - E_{K0} = A_{01}^{Fe} + A_{01}^{mg} + \cancel{A_{01}^{N}}^{0} + \cancel{A_{01}^{F_T}}^{0}$$



$\Delta_0 = \Delta s$

$\Delta_1 = S_A - \Delta s$

$$\boxed{A^{Fe}} = \frac{1}{2} c\left(\Delta_0^2 - \Delta_1^2\right) = \frac{1}{2} c\left(\Delta s^2 - (S_A - \Delta s)^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} c\left(\cancel{\Delta s^2} - S_A^2 + 2S_A\Delta s - \cancel{\Delta s^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} c S_A\left(2\Delta s - S_A\right)$$

$$\boxed{A^{mg}} = -mgh = -mg S_A \sin\alpha$$

$$-\frac{3}{4} mR^2\omega_0^2 = \frac{1}{2} c S_A\left(2\frac{mg\sin\alpha}{c} - S_A\right) - mg S_A \sin\alpha$$

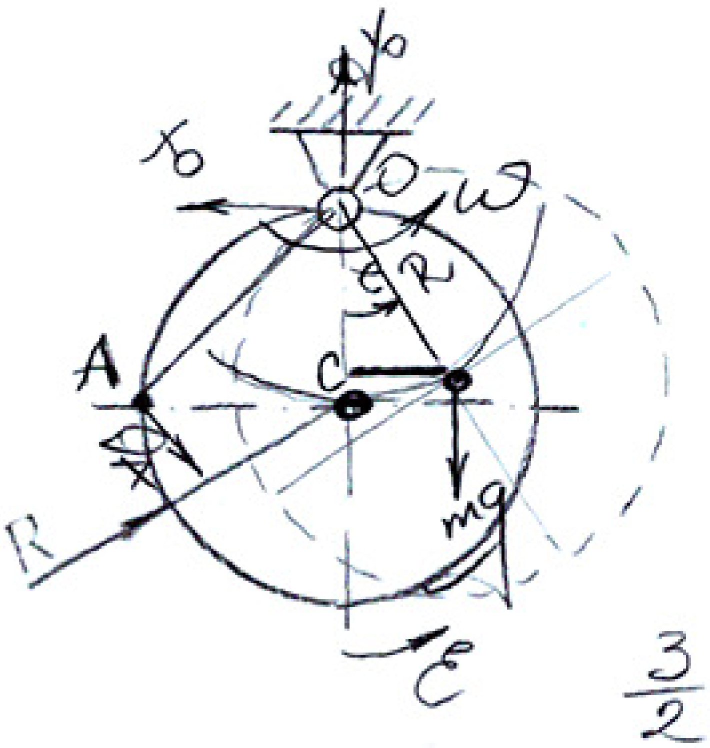
$$-\frac{3}{4} mR^2\omega_0^2 = \cancel{mg S_A \sin\alpha} - \frac{1}{2} c S_A^2 - \cancel{mg S_A \sin\alpha}$$

$$\underline{\underline{S_A}} = R\omega_0\sqrt{\frac{3}{2}\frac{m}{c}} = 0{,}25 \cdot 20\sqrt{\frac{3}{2}\frac{1}{3 \cdot 50}} = \underline{0{,}5\,m}$$

S_A не зависи од α, већ само од почетне брзине диска и карактеристика опруге и диска

II начин – диференцијалне једначине кретања

Диск врши обртно кретање око тачке O



$$J_O \cdot \varepsilon = \sum M_O$$

$$J_O = J_C + m\overline{OC}^2 = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

$$\frac{3}{2}mR^2\varepsilon = -mgR\sin\varphi$$

$$\frac{3}{2}R\frac{d\omega}{dt}\frac{d\varphi}{d\varphi} = -g\sin\varphi \qquad \frac{d\varphi}{dt}=\omega$$

$$\frac{3}{2}R\int_{\omega_0}^{\omega}\omega\, d\omega = -g\int_0^{\varphi}\sin\varphi\, d\varphi \Rightarrow \frac{3}{2}R\left(\frac{\omega^2}{2}-\frac{\omega_0^2}{2}\right) = +g(\cos\varphi-\cos 0^\circ)$$

за $\omega^*=0$ и $\varphi^*=180^\circ \Rightarrow -\frac{3}{2}R\frac{\omega_0^2}{2} = -2g \Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{8g}{3R}}$

$$v_A = \overline{OA}\cdot\omega = R\sqrt{2}\cdot\omega$$

$$\frac{\omega^2}{2}-\frac{1}{2}\frac{8g}{3R} = \frac{2g}{3R}(\cos\varphi-1) \,/\cdot 2$$

$$\omega^2 = \frac{g}{3R}(8+4\cos\varphi-4)$$

$$\omega^2 = \frac{4g}{3R}(\cos\varphi+1)$$

$$v_A = \sqrt{2R^2\cdot\frac{4g}{3R}(\cos\varphi+1)}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{8}{3}gR(\cos\varphi+1)}$$