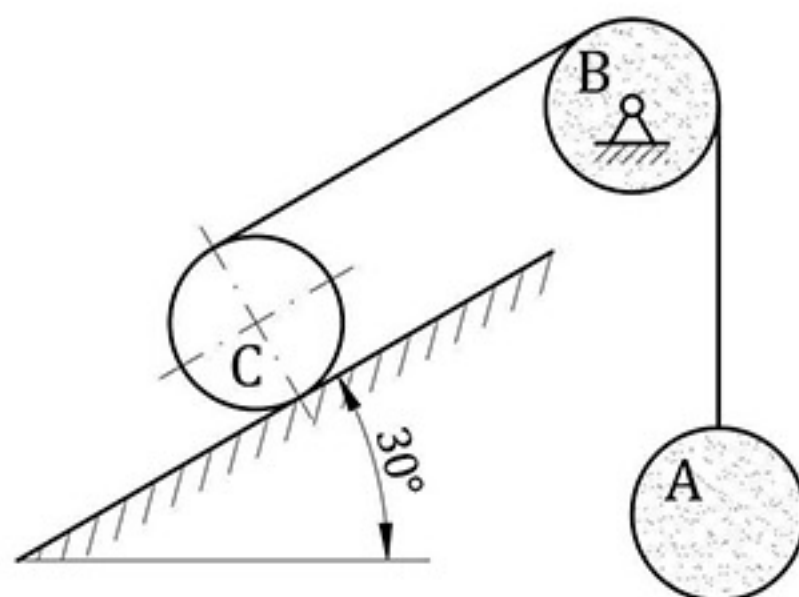


### ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ

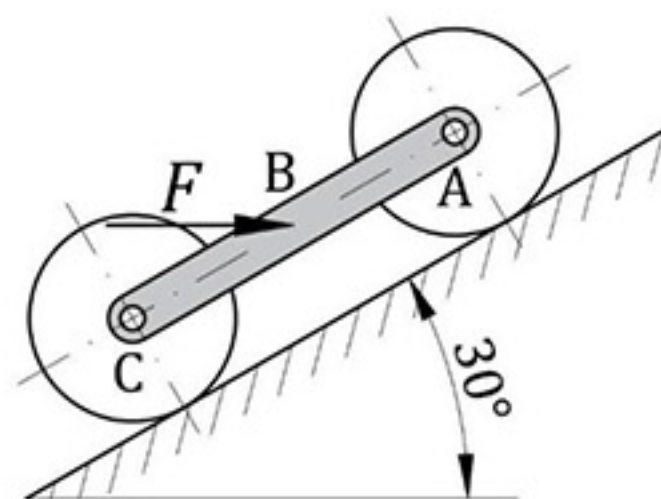
1. Систем приказан на слици састоји се од хомогених кружних дискова полупречника 25 cm и маса  $m_A = 4 \text{ kg}$ ,  $m_B = 0 \text{ kg}$  и  $m_C = 3 \text{ kg}$ . Диск C се по подлози котрља без клизања. Ако кретање система започиње из стања мировања, одредити:

- силу у неистегљивом ужету које спаја дискове и
- брзину тијела A након што пређе пут од 2 m.



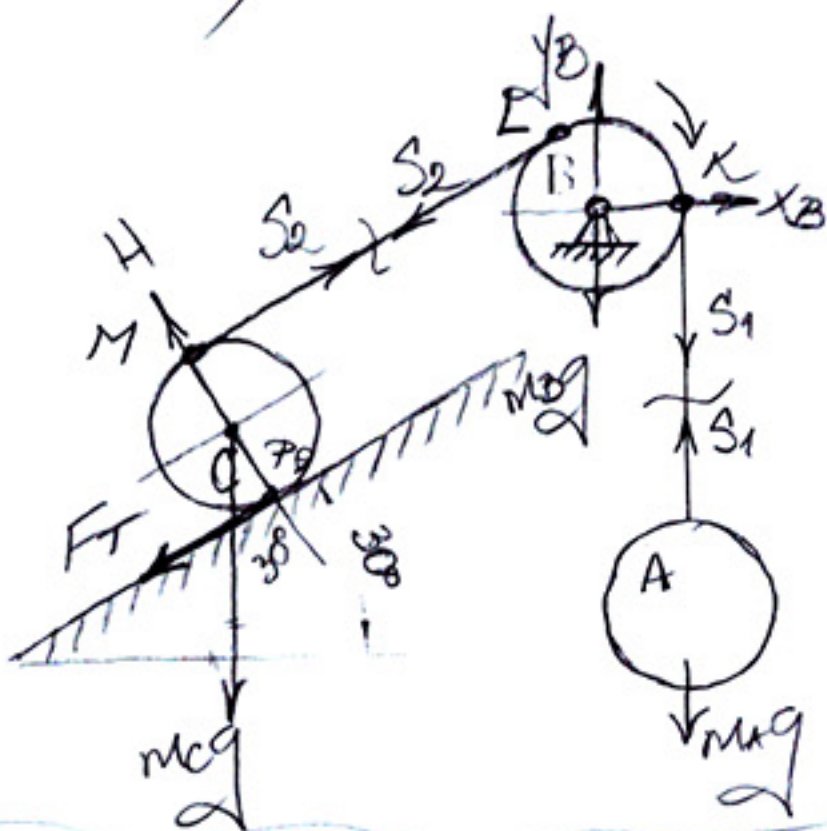
2. Систем приказан на слици састоји се из два хомогена кружна диска маса по 4 kg и полупречника по 25 cm који се по стрмој равни котрљају без клизања. Средишта дискова су зглобно везана хомогеним штапом B дужине 3 m и масе 2 kg. У средишту штапа дјелује хоризонтална сила  $F$  чији се интензитет мијења према закону  $F = (50s_A + 10) \text{ [N]}$ , гдје је  $s_A \text{ [m]}$  пут који пређе тијело A у односу на почетни положај у коме је његова брзина износила 1 m/s уз стрму раван.

- Одредити кинетичку енергију система на почетку кретања.
- Одредити брзину центра инерције штапа након што пређе пут од два метра.





- 1  
 A - шарица  
 B - катушка  
 C - шарик



$$m_A \vec{a}_A = \vec{F}_A \Rightarrow m_A \cdot a_A = m_A g - S_1$$

$$J_B \vec{\epsilon}_B = S_1 \cdot R - S_2 \cdot R \Rightarrow S_1 = S_2 = S$$

$$o(m_B = 0)$$

$$m_C \vec{a}_C = \vec{F}_C = m_C a_C = S_2 - F_T - m_C g \sin 30^\circ$$

$$J_C \cdot \epsilon_C = S_2 \cdot R + F_T \cdot R$$

$$\left. \begin{aligned} m_A \cdot a_A &= m_A g - S \\ m_C a_C &= S - F_T - \frac{m_C g}{2} \\ \frac{m_C R}{2} \epsilon_C &= S R + F_T R \end{aligned} \right\}$$

$$J_C = \frac{m_C R^2}{2}$$

$a_C = R \cdot \epsilon_C$  бо бапу  
 како за  
 спрегнута жица  
 иду се до истих  
 софка без змигача

$$v_A = v_K = v_L = v_M = R \omega_C = 2R \omega_C \Rightarrow a_A = 2R \epsilon_C \Rightarrow \epsilon_C = \frac{a_A}{2R}$$

$$\left. \begin{aligned} m_A a_A &= m_A g - S \quad (1) \\ m_C \frac{a_A}{2} &= S - F_T - \frac{m_C g}{2} \quad (2) \\ m_C \frac{R}{2} \frac{a_A}{2R} &= S + F_T \quad (3) \end{aligned} \right\}$$

$$(1) + (3) \Rightarrow a_A (m_A + \frac{m_C}{4}) - m_A g = F_T$$

$$(3) - (2) \Rightarrow -\frac{1}{4} m_C a_A = 2 F_T + \frac{m_C g}{2}$$

$$-\frac{1}{4} m_C a_A = a_A (2 m_A + \frac{m_C}{2}) - 2 m_A g + \frac{m_C g}{2}$$

$$a_A (2 m_A + \frac{m_C}{2} + \frac{m_C}{4}) = 2 m_A g - \frac{m_C g}{2}$$

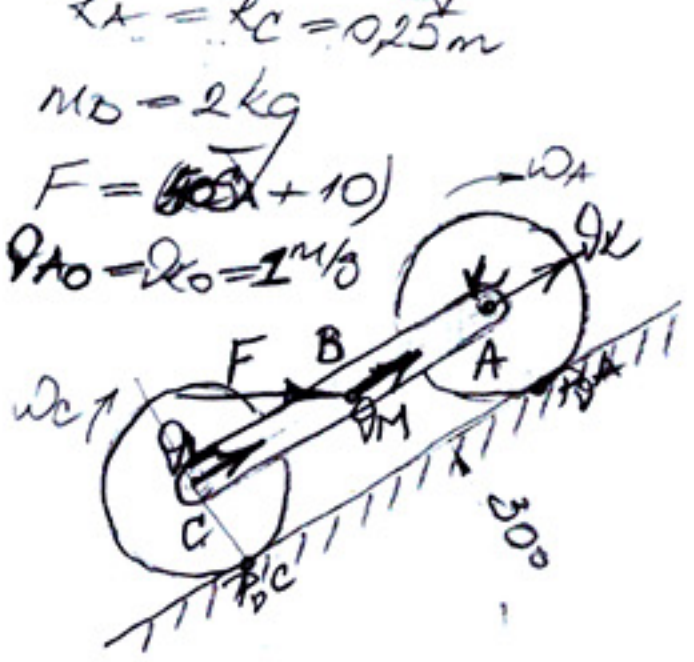
$$a_A = \frac{2 \cdot 4 \cdot 9,81 - \frac{3 \cdot 9,81}{2}}{2 \cdot 4 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}} = 6,22 \text{ m/s}^2 = \text{const}$$

$$a_A = \frac{dv_A}{dt} \cdot \frac{dy_A}{\sqrt{y_A}} = \frac{v_A dv_A}{\sqrt{y_A}}$$

$$\int_0^{v_A^*} v_A dv_A = 6,22 \int_0^{y_A^*} \frac{dy_A}{\sqrt{y_A}} \Rightarrow \frac{v_A^{*2}}{2} = 6,22 \cdot 2$$

$$v_A^* = 4,99 \text{ m/s}$$

- 2  
 $m_A = m_C = 4 \text{ kg}$   
 $R_A = R_C = 0,25 \text{ m}$   
 $m_B = 2 \text{ kg}$   
 $F = 60 \text{ N} + 10 \text{ N}$   
 $v_{A0} = v_{C0} = 1 \text{ m/s}$



A, C - шарик  
 B - катушка

$$\| v_K = v_L = v_M = v_O \|$$

$$v_K = R_A \omega_A \Rightarrow \omega_A = \frac{v_O}{R_A}$$

$$v_L = R_C \omega_C \Rightarrow \omega_C = \frac{v_O}{R_C}$$

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{m_A v_O^2}{2} + \frac{J_A \omega_A^2}{2} + \frac{m_B v_O^2}{2} + \frac{J_C \omega_C^2}{2} + \frac{m_C v_O^2}{2} \\ &= \frac{m_A v_O^2}{2} + \frac{m_A R_A^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v_O^2}{R_A^2} + \frac{m_B v_O^2}{2} + \frac{m_C R_C^2}{2} \cdot \frac{v_O^2}{R_C^2} + \frac{m_C v_O^2}{2} \\ &= (2 + 1 + 2 + 1 + 1) v_O^2 = 7 v_O^2 \end{aligned}$$

$$E_{K0} = 7 v_{O0}^2 = 7 \cdot 1^2 = 7 \text{ J}$$

$$\left. \begin{aligned} E_{K1} - E_{K0} &= A_{O \rightarrow 1}^F + A_{O \rightarrow 1}^{m_A g} + A_{O \rightarrow 1}^{m_B g} + A_{O \rightarrow 1}^{m_C g} \\ 7 v_{M1}^2 - 7 &= 60 \sqrt{3} - 9,81 \sin 30^\circ (m_A + m_B + m_C) \frac{S_A}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} A_{O \rightarrow 1}^F &= \int \vec{F} \cdot d\vec{S}_M = \int F \cdot \cos 30^\circ dS_M \\ &= \int_0^{S_A} \frac{\sqrt{3}}{2} (60 \cos \alpha + 10) dS_M \quad \cos \alpha \\ &= \int_0^{S_A} \frac{\sqrt{3}}{2} (60 \cos \alpha + 10) dS_A \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (60 \frac{4}{2} + 10 \cdot 2) = 60 \sqrt{3} \text{ J} \end{aligned}$$

$$v_{M1} = \sqrt{\frac{1}{7} [7 + 60 \sqrt{3} - 9,81 \cdot \frac{1}{2} (4 + 2 + 4) \cdot 2]}$$

$$v_{M1} = 1,35 \text{ m/s}$$