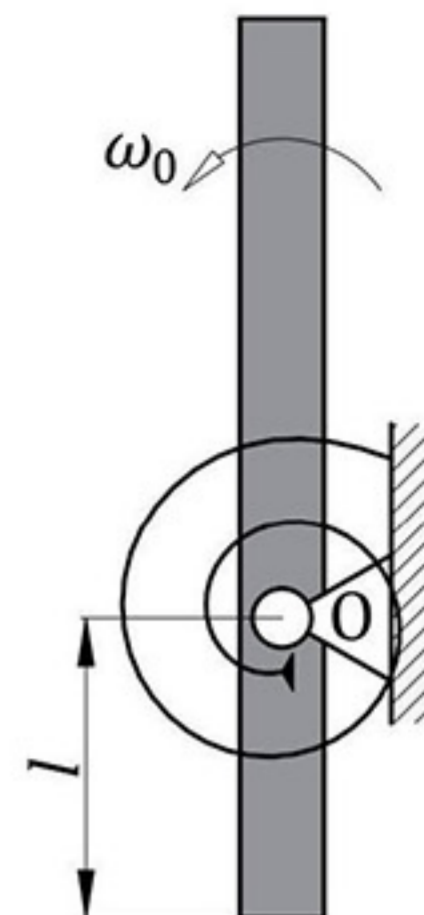


### ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ДИНАМИКЕ

1. Хомогеном штапу масе  $2m$  и дужине  $3l$  се у највишем положају у вертикалној равни приказаном на слици саопштава почетна угаона брзина  $\omega_0$ . Његовом кретању се супротставља торзиона опруга крутости  $c^*$  која је ненапрегнута у почетном положају.

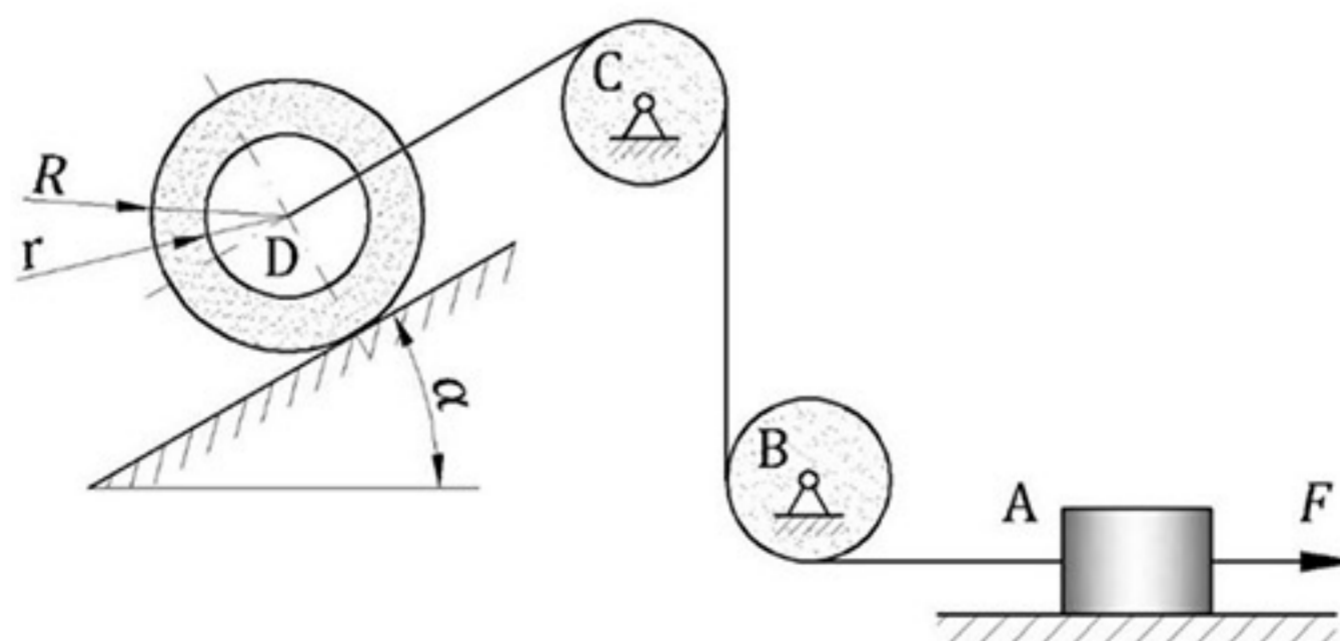
- Одредити угаону брзину штапа након описаних  $90^\circ$ .
- Одредити при којој ће се крутости торзионе опруге штап зауставити у најнижем положају.
- Доказати да је аксијални момент инерције штапа за осу ротације  $2ml^2$ .

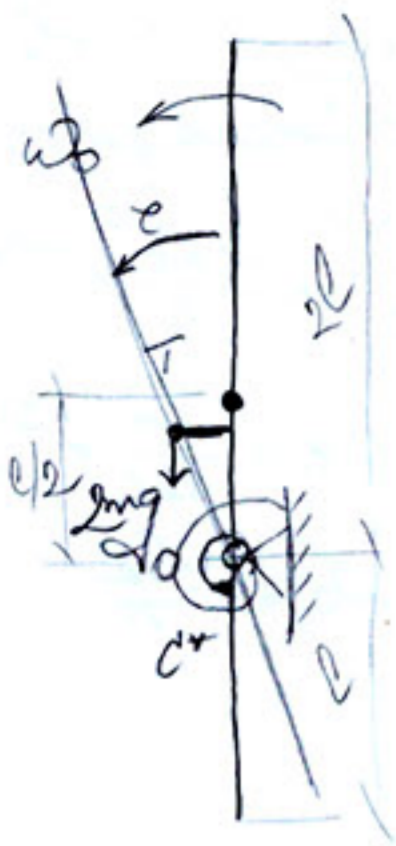


Користити се диференцијалном једначином обртања крутог тијела око непокретне осе.

2. Систем тијела приказан на слици вуче се, помоћу неистегљивог ужета, силом  $F$  константног правца чији се интензитет мијења према закону  $(2s_D + 5)$  [N] ( $s_D$  [m] је пут који тијело D прелази у односу на свој почетни положај). Трење између ужета и котурова, али и између тијела A масе  $2m$  и подлоге је занемарљиво. Дискови B и C су хомогени и њихови полупречници износе по  $0,2r = 0,1R = 10$  cm, а масе по  $m = 2$  kg. Тијело D се састоји од два хомогена коаксијално чврсто спојена диска, од којих је већи масе  $3m$ , а мањи занемарљиве масе. Стрма равна нагиба  $\alpha = 30^\circ$  је идеално глатка. Кретање је у вертикалној равни. Одредити:

- кинетичку енергију система у функцији брзине тијела A;
- смјер кретања система на почетку кретања;
- сумарни рад свих сила у систему док се диск B обрне за пола круга.





$$\underline{J_0} = J_T + 2m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{2m(3l)^2}{12} + 2m\frac{l^2}{4} = ml^2 \frac{18+6}{12} = \underline{2ml^2}$$

$$J_0 \dot{E} = 2mg \frac{l}{2} \sin \theta - c^* \dot{\theta}$$

$$E = \frac{d\omega}{dt} \frac{d\theta}{d\theta} = \frac{\omega d\omega}{d\theta}$$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \omega d\omega = \int_0^{\theta} \left( 2mg \frac{l}{2} \sin \theta - c^* \dot{\theta} \right) \frac{1}{J_0} d\theta$$

$$\frac{\omega^2}{2} = \frac{\omega_0^2}{2} + \frac{2mgl}{2J_0} (-\cos \theta) \Big|_0^{\theta} - \frac{c^*}{J_0} \frac{\theta^2}{2} \cdot 2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{2mgl}{2ml^2} (1 - \cos \theta) - \frac{c^*}{2ml^2} \theta^2$$

$$3a \quad \left. \begin{array}{l} \theta = 90^\circ \\ = \frac{1}{2} \text{ rad} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 + \frac{g}{l} - \frac{c^* \theta^2}{2ml^2} \Rightarrow \underline{\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{g}{l} - \frac{c^* \theta^2}{2ml^2}}}$$

$$3a \quad \left. \begin{array}{l} \theta = \pi \text{ rad} \\ \omega = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = \omega_0^2 + \frac{2g}{l} - \frac{c^* \pi^2}{2ml^2} \Rightarrow \underline{c^* = \frac{2ml^2}{\pi^2} (\omega_0^2 + \frac{2g}{l})}$$

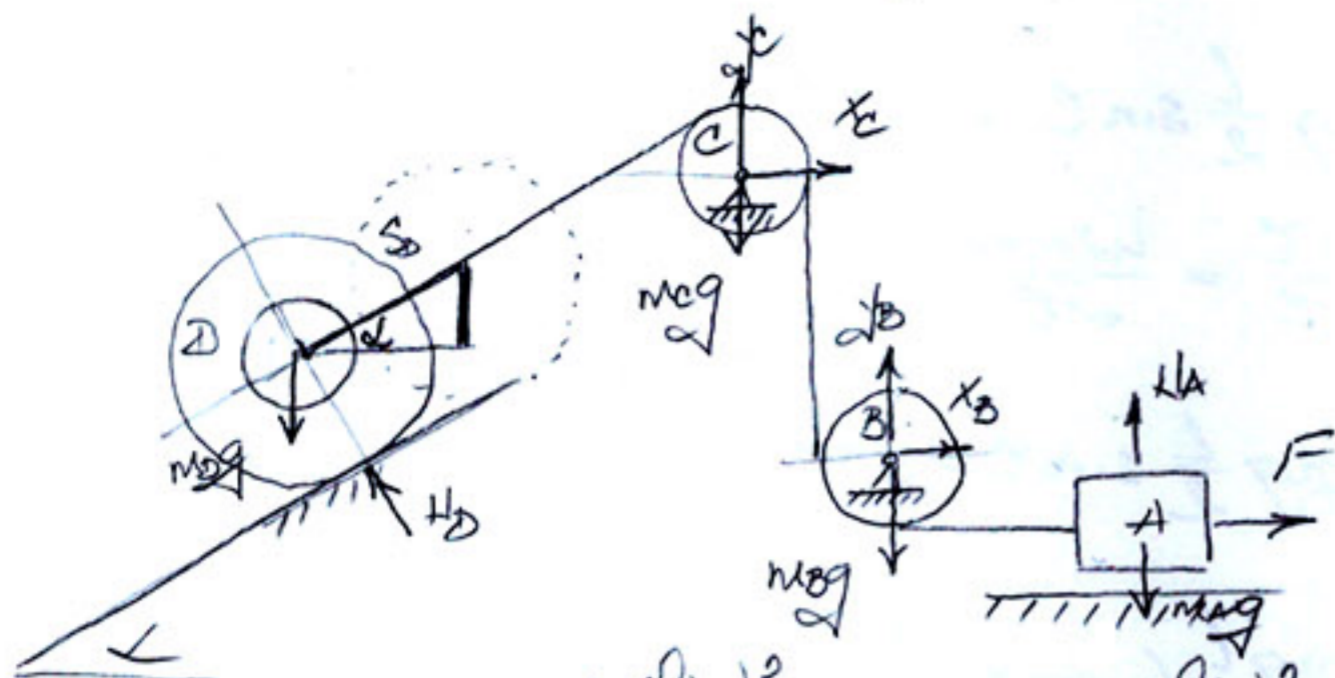
② Стрџа раван је идеална платна, па се нијело Д само клиза по погледу, односно брши масу TRANSLACIЈУ

$$E_k = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{J_B \omega_B^2}{2} + \frac{J_C \omega_C^2}{2} + \frac{m_D v_D^2}{2}$$

$$v_A = 0,2r\omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{v_A}{0,2r} = \frac{5v_A}{r}$$

$$v_A = 0,2r\omega_C \Rightarrow \omega_C = \frac{5v_A}{r}$$

$$v_D = v_A$$



$$E_k = \frac{2m v_A^2}{2} + \frac{m(0,2r)^2 \left(\frac{5v_A}{0,2r}\right)^2}{4} + \frac{m(0,2r)^2 \left(\frac{5v_A}{0,2r}\right)^2}{4} + \frac{3m v_A^2}{2} = m v_A^2 (1 + 0,25 + 0,25 + 1,5) = 3m v_A^2$$

$$E_k = 6v_A^2$$

Узимајући да је сумар кретања система унапред са сумом силе  $F$  горијано

$$A = \int_0^{s_A} F ds_A - m g \cdot s_D \sin \alpha = \int_0^{s_A} (2s_D + 5) ds_A - 3m g s_D \frac{1}{2} = \int_0^{s_A} (2s_A + 5) ds_A - 1,5 m g s_A$$

$$A = s_A^2 + 5s_A - 1,5 \cdot 2 \cdot 9,81 s_A = s_A^2 - 24,43 s_A = 0,04r^2 \omega^2 - 24,43 \cdot 0,2r \omega$$

$$v_A = 0,2r\omega_B \Rightarrow s_A = 0,2r \omega$$

$$= 0,01 \omega^2 - 2,443 \omega$$

$$= 0,01 \cdot \pi^2 - 2,443 \pi = -7,58 \text{ J}$$

Горјени резултат важи за сумар да у посматраном временском оквиру систем не покреће сумар кретања. Три одређеним брзостима постоје брине система маје горје до промене сумар кретања у посматраном интервалу. Тој ако је  $v_{A0} = 0,797 \text{ m/s}$  уредно онда ће се систем зауставити након што се горје  $B$  одине за  $90^\circ$ , тј. за  $\frac{1}{2}$  фазурања:

$$E_{k1} - E_{k0} = 0,01 \omega^2 - 2,443 \omega$$

$$6v_{A1}^2 - 6 \cdot 0,797^2 = 0,01 \omega^2 - 2,443 \omega$$

$$0,01 \omega^2 - 2,443 \omega + 3,811 = 0$$

$$\omega_{1/2} = \frac{2,443 \pm \sqrt{2,443^2 - 4 \cdot 0,01 \cdot 3,811}}{0,02} = \begin{cases} \omega = 1,57 \\ \omega = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Тада ће се промијенити и рад силе теже. Ако се тукло  $B$  у врбу дијоници кретања одијело за  $90^\circ$  у реду, а у врбу дијоници кретања у врбу сумару, онда систем у крајем положају пролази кроз почетни положај па неће промене у висини, те је рад тежине једнак нули. Фазити  $B$  задржав за  $v_{A0} = 0,5 \text{ m/s}$  уредно

Фрејбостабили оно да се систем креће уредно, а горјим нејативан рад. То значи да се систем на почетку кретања креће супротно од силе  $F$ , али само ако је систем кретање заједно из стања мировања или ако је почетна брзина тукла  $A$  уредно. Слично се маје показати на основу горијених једначина кретања.