XI sedmica nastave

- predavanja sa primjerima -

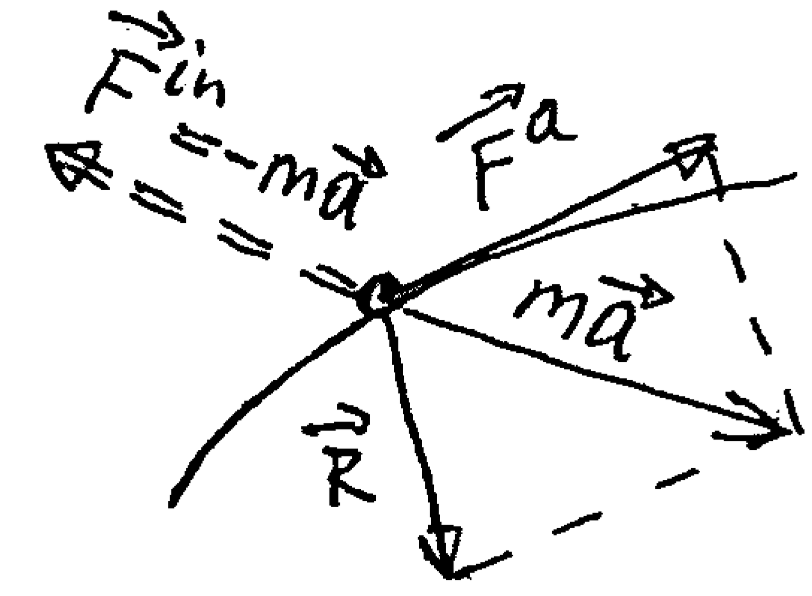
8. Dalamberov princip

Dalamberov princip predstavlja rezultat nastojanja da se dinamičke jednačine u formalnom smislu zapišu u obliku statičkih jednačina.

8.1 Dalamberov princip za tačku

Posmatrajmo, prvo, neslobodnu tačku mase m na koju djeluju aktivne sile čija je rezultanta $\vec{F}^a$. Osnovnu jednačinu dinamike tačke

$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \vec{R},$$



gdje je $\vec{R}$ rezultanta reakcija veza, možemo napisati u obliku

$$\vec{F}^a + \vec{R} + (-m\vec{a}) = 0,$$

odnosno

$$\vec{F}^a + \vec{R} + \vec{F}^{in} = 0 \qquad (1)$$

pri čemu smo uveli oznaku $\vec{F}^{in} = -m\vec{a}$.

Vektor $\vec{F}^{in}$ koji je jednak negativnom proizvodu mase tačke i njenog ubrzanja naziva se inercijalna sila.

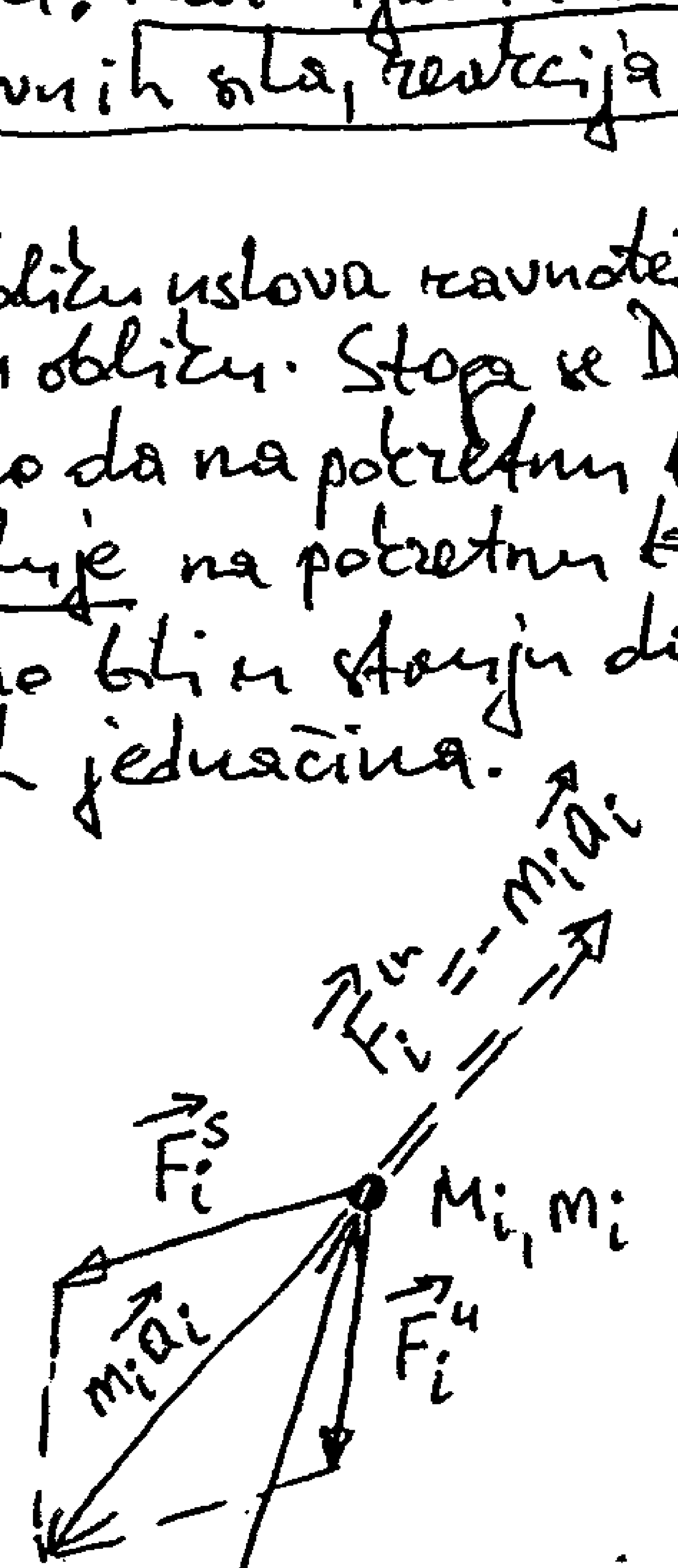
Dobijena jednačina (1) izražava Dalamberov princip za tačku: Materijalna tačka se kreće tako da je u svakom trenutku vektorski zbir aktivnih sila, reakcija veza i inercijalne sile jednak nuli.

Jednačina (1) ima oblik statičke jednačine, tj. izražava se u obliku uslova ravnoteže sila, a u suštini predstavlja dinamičku jednačinu u vektorskom obliku. Stoga se Dalamberov princip naziva i metod kinetostatike. Naglasimo da na pokretnu tačku djeluju stvarno samo sile $\vec{F}^a$ i $\vec{R}$, a da sila inercije ne djeluje na pokretnu tačku. Inercijalna sila je uvedena uslovno, tj. vještački, da bi smo bili u stanju da dinamičke jednačine postavimo formalno u obliku statičkih jednačina.

8.2 Dalamberov princip za sistem

Ako pojedinačno, na svaku materijalnu tačku sistema, primijenimo Dalamberov princip za tačku, dobijamo

$$\vec{F}_i^s + \vec{F}_i^u + \vec{F}_i^{in} = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \qquad (1)$$



gdje su $\vec{F}_i^s$ i $\vec{F}_i^u$ rezultante spoljašnjih i unutrašnjih sila koje djeluju na tačku M_i, a $\vec{F}_i^{in} = -m_i\vec{a}_i$ inercijalna sila i-te tačke.

Sabirajući sve jednačine sistema (1), uzimajući u obzir da je $\sum \vec{F}_i^u = 0$, dobijamo

$$\sum \vec{F}_i^s + \sum \vec{F}_i^{in} = 0,$$

odnosno

$$\vec{F}_r^s + \vec{F}_r^{in} = 0 \qquad (2)$$

gdje je $\vec{F}_r^s = \sum \vec{F}_i^s$ glavni vektor spoljašnjih sila i $\vec{F}_r^{in} = \sum \vec{F}_i^{in}$ glavni vektor inercijalnih sila sistema materijalnih tačaka.

Pomnožimo li jednačine (1) vektorski sa lijeve strane odgovarajućim vektorima položaja tačaka i saberemo, dobijamo

$$\sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{s} + \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{u} + \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{in} = 0$$

Svaki od ovih sabiraka predstavlja glavne momente odgovarajućih sila za tačku O, tj.:

- $\sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{s} = \sum \vec{M}_O^{\vec{F}_i^s} = \vec{M}_O^{s}$ – glavni moment spoljašnjih sila;
- $\sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{u} = \sum \vec{M}_O^{\vec{F}_i^u} = \vec{M}_O^{u}$ – glavni moment unutrašnjih sila koji je uvijek jednak nuli;
- $\sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{in} = \sum \vec{M}_O^{\vec{F}_i^{in}} = \vec{M}_O^{in}$ – glavni moment inercijalnih sila materijalnog sistema.

Tako se prethodna jednačina može napisati u obliku

$$\vec{M}_O^{s} + \vec{M}_O^{in} = 0 \qquad (3)$$

Pošto u spoljašnje sile, u slučaju neslobodnog sistema, ulaze i reakcije spoljašnjih veza to je glavni vektor i glavni moment spoljašnjih sila pogodno zapisati u obliku

$$\vec{F}_R^{s} = \vec{F}_R^{a} + \vec{R}_R, \quad \vec{M}_O^{s} = \vec{M}_O^{a} + \vec{M}_O^{R}$$

gdje su

$$\vec{F}_R^{a} = \sum \vec{F}_i^{a}, \quad \vec{R}_R = \sum \vec{R}_i, \quad \vec{M}_O^{a} = \sum \vec{M}_O^{\vec{F}_i^a}, \quad \vec{M}_O^{R} = \sum \vec{M}_O^{\vec{R}_i}$$

glavni vektori i glavni momenti aktivnih sila i reakcija spoljašnjih veza.

Saglasno prethodnom grupisanju sila i momenata, Dalamberov princip za sistem (jednačine (2) i (3)) ima oblik

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_R^{a} + \vec{R}_R + \vec{F}_R^{in} &= 0 \\ \vec{M}_O^{a} + \vec{M}_O^{R} + \vec{M}_O^{in} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

i glasi: Sistem se kreće tako da je u svakom trenutku vektorski zbir glavnih vektora aktivnih sila, reakcija spoljašnjih veza i inercijalnih sila, a takođe vektorski zbir glavnih momenata aktivnih sila, reakcija spoljašnjih veza i inercijalnih sila, izračunatih za proizvoljni pol, jednaki nuli.

Jednačinama (4) odgovaraju šest jednačina u vidu projekcija na ose Dekartovog sistema

$$\left.\begin{aligned} F_{Rx}^{a} + R_{Rx} + F_{Rx}^{in} = 0; &\quad M_x^{a} + M_x^{R} + M_x^{in} = 0 \\ F_{Ry}^{a} + R_{Ry} + F_{Ry}^{in} = 0; &\quad M_y^{a} + M_y^{R} + M_y^{in} = 0 \\ F_{Rz}^{a} + R_{Rz} + F_{Rz}^{in} = 0; &\quad M_z^{a} + M_z^{R} + M_z^{in} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Dakle, ovaj princip omogućava formiranje dinamičkih jednačina sistema, na isti način, kao što se u statici formiraju uslovi ravnoteže. Ovaj metod je naročito pogodan pri određivanju nepoznatih reakcija spoljašnjih veza, jer princip isključuje unutrašnje sile kada se sistem posmatra kao cjelina. Za određivanje unutrašnjih reakcija veza, dati sistem treba rastaviti na djelove tako da tražene unutrašnje sile za te djelove sistema postanu spoljašnje.

Da bi se primijenio Dalamberov princip bitno je znati odrediti glavni vektor i glavni moment inercijalnih sila. Ako se posmatra kretanje sistema u odnosu na inercijalni koordinatni sistem, biće

$$\vec F_r^{in} = \sum \vec F_i^{in} = -\sum m_i \vec a_i = -\frac{d}{dt}\sum m_i \vec v_i = -\frac{d\vec K}{dt}$$

odnosno, pošto je $\vec K = m\vec v_c$,

$$\vec F_r^{in} = -m\vec a_c, \qquad (6)$$

i

$$\vec M_O^{in} = \sum \vec r_i \times \vec F_i^{in} = -\sum \vec r_i \times m_i \vec a_i = -\frac{d}{dt}\sum \vec r_i \times m_i \vec v_i \,,\ \text{tj.}$$

$$\vec M_O^{in} = -\frac{d\vec L_O}{dt} \qquad (7)$$

Dakle, glavni vektor inercijalnih sila jednak je negativnom proizvodu mase sistema i ubrzanja centra inercije, a glavni moment inercijalnih sila za nepokretni pol O jednak je negativnom izvodu po vremenu momenta količine kretanja sistema za istu tačku O.

Izrazi (6) i (7), takođe pokazuju da su jednačine (2) i (3), odnosno (4), po svojoj suštini ekvivalentne sa jednačinama koje izražavaju zakon o kretanju centra inercije sistema, odnosno o promjeni količine kretanja, i momenta količine kretanja sistema, a razlikuju se od njih samo po formi.

Momentna jednačina (3), odnosno $(4)_2$, može se napisati za bilo koju tačku, a često je pogodno to uraditi za centar inercije sistema:

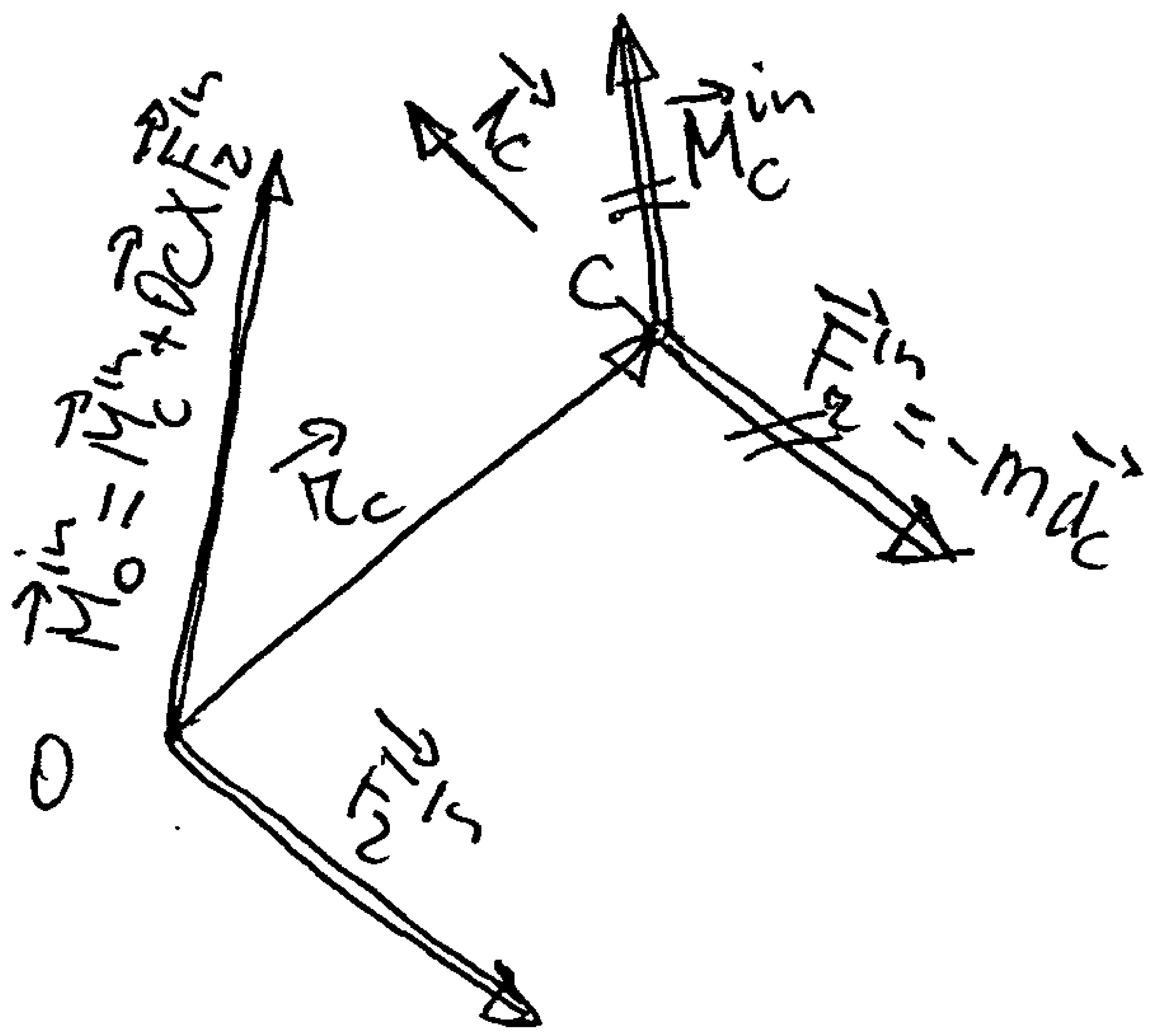
$$\vec M_C^{a} + \vec M_C^{R} + \vec M_C^{in} = 0 \qquad (8)$$

Bez teškoća se izvodi da je glavni moment inercijalnih sila za centar inercije jednak, analogno izrazu (7), negativnom izvodu po vremenu kinetičkog momenta sistema za centar inercije, tj.

$$\vec M_C^{in} = -\frac{d\vec L_C}{dt} \qquad (9)$$

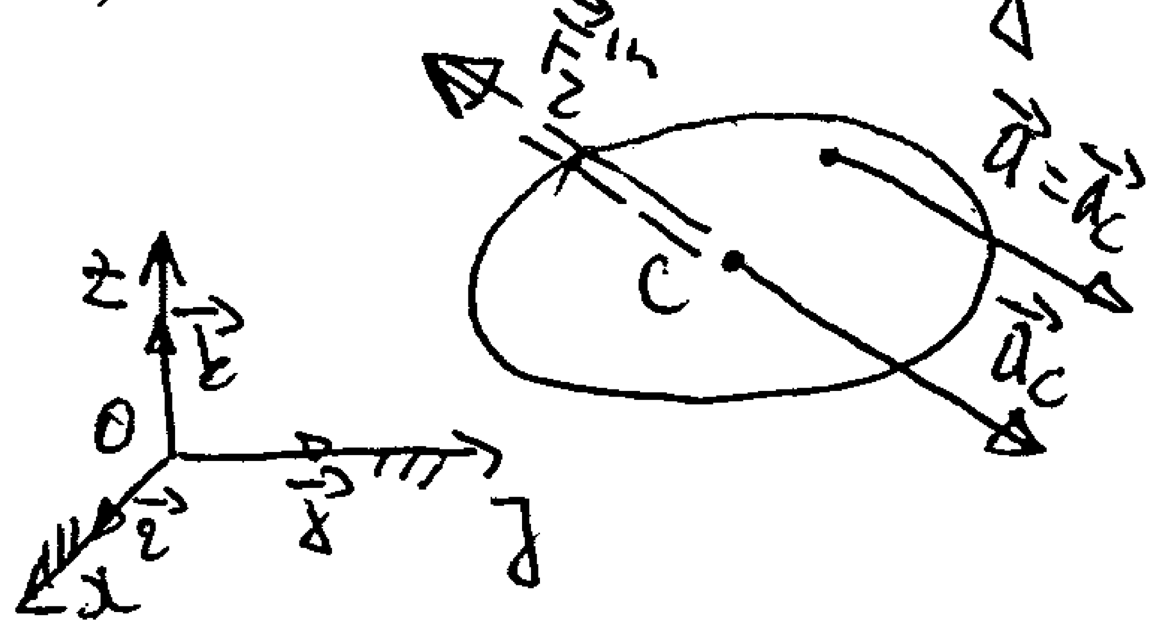
Takođe, lako se uspostavlja veza

$$\vec M_O^{in} = \vec M_C^{in} + \vec r_C \times \vec F_r^{in} \qquad (10)$$



8.3 Glavni vektor i glavni moment sila inercije krutog tijela

a) translatorno kretanje

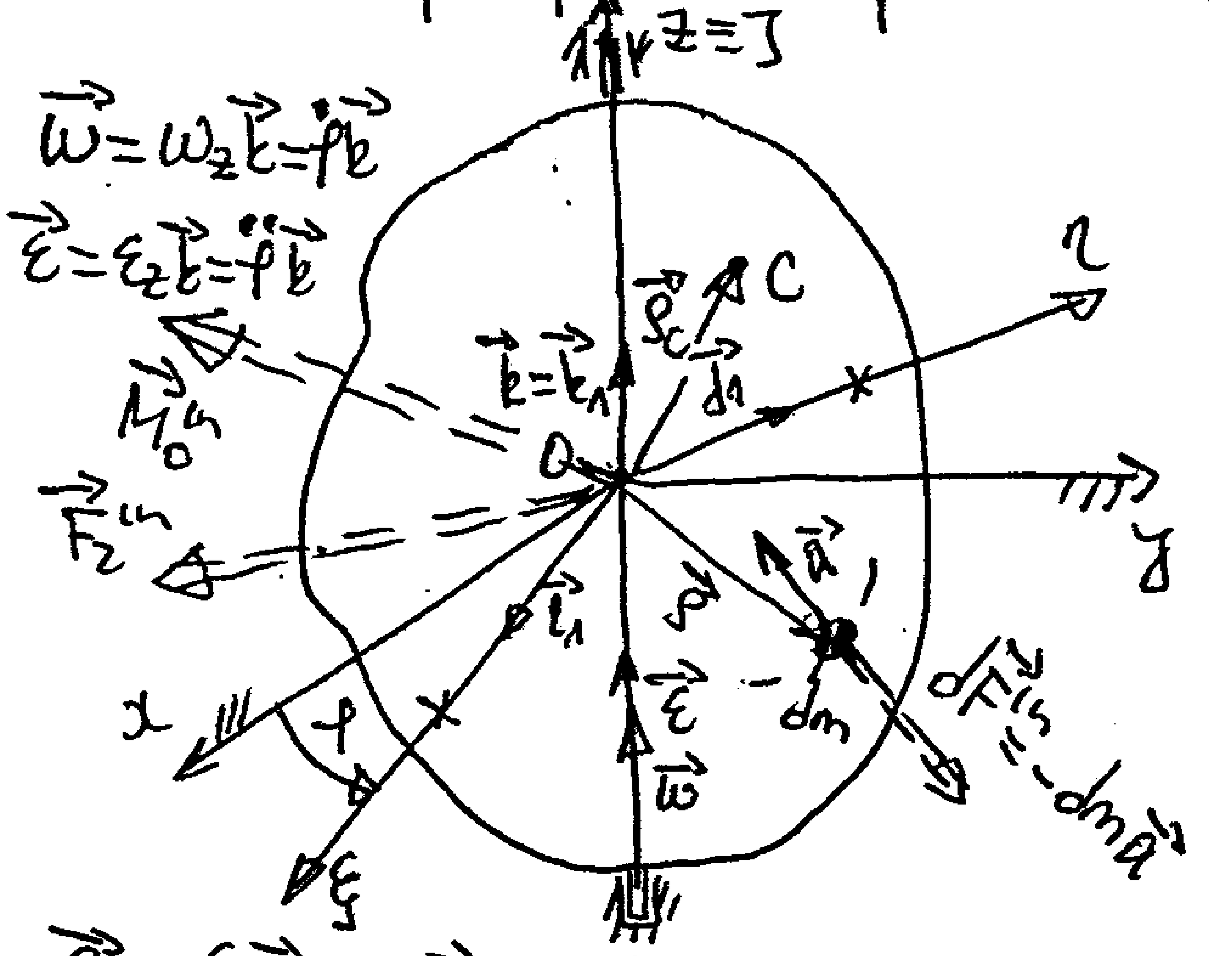


$$\vec{F}_r^{in} = -m\vec{a}_C = -m(\ddot{x}_C\vec{i} + \ddot{y}_C\vec{j} + \ddot{z}_C\vec{k}) \quad (1)$$

$$\vec{M}_C^{in} = -\frac{d\overset{0}{\vec{L}_C}}{dt} = 0$$

Sistem inercijalnih sila translatorno pokretnog tijela svodi se na rezultantu sa napadnom tačkom u centru inercije tijela, a koja je jednaka negativnom proizvodu mase tijela i njegovog ubrzanja.

b) obrtanje tijela oko nepokretne ose



$$\vec{\rho}_C = \xi_C\vec{i}_1 + \eta_C\vec{j}_1 + z_C\vec{k}$$

$$\vec{F}_r^{in} = \int_{(m)} d\vec{F}^{in} = -\int_{(m)} \vec{a}\,dm = -m\vec{a}_C \quad (3)$$

$$\vec{M}_O^{in} = \int_{(m)} \vec{\rho} \times d\vec{F}^{in} = -\frac{d\vec{L}_O}{dt} \quad (4)$$

Pogodno je ove vektore prikazati u pokretnom koordinatnom sistemu $O\xi\eta z$ koji se okreće zajedno sa tijelom.

$$\vec{a}_C = \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_C + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_C)$$

$$\vec{\omega} \times \vec{\rho}_C = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_z \\ \xi_C & \eta_C & z_C \end{vmatrix} = -\eta_C\omega_z\vec{i}_1 + \xi_C\omega_z\vec{j}_1$$

$$\Rightarrow \vec{a}_C = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \\ \xi_C & \eta_C & z_C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_z \\ -\eta_C\omega_z & \xi_C\omega_z & 0 \end{vmatrix} = -(\eta_C\varepsilon_z + \xi_C\omega^2)\vec{i}_1 - (-\xi_C\varepsilon_z + \eta_C\omega^2)\vec{j}_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_r^{in} = m(\eta_C\varepsilon_z + \xi_C\omega^2)\vec{i}_1 + m(-\xi_C\varepsilon_z + \eta_C\omega^2)\vec{j}_1} \quad (5)$$

$$\vec{L}_O \overset{(v.\ 6.21)}{=} \overbrace{-J_{\xi z}\omega_z}^{L_\xi}\vec{i}_1 \overbrace{-J_{\eta z}\omega_z}^{L_\eta}\vec{j}_1 + \overbrace{J_z\omega_z}^{L_z}\vec{k}$$

Na osnovu Burove formule za apsolutno-relativno diferenciranje (poznato iz kinematike) je

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \left(\frac{d\vec{L}_O}{dt}\right)_{rel.} + \vec{\omega} \times \vec{L}_O, \text{ gdje je } \left(\frac{d\vec{L}_O}{dt}\right)_{rel} = \frac{dL_\xi}{dt}\vec{i}_1 + \frac{dL_\eta}{dt}\vec{j}_1 + \frac{dL_z}{dt}\vec{k},$$

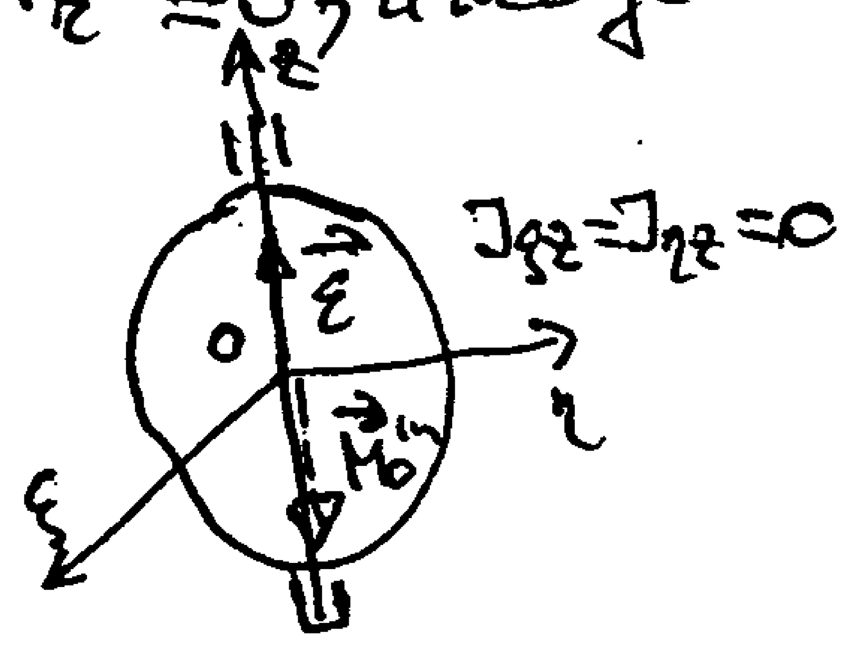
odnosno $\left(\frac{d\vec{L}_O}{dt}\right)_{rel.} = -J_{\xi z}\varepsilon_z\vec{i}_1 - J_{\eta z}\varepsilon_z\vec{j}_1 + J_z\varepsilon_z\vec{k}$ jer su momenti inercije $J_{\xi z}, J_{\eta z}, J_z$ konstantne veličine pošto tijelo ne mijenja položaj u odnosu na sistem $O\xi\eta z$.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M}_O^{in} = (J_{\xi z}\varepsilon_z - J_{\eta z}\omega^2)\vec{i}_1 + (J_{\eta z}\varepsilon_z + J_{\xi z}\omega^2)\vec{j}_1 - J_z\varepsilon_z\vec{k}} \quad (6)$$

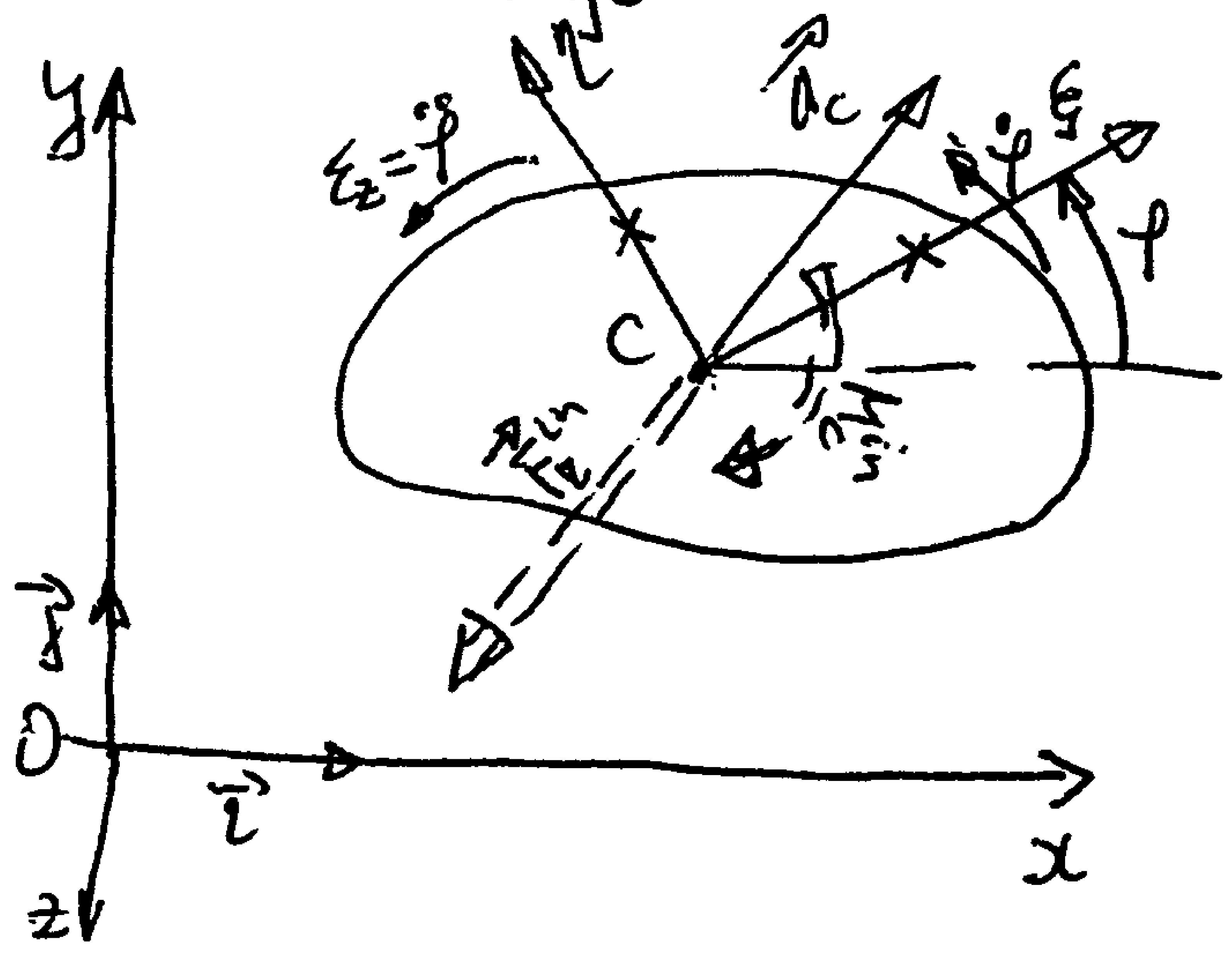
Ako centar inercije tijela leži na obrtnoj osi ($\xi_C = \eta_C = 0$), onda je $\vec{F}_R^{in} = 0$, a ako je obrtna osa glavna osa inercije tijela ($J_{\xi z} = J_{\eta z} = 0$), biće

$$\vec{M}_O^{in} = -J_z \varepsilon_z \vec{k} = -J_z \vec{\varepsilon},$$

tj. tada glavni moment inercijalnih sila $\vec{M}_O^{in}$ ima pravac obrtne ose.



c) ravno kretanje



$Oxyz$ - ravan materijalne simetrije tijela

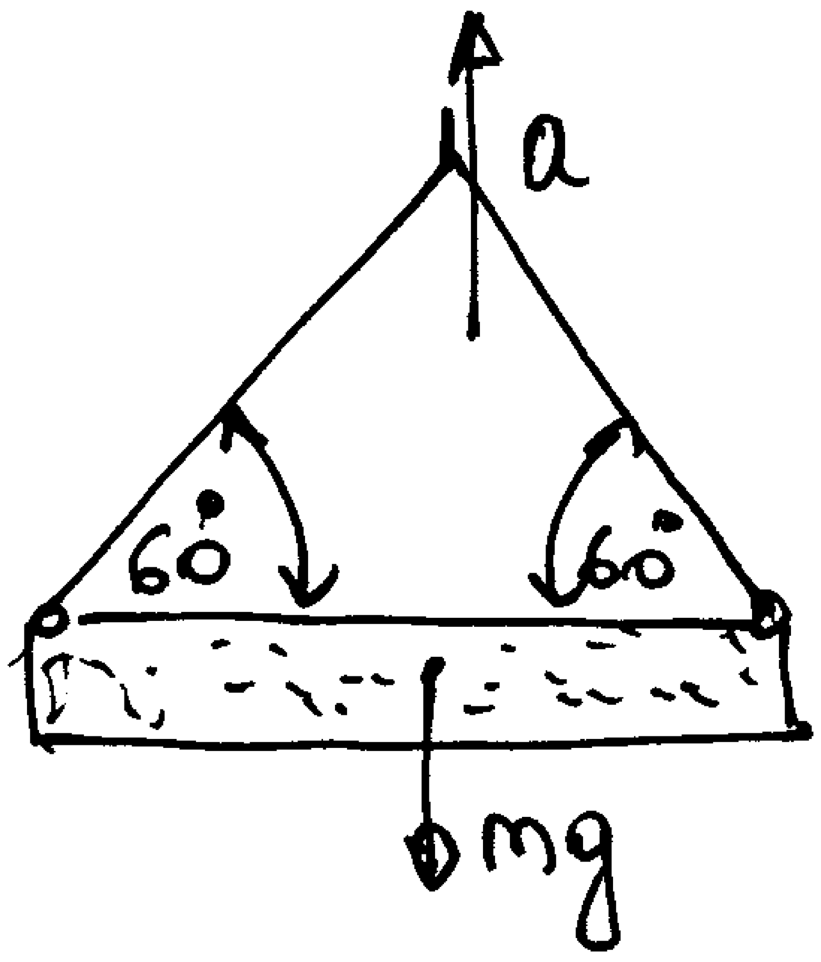
$$\boxed{\vec{F}_R^{in} = -m\vec{a}_C = -m\ddot{x}_C\vec{i} - m\ddot{y}_C\vec{j}} \quad (7)$$

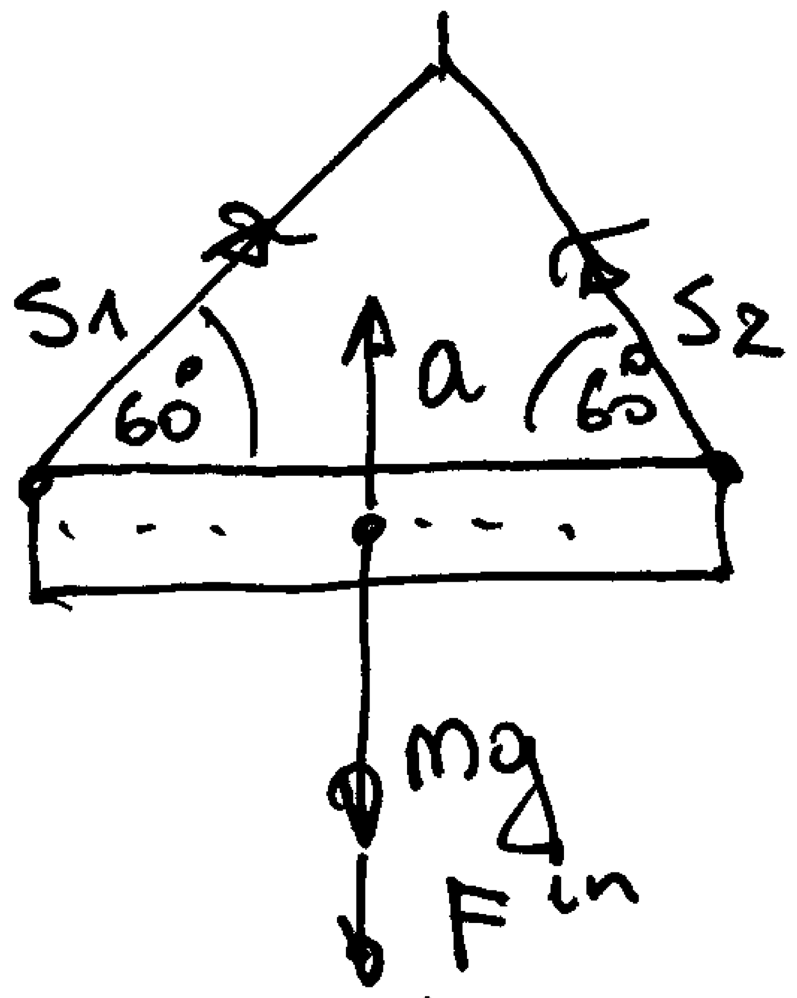
$$\vec{L}_C = J_{Cz}\omega_z\vec{k} = J_{Cz}\dot{\varphi}\vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{in} = -\frac{d\vec{L}_C}{dt} = \boxed{-J_{Cz}\varepsilon_z\vec{k} = -J_{Cz}\ddot{\varphi}\vec{k}} \quad (8)$$

– Primjeri –

1. Homogena greda, mase $m = 600$ kg, podiže se translatorno vertikalno uvis ubrzanjem $a = 1,5\ m/s^2$ (v. sl.). Odrediti sile zatezanja u sajlama.





$$F^{in} = ma = 900\ N$$

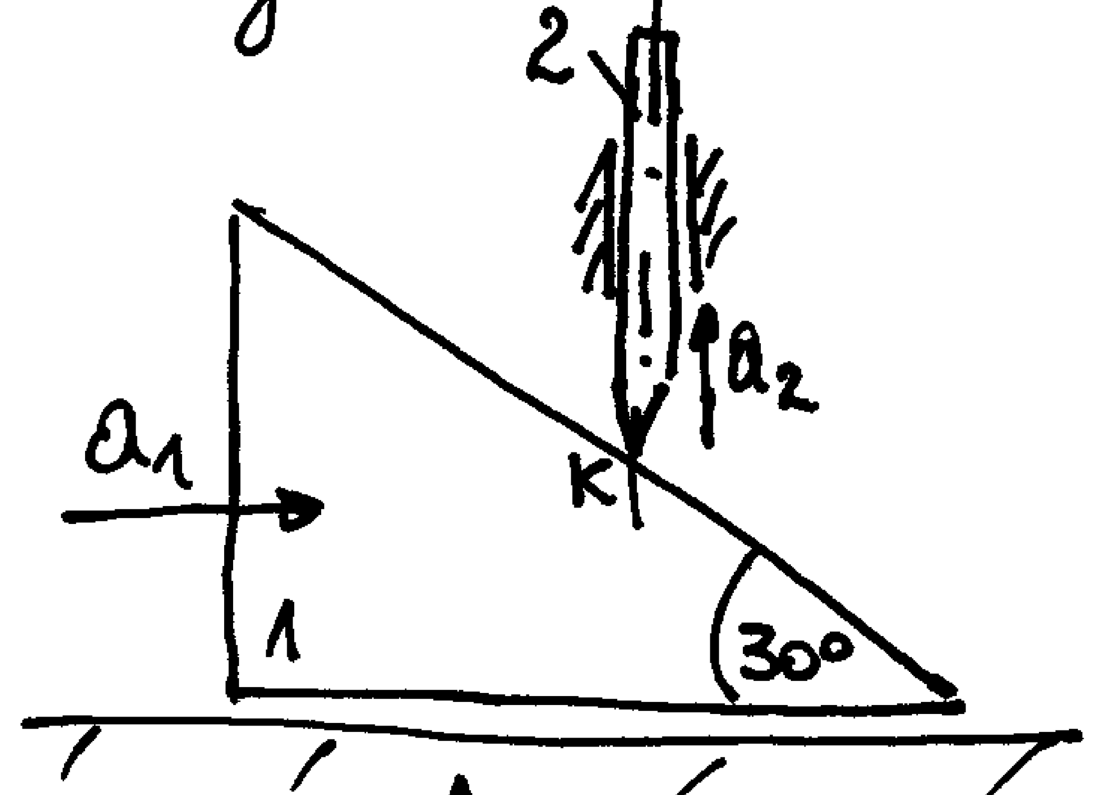
$$m\vec{g} + \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{F}^{in} = 0$$

$$\xrightarrow{+}:\ S_1\cos 60^\circ - S_2\cos 60^\circ = 0 \quad (1)$$

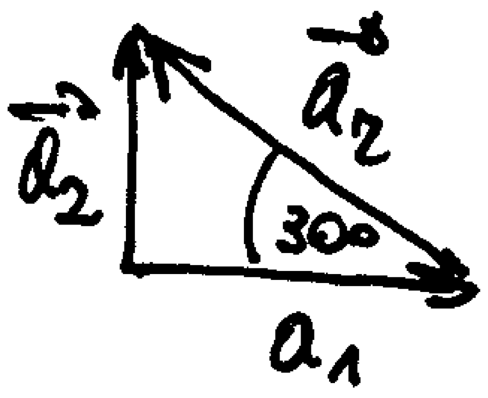
$$\uparrow^{+}:\ -mg + S_1\sin 60^\circ + S_2\sin 60^\circ - F^{in} = 0 \quad (2)$$

$(1) \Rightarrow S_1 = S_2$, $(2) \Rightarrow S_1 = (mg + F^{in})/2 = 3,92\ kN$

2. Klin 1 kreće se translatorno pravolinijski po horizontalnoj ravni sa ubrzanjem $a_1 = 4\ \frac{m}{s^2}$. Kolika je sila pritiska šipa 2 na glatku stranu klina, ako je njegova masa $m_2 = 2$ kg i ako se on kreće u glatkim vertikalnim vođicama.

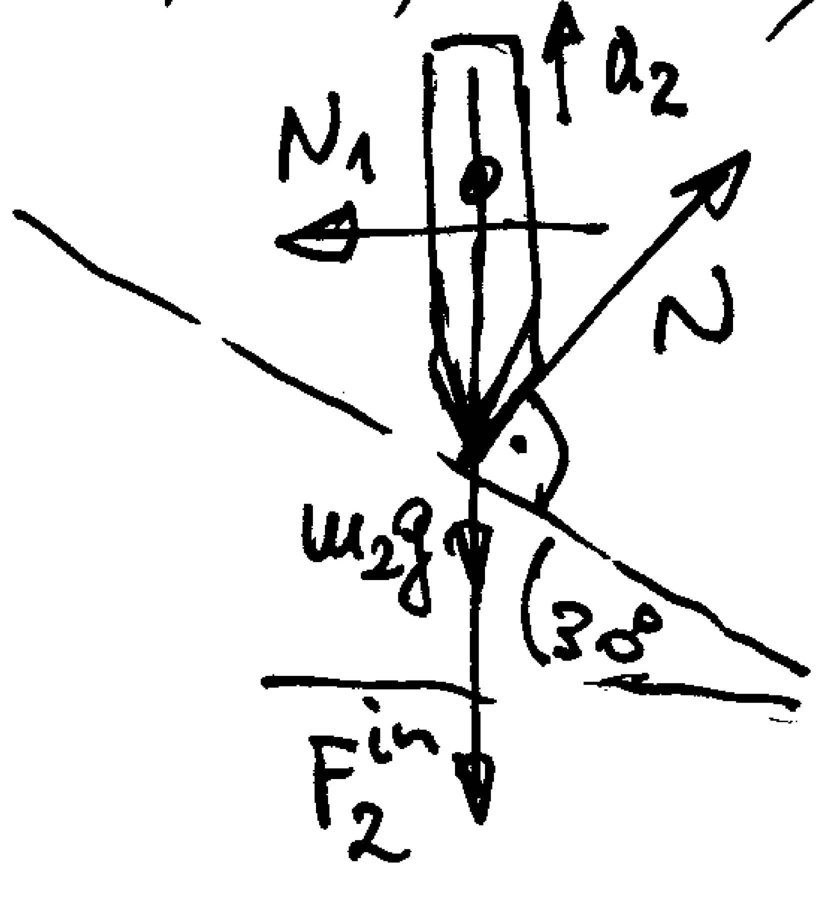


$$\vec{a}_2 = \vec{a}_p + \vec{a}_r, \quad \vec{a}_p = \vec{a}_1$$



$$\frac{a_2}{a_1} = tg 30^\circ$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 tg 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} a_1$$

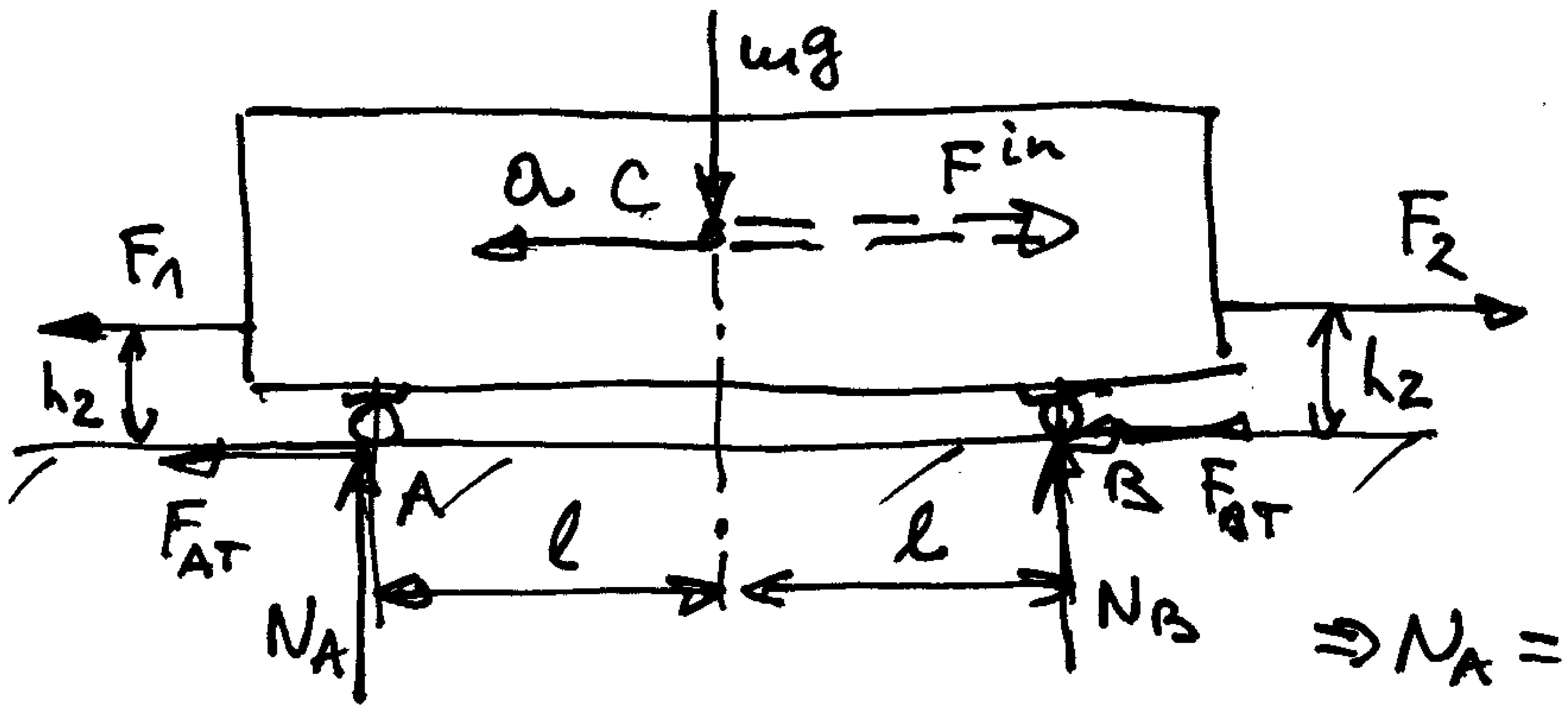


$$m_2\vec{g} + \vec{N} + \vec{N}_1 + \vec{F}_2^{in} = 0, \quad F_2^{in} = m_2 a_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} m_2 a_1$$

$$\uparrow^{+}:\ -m_2 g + N\cos 30^\circ - F_2^{in} = 0$$

$$\Rightarrow N = 27,99\ N$$

3. Pri kočenju voza usporenje vagona je $a = 5\ m/s^2$, a na spojnicama sa susjednim vagonima djeluju sile $F_1 = 10$ kN i $F_2 = 30$ kN. Masa vagona je $m = 30$ tona a položaj njegovog centra inercije C prikazan je na slici. Kolika je sila pritiska zadnjih točkova (točkova A) na put. Mase točkova zanemariti. Dato je $h_1 = 2,8$ m; $h_2 = 1,6$ m, $l = 5$ m.



"$\sum M_B = 0$"

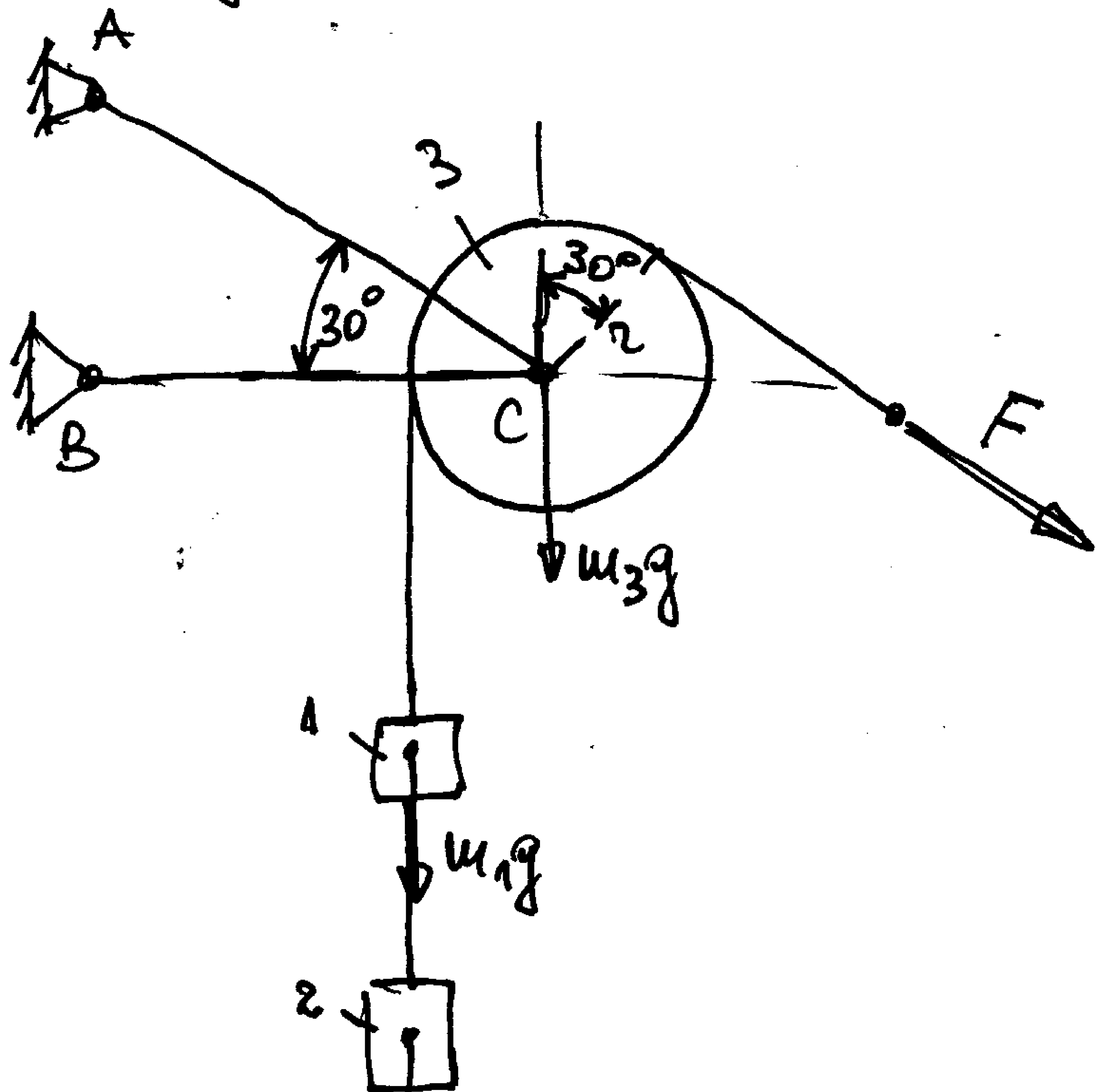
$\Downarrow$

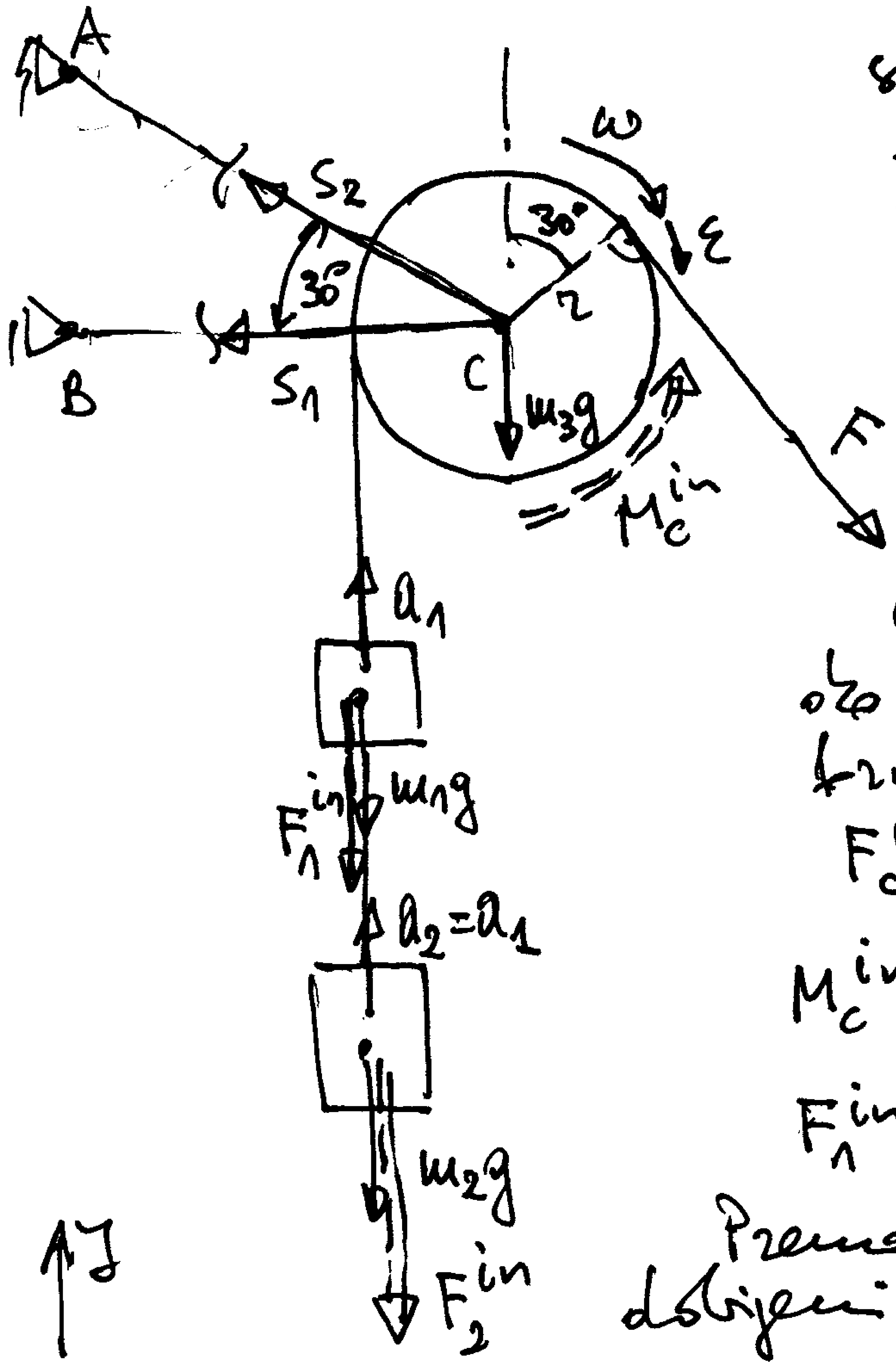
$N_A \cdot 2l - F_1 \cdot h_2 + F^{in} h_1 + F_2 h_2 - mgl = 0$

$F^{in} = m a = 30 \cdot 1000 \cdot 5 = 15 \cdot 10^4\ N$

$\Rightarrow \boxed{N_A = 102\ kN}$

4. Odrediti sile u lakim štapovima za koje je vezana horizontalna osovina kotura 3 (homogeni kružni disk mase $m_3 = 16$ kg i poluprečnika $r = 20$ cm) preko koga je prebačeno neistegljivo uže za čiji su lijevi kraj vezani tegovi masa $m_1 = 80$ kg i $m_2 = 40$ kg, a čiji se desni kraj vuče silom $F = 1300$ N (v. sliku).





Neka se kotur kreće u naznačenom smjeru ugaonim ubrzanjem ε. Tada se tereti (zbog neistegljivosti užeta) podižu ubrzanjima $a_2 = a_1 = r\varepsilon$.

Spoljašnjim silama sistema ($m_1\vec{g}, m_2\vec{g}, m_3\vec{g}, \vec{F}, \vec{S}_1, \vec{S}_2$) pridružimo inercijalne sile vodeći računa da kotur vrši ravno kretanje koje je obrtanje oko centralne ose ($a_C = 0$) a tereti translatorna kretanja.

$$F_C^{in} = 0, \quad M_C^{in} = J_C \varepsilon, \quad J_C = \frac{mr^2}{2}$$

$$M_C^{in} = \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r} = \frac{mr}{2} a_1$$

$$F_1^{in} = m_1 a_1, \quad F_2^{in} = m_2 a_1$$

Prema Dalamberovom principu ovako dobijeni sistem sila u ravni je u ravnoteži.

$$\text{"}\Sigma X_i = 0\text{"} \Rightarrow -S_1 - S_2\cos 30^\circ + F\cos 30^\circ = 0$$

$$\text{"}\Sigma Y_i = 0\text{"} \Rightarrow S_2 \sin 30^\circ - m_1 g - m_2 g - m_3 g + \underbrace{F_1^{in}}_{= m_1 a_1} - \overbrace{F_2^{in}}^{= m_2 a_1} - F\sin 30^\circ = 0$$

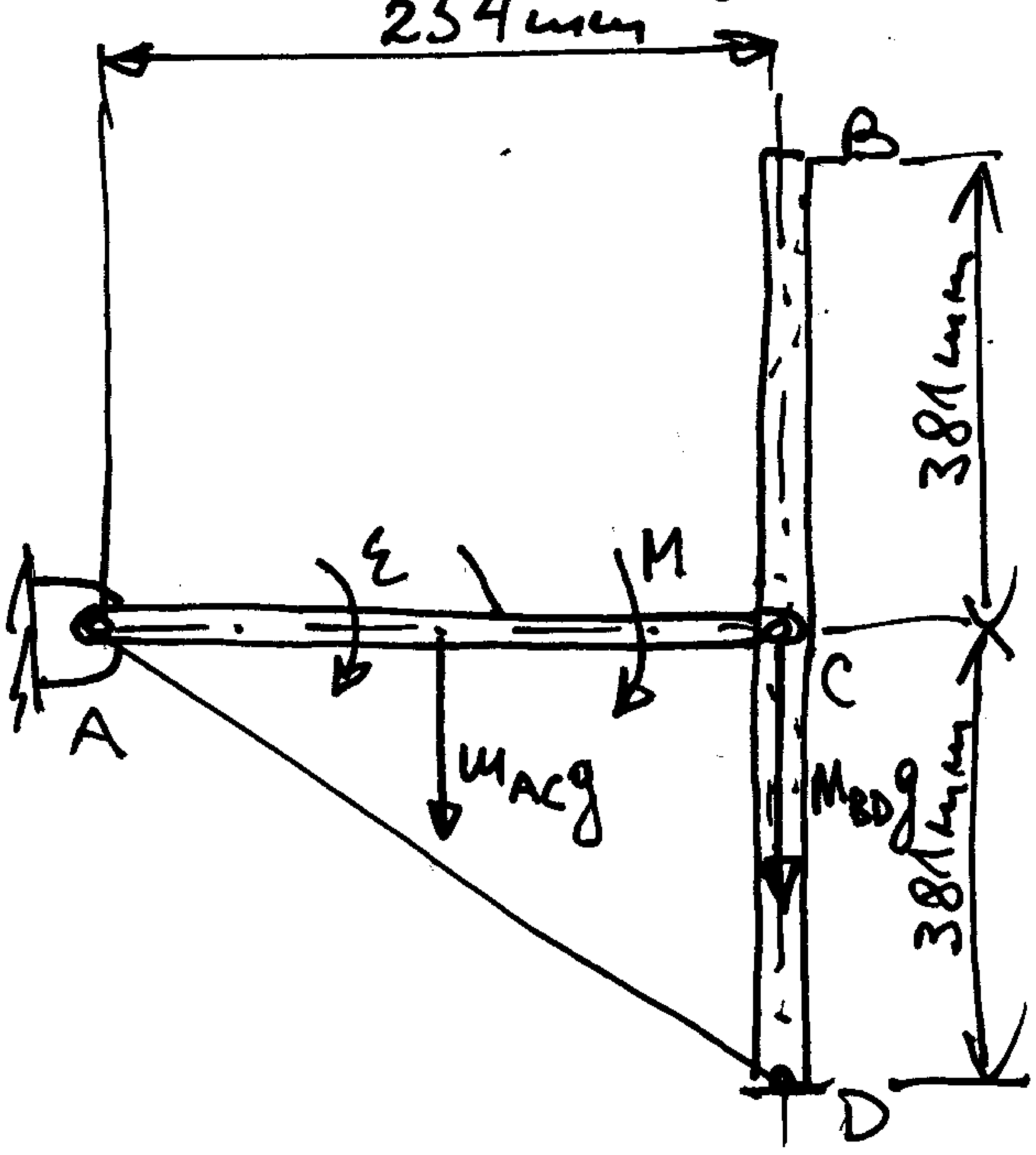
$$\text{"}\Sigma M_C\text{"} = 0 \Rightarrow F \cdot r - \underbrace{M_C^{in}}_{= \frac{mr}{2} a_1} - (m_1 g + m_2 g + \underbrace{F_1^{in}}_{= m_1 a_1} + \underbrace{F_2^{in}}_{= m_2 a_1}) r = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{F - (m_1 + m_2) g}{(m_1 + m_2 + m_3/2)} = 0{,}96 \frac{m}{s^2} \uparrow$$

$S_1 = -2510{,}4\,N \Rightarrow S_1 = 2510{,}4\,N \rightarrow$ (štap se opterećen na pritisak)

$S_2 = 4198{,}7\,N$ 30°

5. Tanki štap AC težine 35,6 N i štap BD težine 89 N zglobno su vezani u tački C, a tačka D je nerastegljivim užetom vezana za tačku A. Sistem se obrće u vertikalnoj ravni oko horizontalne ose koja prolazi kroz tačku A pod dejstvom sile teže i sprega sila momenta $M = 8,13$ Nm koji djeluje na štap AC. Znajući da je u prikazanom položaju (kada je štap AC horizontalan) ugaona brzina sistema jednaka nuli, odrediti u tom položaju: a) ugaono ubrzanje; b) silu u užetu.



a) Sistem se kao jedno kruto tijelo obrće oko nepokretne horizontalne ose A pa je u prikazanom položaju:

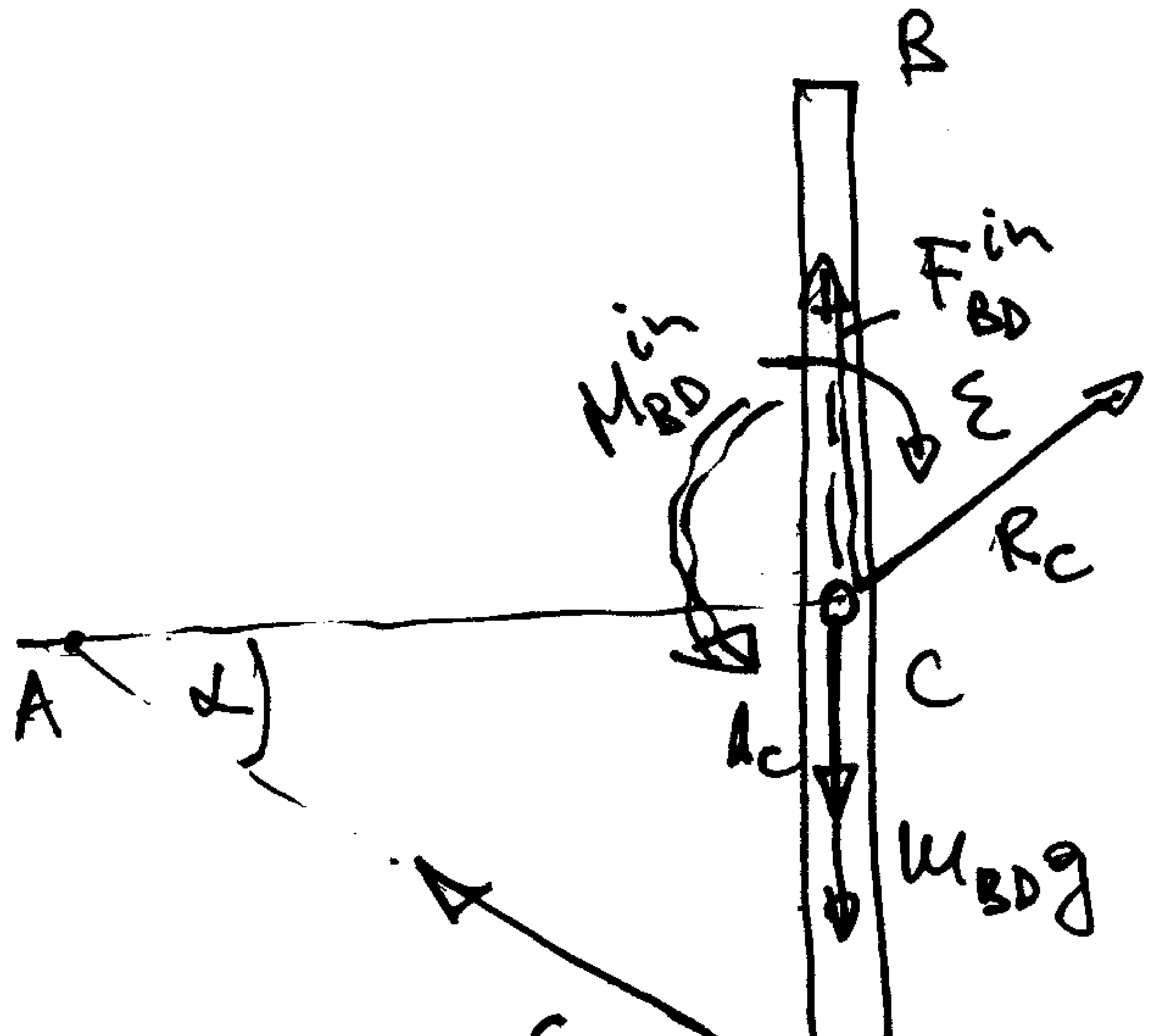
$$J_A \varepsilon = M + m_{AC} g \frac{\overline{AC}}{2} + m_{BD} g \cdot \overline{AC}$$

$$J_A = \frac{m_{AC}\overline{AC}^2}{3} + \frac{m_{BD}\overline{BD}^2}{12} + m_{BD}\overline{AC}^2$$

$$m_{AC} = \frac{35,6}{9,81} = 3,629 \text{ kg}; \quad m_{BD} = 9,072 \text{ kg}$$

$$J_A = 1,102 \text{ kgm}^2, \Rightarrow \varepsilon = 32 \text{ rad/s}^2$$

b) primijenimo Dalamberov princip na štap BD izdvojen iz sistema. (BD vrši ravno kretanje)



$$a_C = a_{CT} = \overline{AC}\,\varepsilon, \quad F^{in}_{BD} = m_{BD}\, a_C$$

$$M^{in}_{BD} = J_C^{BD}\varepsilon = \frac{m_{BD}\overline{BD}^2}{12}\varepsilon$$

$$\text{"} \Sigma M_C = 0 \text{"}$$

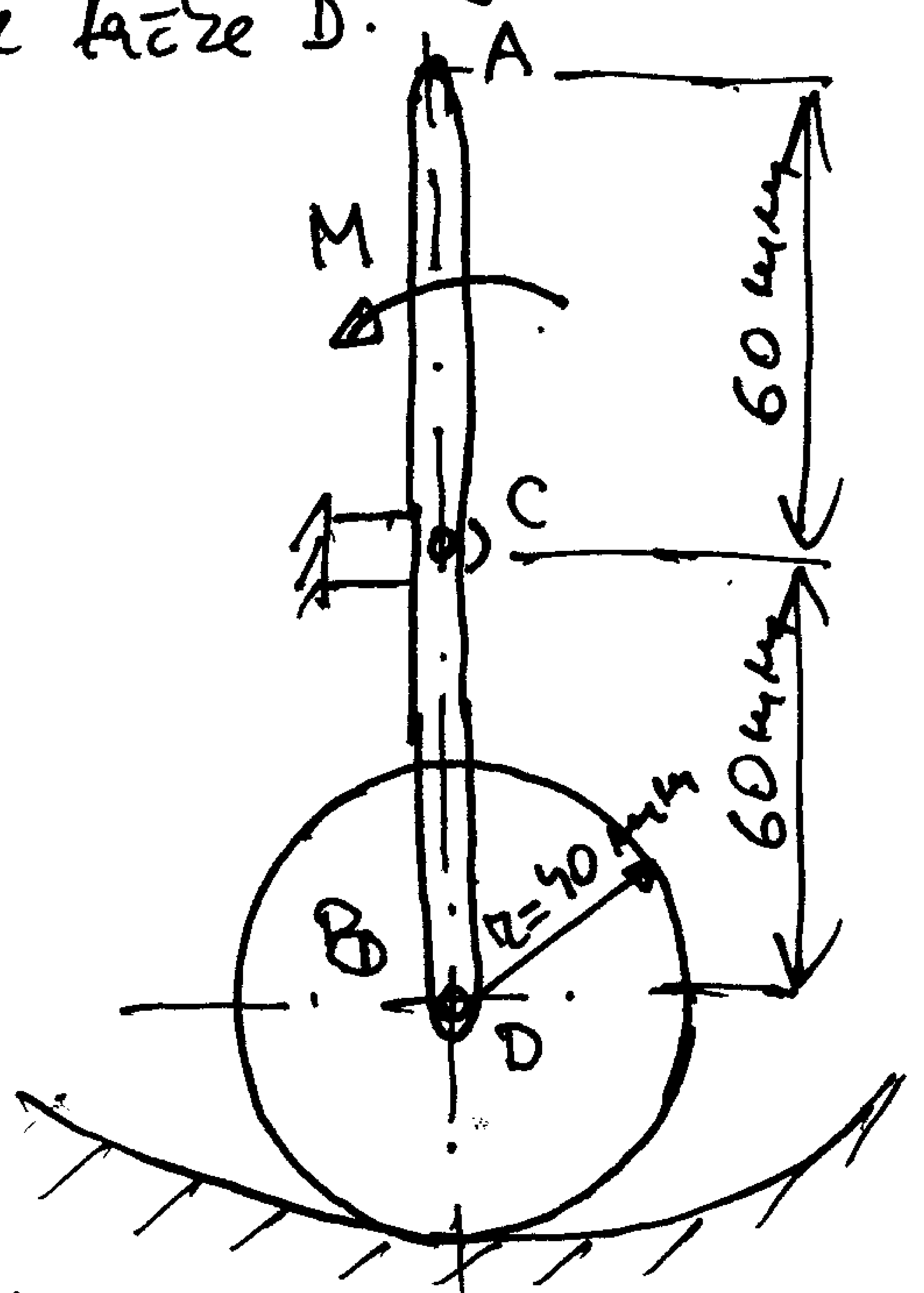
$$\Downarrow$$

$$S_{AD}\cos\alpha \cdot \overline{DC} - M^{in}_{BD} = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{\overline{AC}}{\sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2}} = 0,555$$

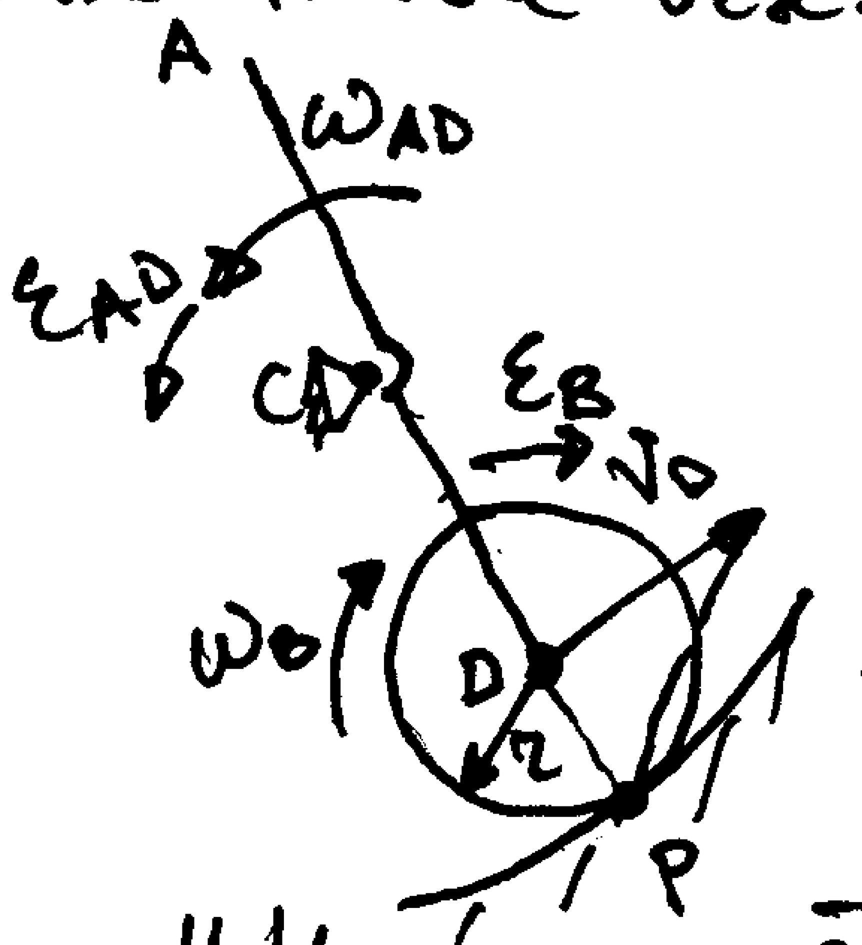
$$\Rightarrow \boxed{S_{AD} = 66,4 \text{ N}}$$

6. Zupčanik B, mase 1,8 kg i poluprečnika inercije za centralnu osu $i_B = 32$ mm, spregnut je sa nepokretnim zupčanikom sa unutrašnjim ozubljenjem. Štap ACD je mase 2,5 kg. Sistem leži u vertikalnoj ravni, a u položaju prikazanom na slici kada je on bio u miru na štap se dejstvuje spregom sila momenta $M = 1,25$ Nm. U tom položaju odrediti: a) ugaono ubrzanje štapa, b) ubrzanje tačke D.



– Štap AD i zupčanik B izvode ravna kretanja, pri čemu je dodatno kretanje štapa obrtanje oko ose C ($a_C = 0$)

Kinematičke veze:



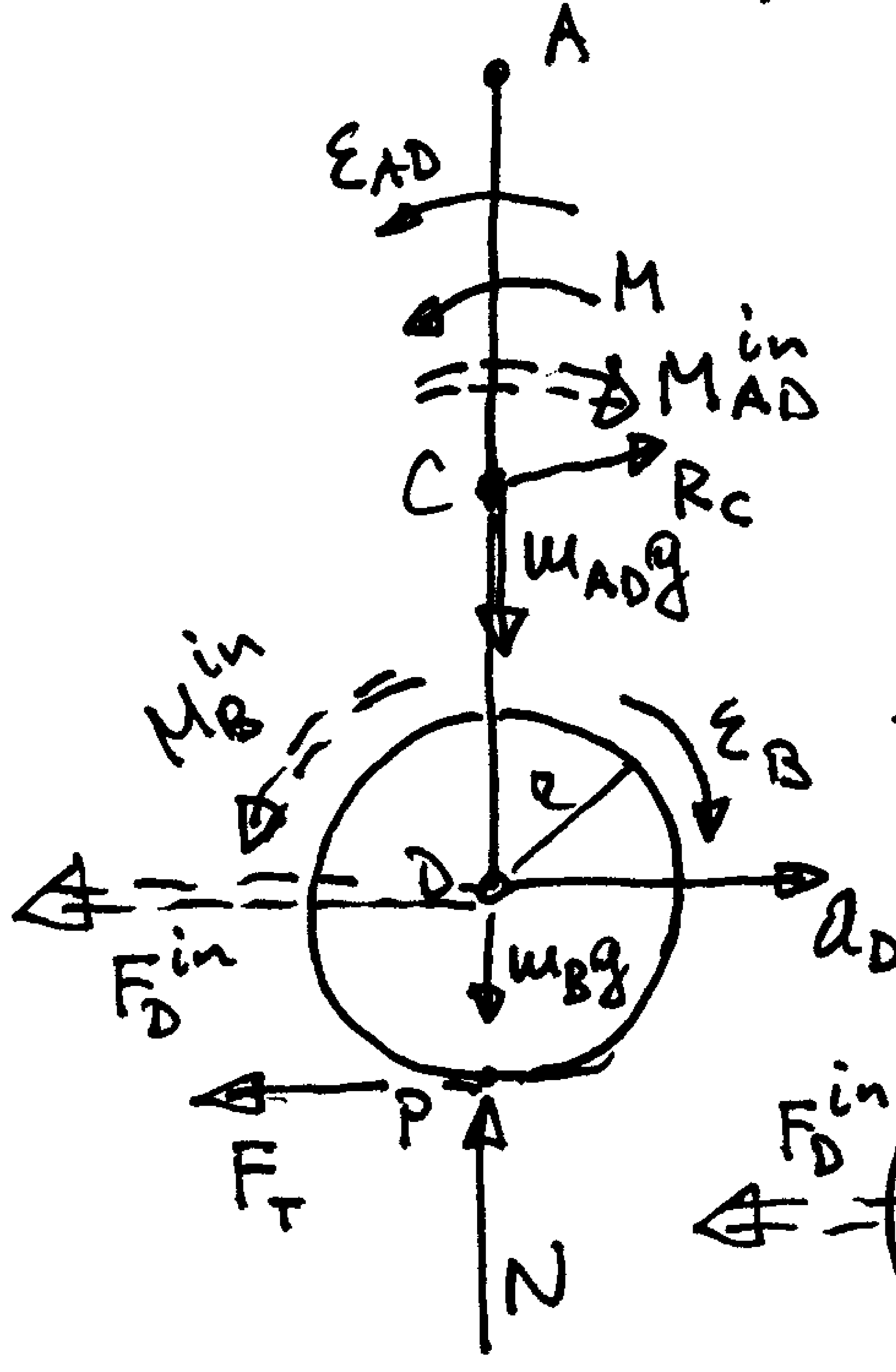
U proizvoljnom položaju je $v_D = \overline{CD}\,\omega_{AD}$

$v_D = r\,\omega_B$

$\Rightarrow \omega_B = \frac{\overline{CD}}{r}\,\omega_{AD}$ (1)

$(1) \xRightarrow{d/dt} \varepsilon_B = \frac{\overline{CD}}{r}\,\varepsilon_{AD}$ (2)

Prikažimo sve spoljašnje sile (aktivne i reakcije veza) koje djeluju na sistem u datom položaju i pridružimo im inercijalne sile. U skladu sa Dalamberovim principom tako dobijeni sistem sila je u ravnoteži.



$M^{in}_{AD} = J^{AD}_C\,\varepsilon_{AD}$, $J^{AD}_C = m_{AD}\frac{\overline{AD}^2}{12}$, $\overline{AD} = 2\overline{CD}$

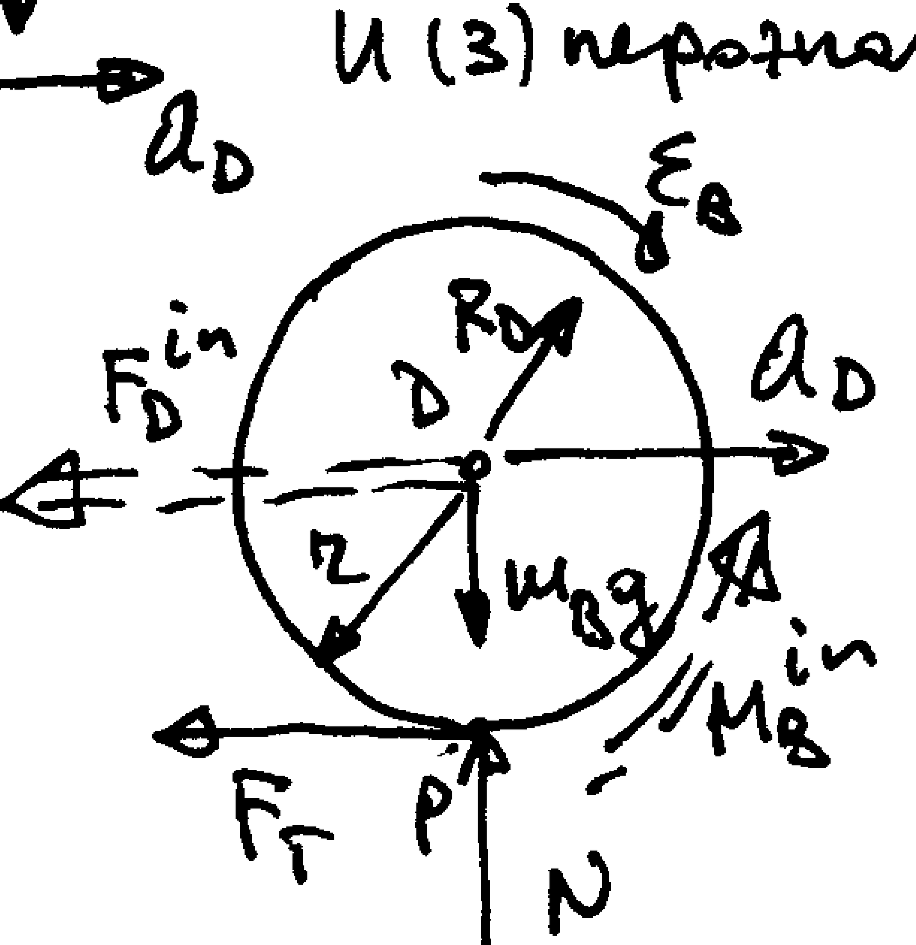
$M^{in}_B = J^B_D\,\varepsilon_B$, $J^B_D = m_B i_D^2$; $F^{in}_D = m_B a_D$, $a_D = a_{DT} = \overline{CD}\,\varepsilon_{AD}$

$M^{in}_B \overset{(2)}{=} m_B i_D^2 \frac{\overline{CD}}{r}\,\varepsilon_{AD}$, $F^{in}_D = m_B \overline{CD}\,\varepsilon_{AD}$

"$\sum M_C = 0$" $\Rightarrow F_T(\overline{CD}+r) + F^{in}_D\cdot\overline{CD} - M^{in}_B - M + M^{in}_{AD} = 0$

$\Rightarrow F_T(\overline{CD}+r) - M + \left(m_B\overline{CD}^2 - m_B i_D^2\frac{\overline{CD}}{r} + m_{AD}\frac{\overline{CD}^2}{3}\right)\varepsilon_{AD} = 0$ (3)

U (3) nepoznate ε_{AD}, F_T? Izdvojimo zupčanik.



"$\sum M_D = 0$" $\Rightarrow F_T\cdot r - M^{in}_B = 0$ (4)

$(4) \Rightarrow F_T = \frac{M^{in}_B}{r} = m_B\left(\frac{i_D}{r}\right)^2\overline{CD}\,\varepsilon_{AD}$ u (3)

$\Rightarrow \varepsilon_{AD} = 91,7\ \frac{rad}{s^2}$

$a_D = \overline{CD}\,\varepsilon_{AD} = 5,5\ \frac{m}{s^2} \rightarrow$