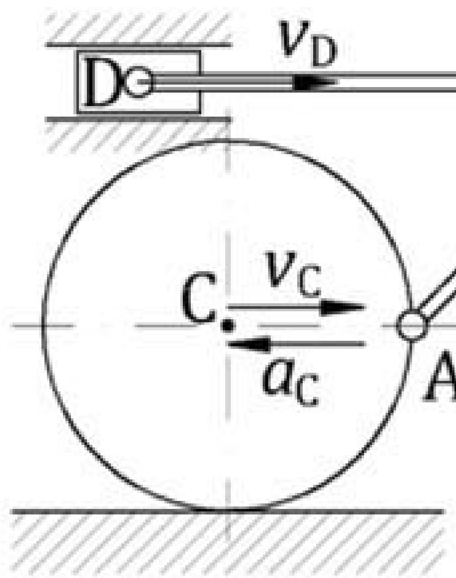
ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

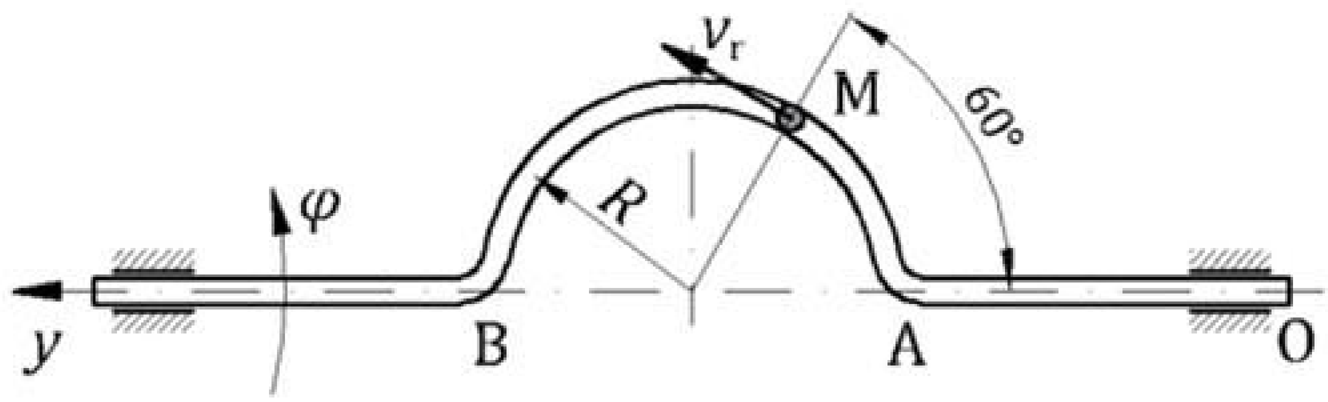
1. Брзина материјалне тачке, која се креће у равни Oxy, мијења се према закону $\vec{v} = 2t\sin(2t)\,\vec{i} - 2t\cos(2t)\,\vec{j}$.

- Нацртати закон промјене брзине материјалне тачке, а потом одредити њен положај у природном поступку након двије секунде од почетка кретања.
- Израчунати полупречник кривине путање у тренутку $t_{\pi/2} = \pi/2$ s.

2. Интензитет брзине центра диска у положају приказаном на слици износи 4 m/s, а убрзања 2 m/s^2, док је интензитет брзине клизача D у приказаном положају 3 m/s. Њихови смјерови су приказани на слици. Одредити брзину зглоба B и убрзање зглоба A (интензитет, правац и смјер) за приказани положај механизма, ако је полупречник диска 0,5 m, дужина полуге $\overline{\mathrm{AB}} = 0{,}75$ m, а дужина полуге $\overline{\mathrm{BD}} = 1{,}5$ m. Диск се по подлози котрља без клизања.



3. Цијев, која је у свом средишњем дијелу савијена у облику полукруга полупречника $R = 0{,}5$ m, обрће се око осе Oy према закону $\varphi = \pi t/2$. У полукружном дијелу цијеви креће се тачка M, почевши кретање из положаја A. Брзина тачке M у односу на посматрану цијев мијења се према закону $v_\mathrm{r} = \pi t/12$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке M у тренутку $t_2 = 2$ s, ако у датом тренутку систем заузима положај приказан на слици.



Предметни наставник: | Сарадник:
Проф. др Оливера Јовановић | Раде Грујичић

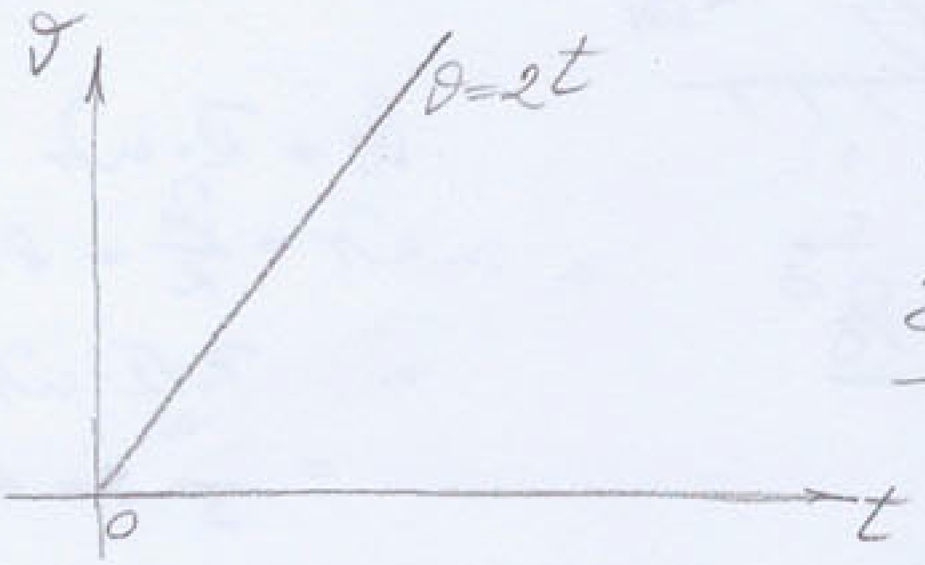
Механика – I колоквиум

Група I

①

$\vec{v} = 2t\sin(2t)\vec{i} - 2t\cos(2t)\vec{j}$

$v = \sqrt{(2t\sin(2t))^2 + (-2t\cos(2t))^2} = 2t$



$S = \int_0^t v\,dt = \int_0^t 2t\,dt = t^2$

$\underline{\underline{S_2 = 4\,m}}$

$\vec{a} = [2\sin(2t) + 2t\cdot 2\cos(2t)]\vec{i} - [2\cos(2t) - 2t\cdot 2\sin(2t)]\vec{j}$

$\vec{a}_{\pi/2} = 4\frac{\pi}{2}\cdot(-1)\vec{i} - 2\cdot(-1)\vec{j} = -2\pi\vec{i} + 2\vec{j}$; $a_{\pi/2} = \sqrt{(-2\pi)^2 + 2^2} = 2\sqrt{1+\pi^2}\ m/s^2$

$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(2t) = 2$; $a_{t\pi/2} = 2\ m/s^2$

$a_{n\pi/2} = \sqrt{a_{\pi/2}^2 - a_{t\pi/2}^2} = \sqrt{4(1+\pi^2) - 4} = 2\sqrt{\pi^2} = 2\pi\ m/s^2$

$a_n = \frac{v^2}{R_k} \Rightarrow \underline{\underline{R_{k\pi/2}}} = \frac{(2\cdot\pi/2)^2}{2\pi} = \frac{\pi^2}{2\pi} = \underline{\underline{\pi/2\ m}}$

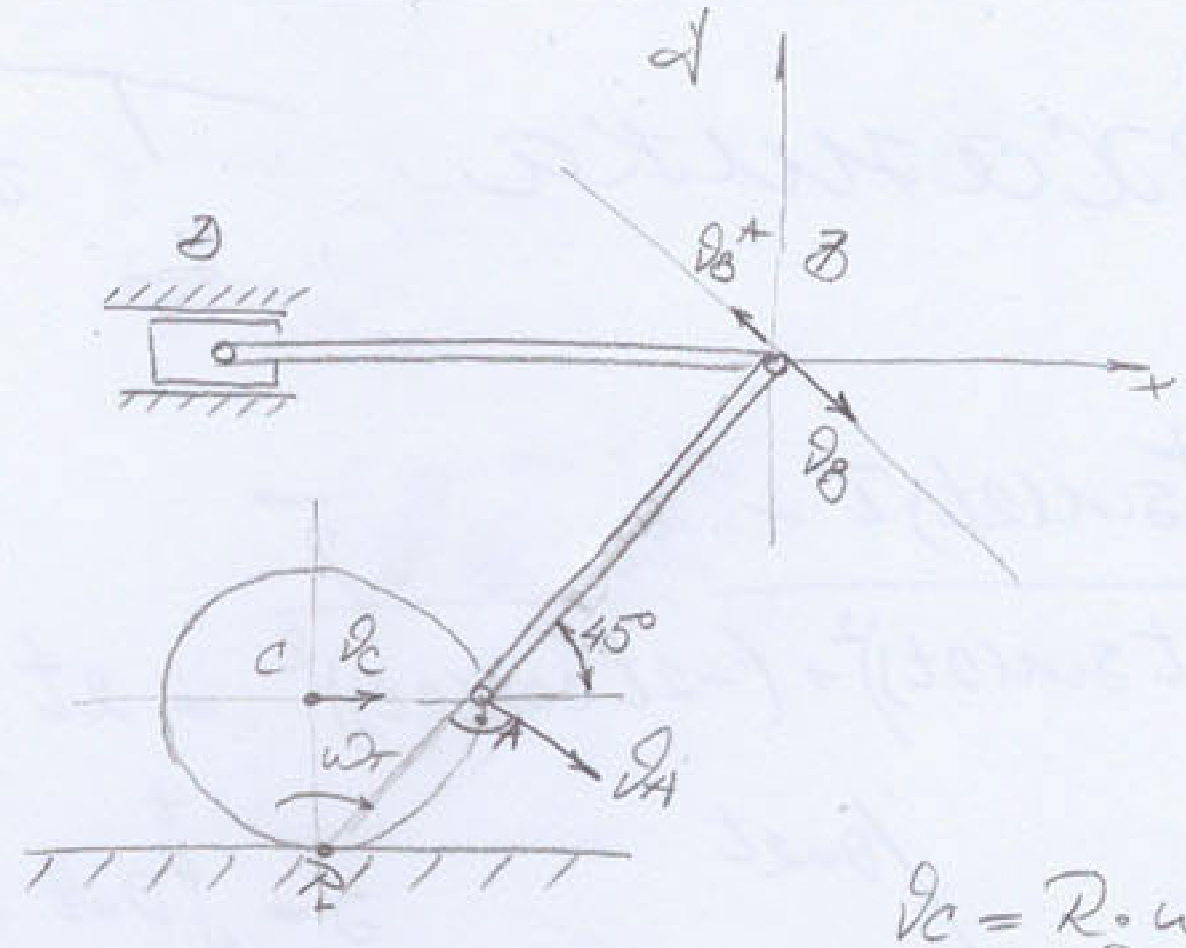
(2) $\vartheta_C = 4\ m/s \quad \vartheta_D = 3\ m/s$

$a_C = 2\ m/s^2$

$R = 0,5\ m$

$\overline{AB} = 0,75\ m$

$\overline{BD} = 1,5\ m$



$$\left.\begin{aligned} \vec{\vartheta}_B &= \vec{\vartheta}_A + \vec{\vartheta}_B^A \\ \vec{\vartheta}_B &= \vec{\vartheta}_D + \vec{\vartheta}_B^D \end{aligned}\right\} \qquad \vec{\vartheta}_A + \vec{\vartheta}_B^A = \vec{\vartheta}_D + \vec{\vartheta}_B^D$$

$\vartheta_C = R \cdot \omega_T$

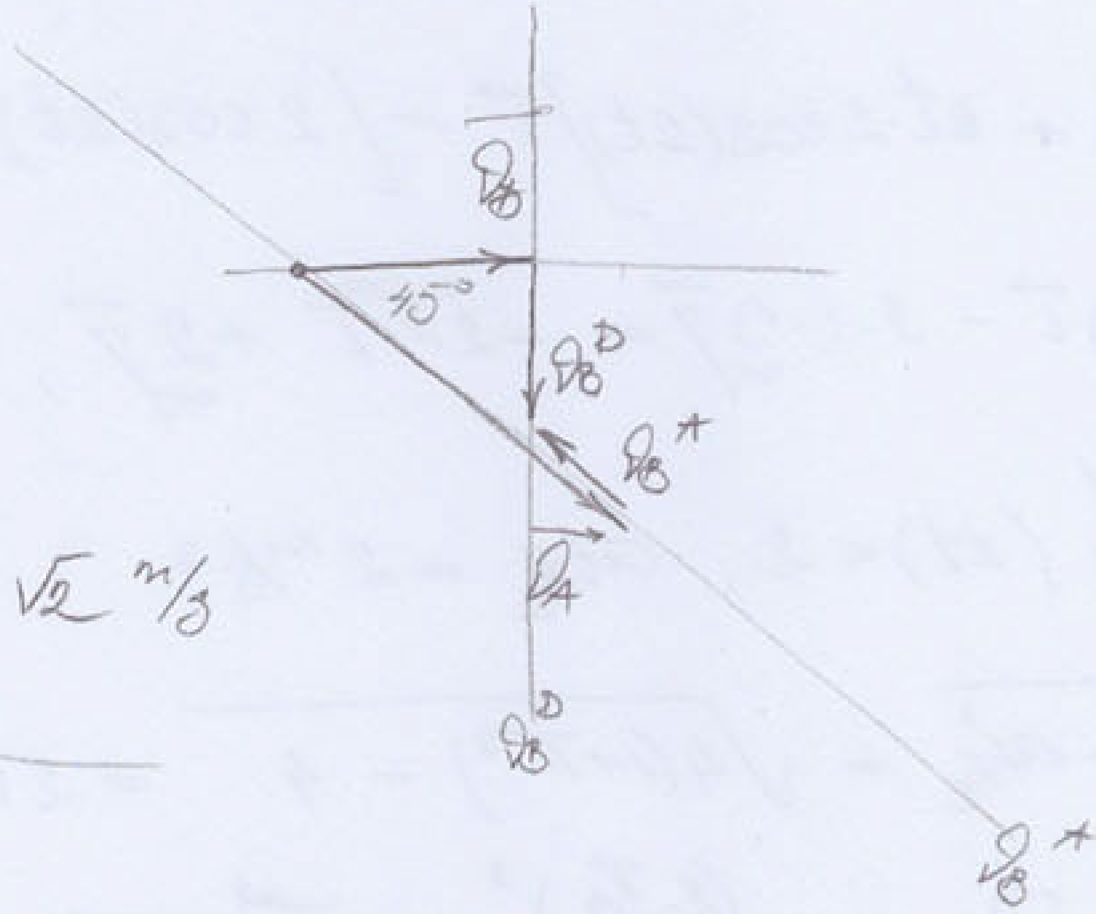
$\omega_T = \frac{\vartheta_C}{R} = 8\ s^{-1}$

$\vartheta_A = R\sqrt{2} \cdot \omega_T$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8 = 4\sqrt{2}\ m/s$

$\vartheta_A \cos 45° = \vartheta_D + \vartheta_B^A \cos 45°$

$$\vartheta_B^A = \frac{\vartheta_A \frac{\sqrt{2}}{2} - \vartheta_D}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}\ m/s$$



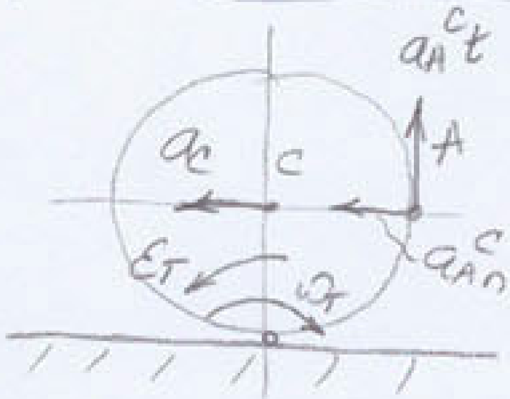
$\vec{\vartheta}_B = \vec{\vartheta}_A + \vec{\vartheta}_B^A$

$$\left.\begin{aligned} \vartheta_{Bx} &= \vartheta_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \vartheta_B^A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ \vartheta_{By} &= -\vartheta_A \frac{\sqrt{2}}{2} + \vartheta_B^A \frac{\sqrt{2}}{2} = \ldots \end{aligned}\right\} \text{или} \rightarrow \quad \vec{\vartheta}_A \parallel \vec{\vartheta}_B^A \Rightarrow \vartheta_B = \vartheta_A - \vartheta_B^A$$

$= 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}\ m/s$

$\varepsilon_T = ?$ не може јер не знамо ω_T у произвољном тренутку t

~~$\varepsilon_T = \dot{\omega}_T$~~



$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{At}^C + \vec{a}_{An}^C$

$a_{At}^C = \overline{AC} \cdot \varepsilon_T = 0,5 \cdot 4 = 2\ m/s^2$

$a_{An}^C = \overline{AC} \cdot \omega_T^2 = 0,5 \cdot 64 = 32\ m/s^2$

$\vartheta_C = R \cdot \omega_T \ / \frac{d}{dt}$ може јер $\overline{CP_v} = const$

$a_C = R \cdot \varepsilon_T$

$\varepsilon_T = \frac{a_C}{R} = 4\ s^{-2}$

$a_A = \sqrt{(a_C + a_{An}^C)^2 + {a_{At}^C}^2} = \sqrt{34^2 + 2^2} = 34,06\ m/s^2$

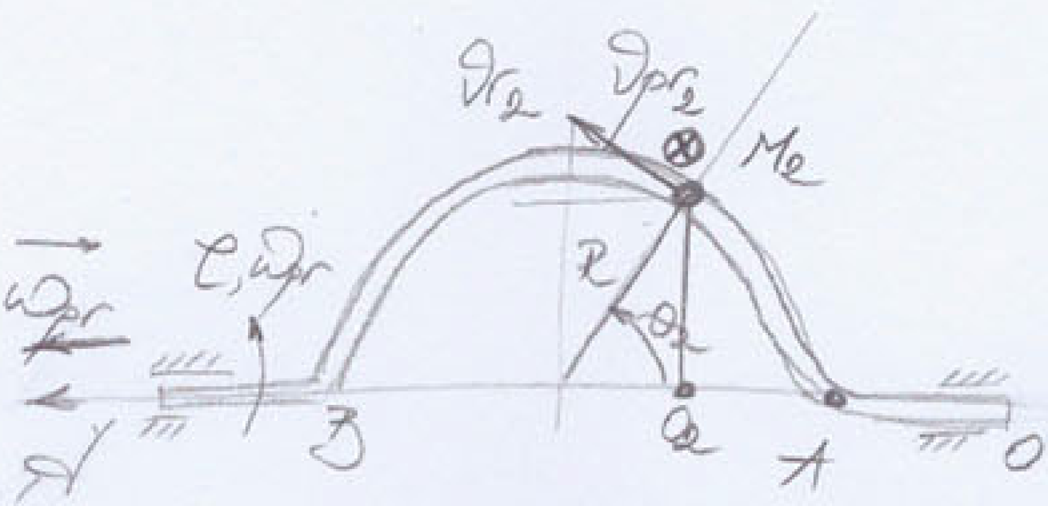
$tg\alpha = \frac{a_{At}^C}{a_C + a_{An}^C} = \frac{2}{34} \Rightarrow \alpha = 3,37°$

(3) $R = 0,5\,m$

$\tau = \pi t/12$

$\vartheta_r = \frac{\pi t}{12}$

$a_a, \vartheta_a (t_2 = 2s) = ?$



$\vec{\vartheta}_a = \vec{\vartheta}_{pr} + \vec{\vartheta}_r$

$S_r = \int_0^t \vartheta_r dt = \int \frac{\pi t}{12} = \frac{\pi t^2}{24}$; $S_{r_2} = R \cdot \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{S_{r_2}}{R} = \frac{\frac{\pi \cdot 4}{24}}{\frac{1}{2}} = \pi/3$ rad

$\omega_p = \dot{\tau} = \pi/2\ s^{-1}$

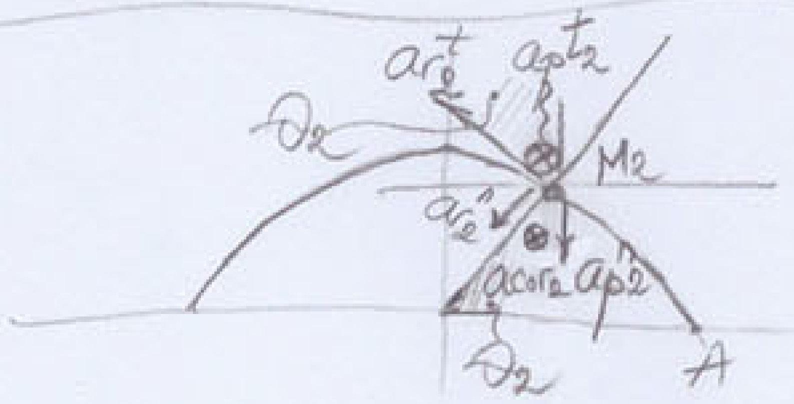
$\vartheta_{pr_2} = \omega_{pr} \cdot \overline{O_2M_2} = \frac{\pi}{2} \cdot R \sin\theta_2 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{8}$ m/s

$\vartheta_{r_2} = \pi/6$ m/s

$\vec{\vartheta}_r \perp \vec{\vartheta}_{pr} \Rightarrow \vartheta_{a_2} = \sqrt{\vartheta_{r_2}^2 + \vartheta_{pr_2}^2} = \sqrt{\frac{\pi^2}{36} + \frac{3\pi^2}{64}} = \sqrt{\frac{16+27}{576}\pi^2} = \frac{\pi\sqrt{43}}{24} = 0,86$ m/s

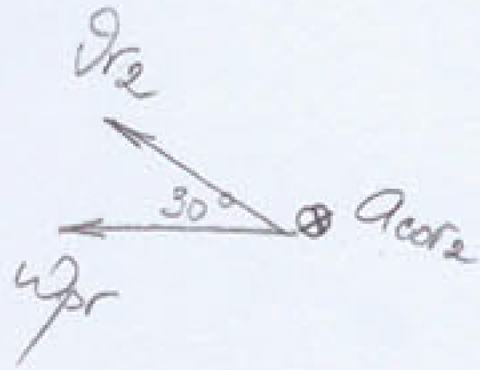
---

$\vec{a}_a = \vec{a}_{pr} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor}$



$a^t_{pr_2} = \overline{O_2M_2} \cdot \varepsilon_{p_2} = 0$

$\varepsilon_p = \dot{\omega}_p = 0$



$a^n_{pr_2} = \overline{O_2M_2} \cdot \omega_{pr}^2 = R\sin\theta_2 \cdot \frac{\pi^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi^2}{4} = \frac{\pi^2\sqrt{3}}{16}$ m/s²

$a_r^t = \dot{\vartheta}_r = \pi/12$ m/s²; $a^n_{r_2} = \frac{\vartheta_{r_2}^2}{R} = \frac{\pi^2/36}{1/2} = \frac{\pi^2}{18}$ m/s²

$a_{cor_2} = 2 \cdot \omega_p \cdot \vartheta_{r_2} \cdot \sin 30° = 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{12}$ m/s²

$$\underline{a_{a_2}} = \sqrt{(a_{cor_2})^2 + (a^n_{pr_2} - a^t_{r_2}\cos\theta_2 + a^n_{r_2}\sin\theta_2)^2 + (a^t_{r_2}\sin\theta_2 + a^n_{r_2}\cos\theta_2)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{12}\right)^2 + \left(\frac{\pi^2\sqrt{3}}{16} - \frac{\pi}{12} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{18} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi^2}{18} \cdot \frac{1}{2}\right)^2} = \underline{1,71} \text{ m/s}^2$$