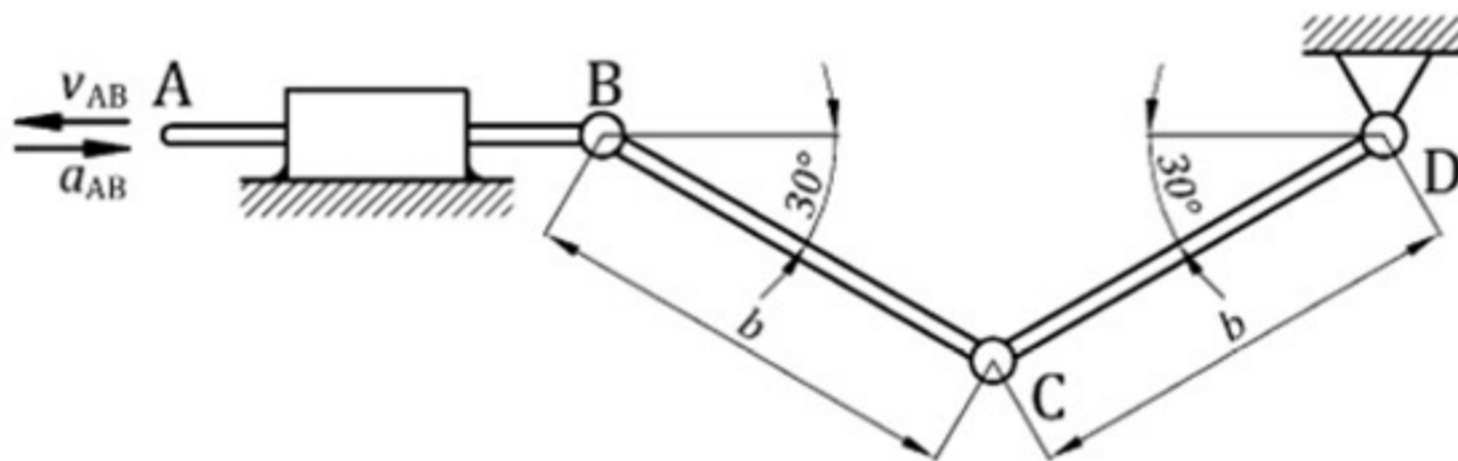
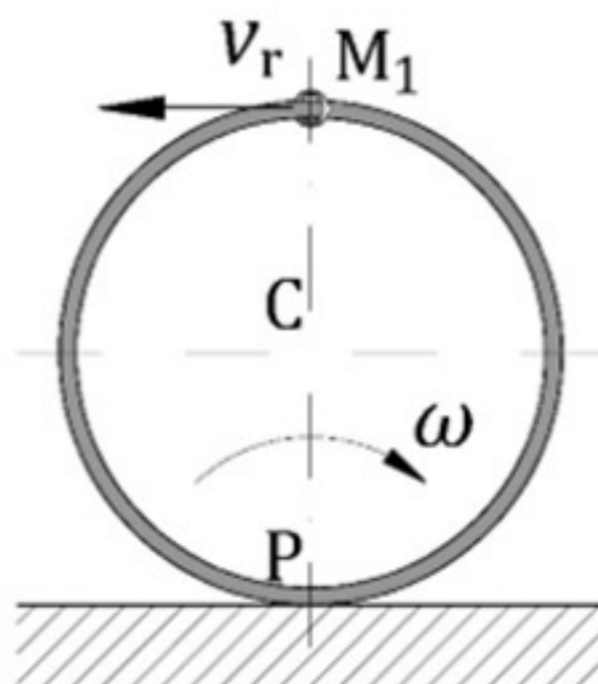


Примјер испитних задатака за ПРВИ колоквијум из МЕХАНИКЕ (В2)

- Брзина материјалне тачке мијења се према закону $\vec{v} = 4t\vec{i} - 3t\vec{j}$. У почетном тренутку положај тачке дефинисан је координатама $M_0(2,1)$.
 - Одредити вектор положаја тачке у тренутку $t_2 = 2$ s.
 - Одредити компоненте и интензитет убрзања тачке у тренутку $t_2 = 2$ s.
 - Одредити угао између брзине и убрзања у том тренутку.
 - Нацртати дијаграме $a(t)$, $v(t)$ и $s(t)$.
- Штап АВ у положају приказаном на слици има брзину $v_{AB} = 8$ m/s и убрзање $a_{AB} = 2$ m/s² смјерова приказаних на слици. Ако је $b = 1$ m, за приказани положај механизма је потребно одредити:
 - угаону брзину полуге CD,
 - угаону брзину полуге BC и
 - интензитет убрзања зглоба C.



- Прстен М клизи по кружном обручу полупречника 2 m брзином чији се интензитет мијења према закону $v_r = 3t + 1$ у односу на обруч. Обруч се по подлози котрља без клизања константном угаоном брзином $\omega = 2$ s⁻¹. Након једне секунде од почетка кретања прстен заузима положај приказан на слици.
 - Одредити апсолутну брзину прстена у посматраном тренутку.
 - Одредити апсолутно убрзање прстена у посматраном тренутку.



1. Брзина материјалне тачке мијења се према закону $\vec{v} = 4t\vec{i} - 3t\vec{j}$. У почетном тренутку положај тачке дефинисан је координатама $M_0(2,1)$.

- Одредити вектор положаја тачке у тренутку $t_2 = 2$ s.
- Одредити компоненте и интензитет убрзања тачке у тренутку $t_2 = 2$ s.
- Одредити угао између брзине и убрзања у том тренутку.
- Нацртати дијаграме $a(t)$, $v(t)$ и $s(t)$.

$$\vec{v} = 4t\vec{i} - 3t\vec{j}$$

$$M_0(2,1)$$

$$\vec{r}_2, \vec{a}_2, \alpha_2 = ?$$

$$a(t), v(t), s(t) = ?$$

$$\dot{x} = 4t \quad \dot{y} = -3t$$

$$\frac{dx}{dt} = 4t \quad \frac{dy}{dt} = -3t$$

$$\int_2^x dx = \int_0^t 4t dt \quad \int_1^y dy = \int_0^t -3t dt$$

$$x = 2 + 2t^2 \quad y = 1 - \frac{3}{2}t^2$$

$$x_2 = 10 \quad y_2 = -5 \rightarrow \vec{r}_2 = 10\vec{i} - 5\vec{j}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} = 4\vec{i} - 3\vec{j} \rightarrow$$

$$|\vec{a}_2| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \rightarrow$$

$$\vec{a}_2 = 4\vec{i} - 3\vec{j}; a_{2x} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a_{2y} = -3 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_2| = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_2 \cdot \vec{v}_2 = |\vec{a}_2| \cdot |\vec{v}_2| \cdot \cos \alpha_2 \rightarrow \cos \alpha_2 = \frac{\vec{a}_2 \cdot \vec{v}_2}{|\vec{a}_2| \cdot |\vec{v}_2|}$$

$$\vec{v}_2 = 4 \cdot 2\vec{i} - 3 \cdot 2\vec{j} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$$

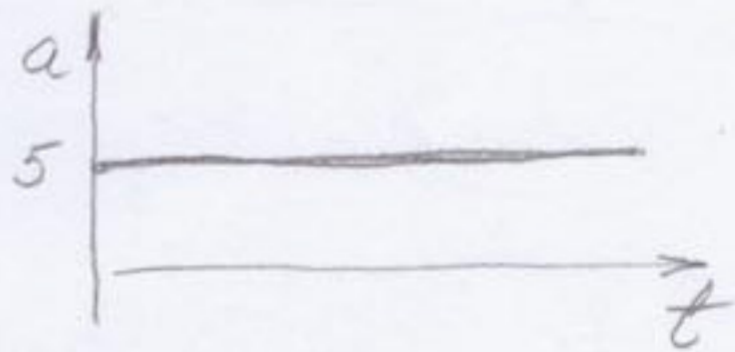
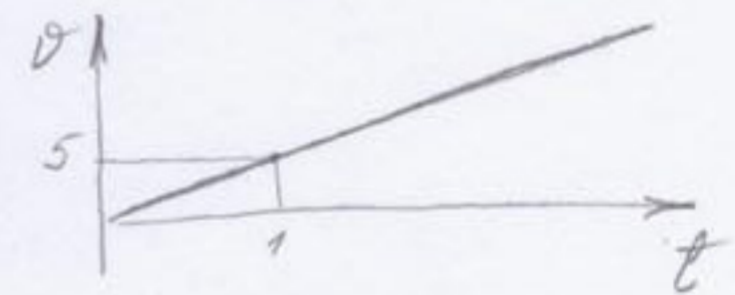
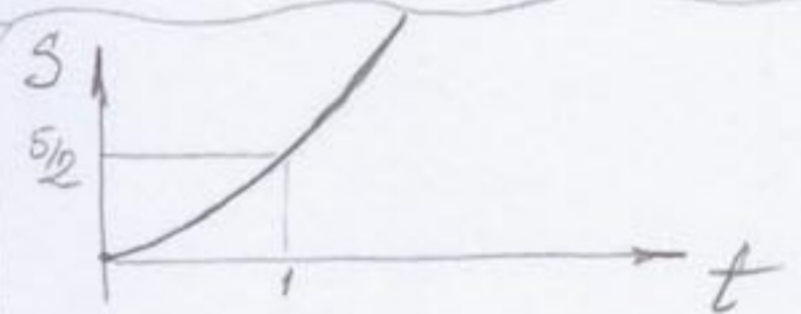
$$|\vec{v}_2| = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ m/s}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{(4\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot (8\vec{i} - 6\vec{j})}{5 \cdot 10} = \frac{32 + 18}{50} = 1 \Rightarrow \alpha_2 = 0$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16 + 9} = 5 = \text{const}$$

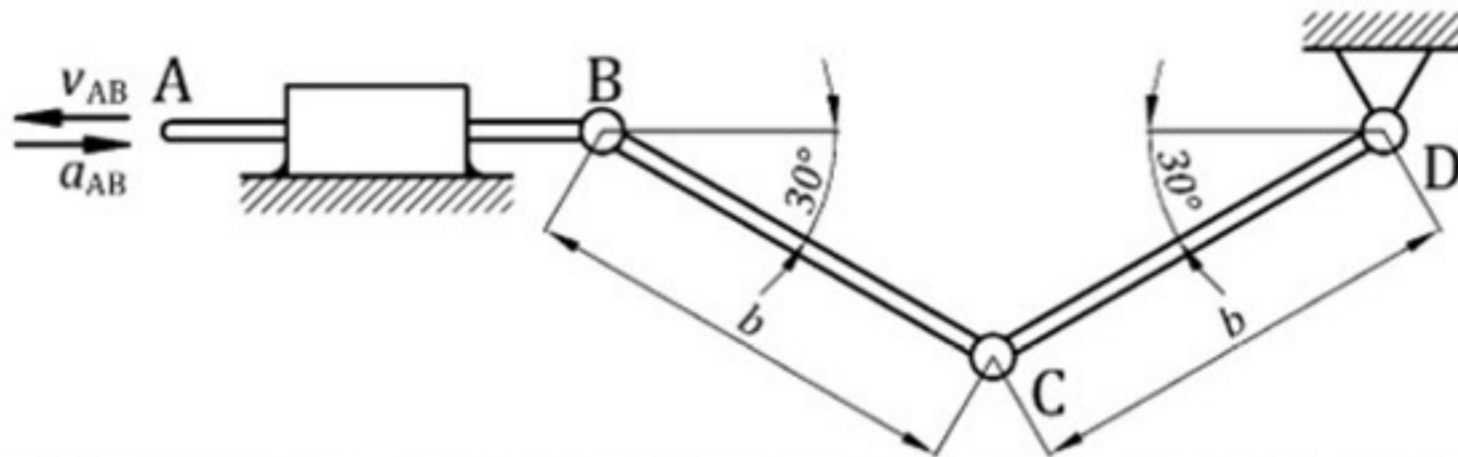
$$|\vec{v}| = \sqrt{16t^2 + 9t^2} = 5t$$

$$s = \int |\vec{v}| dt = \int 5t dt = \frac{5t^2}{2}$$



2. Штап АВ у положају приказаном на слици има брзину $v_{AB} = 8 \text{ m/s}$ и убрзање $a_{AB} = 2 \text{ m/s}^2$ смјерова приказаних на слици. Ако је $b = 1 \text{ m}$, за приказани положај механизма је потребно одредити:

- угаону брзину полуге CD,
- угаону брзину полуге BC и
- интензитет убрзања зглоба C.



$$v_{AB} = 8 \text{ m/s}$$

$$a_{AB} = 2 \text{ m/s}^2$$

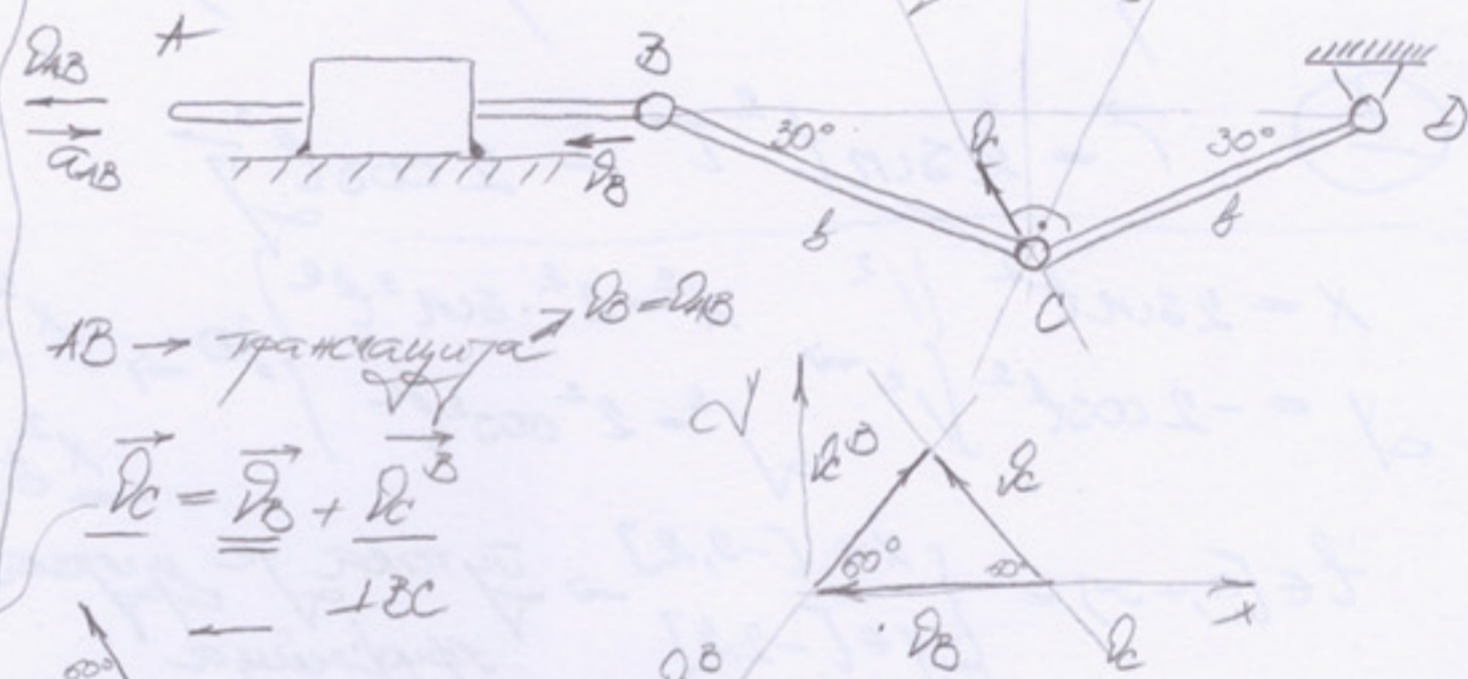
$$b = 1 \text{ m}$$

$$\omega_{CD}, \omega_{BC}, a_c = ?$$

$$a_{AB} = \text{const}$$

$$v_{AB0} = 12 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$



AB → трансляција

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B$$

$$\begin{cases} x: -v_C \cos 60^\circ = -v_B + v_C^B \cos 60^\circ \\ y: v_C \sin 60^\circ = 0 + v_C^B \sin 60^\circ \Rightarrow v_C = v_C^B \end{cases}$$

$v_B = v_C = v_C^B$ (ово се може закључити директно ако се узме у обзир да постоје вектори брзина објеката једнакостранични троугао)

$$v_C = \overline{CD} \cdot \omega_{CD} = b \cdot \omega_{CD} \Rightarrow \omega_{CD} = \frac{v_C}{b} = \frac{8}{1} = 8 \text{ s}^{-1}$$

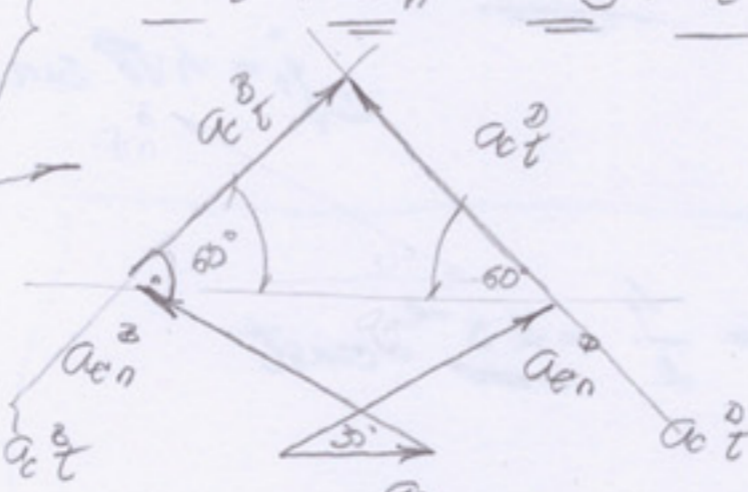
$$v_C^B = \overline{CB} \cdot \omega_{BC} = b \cdot \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{v_C^B}{b} = \frac{8}{1} = 8 \text{ s}^{-1}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_C^B + \vec{a}_n^B$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_C^B + \vec{a}_n^B$$

$$a_C^B = a_C^B$$

$$\vec{a}_C^B + \vec{a}_n^B = \vec{a}_B + \vec{a}_C^B + \vec{a}_n^B$$



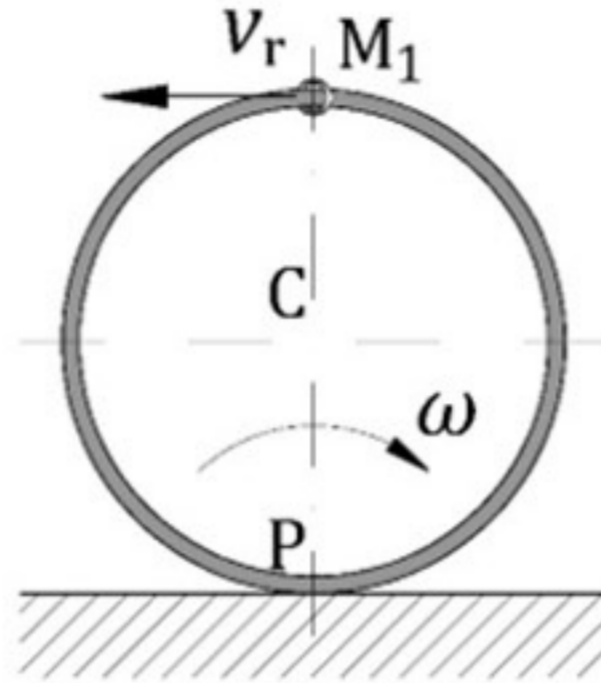
$$\begin{aligned} a_C^B &= \overline{CB} \cdot \omega_{BC}^2 \\ a_n^B &= \overline{CB} \cdot \omega_{BC}^2 = 1 \cdot 8^2 = 64 \\ a_B &= a_{AB} = 2 \\ a_C^B &= \overline{CB} \cdot \omega_{BC}^2 = 64 \\ a_n^B &= \overline{CB} \cdot \omega_{BC}^2 = 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -a_C^B \cos 60^\circ + a_n^B \cos 30^\circ &= a_B + a_C^B \cos 60^\circ - a_n^B \cos 30^\circ \\ -\left(64 \cdot \frac{1}{2}\right) + 64 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} &= 2 + \left(64 \cdot \frac{1}{2}\right) - 64 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_C^B \cdot \frac{2}{2} = 32\sqrt{3} + 32\sqrt{3} - 2 = 64\sqrt{3} - 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_C^B = 64\sqrt{3} - 2 = 108,85 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_C = \sqrt{a_C^B^2 + a_n^B^2} = \sqrt{108,85^2 + 64^2} = 126,27 \text{ m/s}^2$$

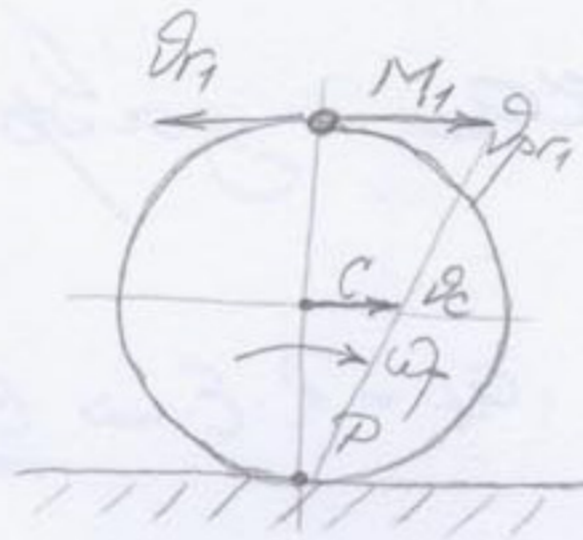
3. Прстен M клизи по кружном обручу полупречника 2 m брзином чији се интензитет мијења према закону $v_r = 3t + 1$ у односу на обруч. Обруч се по подлози котрља без клизања константном угаоном брзином $\omega = 2\text{ s}^{-1}$. Након једне секунде од почетка кретања прстен заузима положај приказан на слици.

- Одредити апсолутну брзину прстена у посматраном тренутку.
- Одредити апсолутно убрзање прстена у посматраном тренутку.

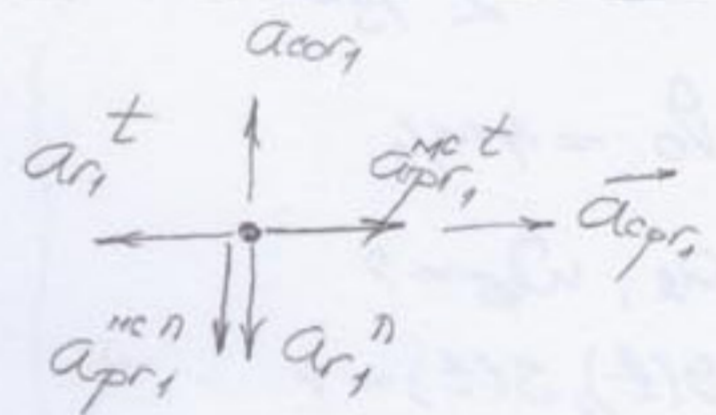


$R = 2\text{ m}$
 $v_r = 3t + 1$
 $\omega_{\text{obr}} = 2\text{ s}^{-1} = \text{const}$
 $t_1 = 1\text{ s}$

$\left\{ \begin{array}{l} a_a = ? \\ a_c = ? \end{array} \right.$
 $1/3 = ?$
 $l(v_r = 0,5\text{ m/s}) = ?$

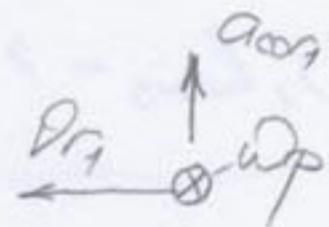


$v_{r1} = 3 + 1 = 4\text{ m/s}$
 $v_{c1} = 2R\omega_p = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8\text{ m/s}$
 $\underline{v_{a1} = v_{c1} - v_{r1} = 8 - 4 = 4\text{ m/s}}$



$\epsilon_{\text{obr}} = \dot{\omega}_{\text{obr}} = 0$

$a_{r1}^t = \dot{v}_{r1} = 3$
 $a_{r1}^{nc} = \frac{v_{r1}^2}{R} = \frac{16}{2} = 8$
 $\vec{a}_{\text{acc1}} = 2\omega_{\text{obr}} \times \vec{v}_{r1}$
 $a_{\text{acc1}} = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \sin 90^\circ = 16$



$v_{c1} = R \cdot \omega_{\text{obr}} \Rightarrow |\vec{a}_{c1}^t| = R \cdot \epsilon_{\text{obr}} = 0$
 $\vec{a}_{\text{obr}} = \vec{a}_{\text{obr}}^t + \vec{a}_{\text{obr}}^{c t} + \vec{a}_{\text{obr}}^{c n}$
 $a_{\text{obr}}^{c t} = R \cdot \dot{\omega}_{\text{obr}} = 0$
 $a_{\text{obr}}^{c n} = R \cdot \omega_{\text{obr}}^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$

$\underline{a_{a1}} = \sqrt{(a_{r1}^t - a_{\text{obr}}^{c t} - a_{\text{obr}}^t)^2 + (a_{\text{obr}}^{c n} + a_{r1}^{nc} - a_{\text{acc1}})^2}$
 $= \sqrt{(3 - 0 - 0)^2 + (8 + 8 - 16)^2} = 3\text{ m/s}^2$