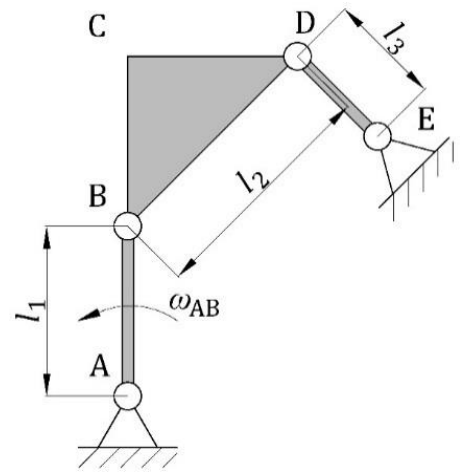


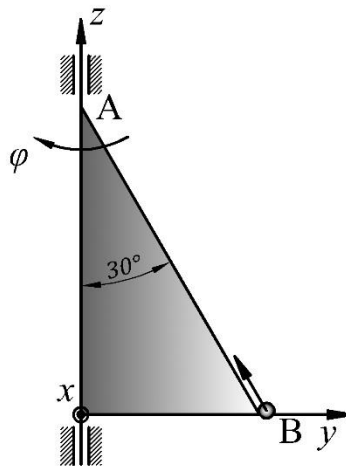
Примјер испитних задатака за ПРВИ колоквијум из МЕХАНИКЕ (ВЗ)

1. Материјална тачка се обрће по кружници полупречника један метар према закону $s = -2t^2 + 7t$. Одредити:
 - почетну угаону брзину тачке;
 - пут који је тачка прешла у току друге секунде;
 - вријеме потребно да тачка направи $49/(16\pi)$ обртаја;
 - временски тренутак у коме тачка има убрзање $\sqrt{97} \text{ m/s}^2$.

2. Угаона брзина штапа АВ мијења се према закону $\omega_{AB} = 2t + 1$. Након двије секунде од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. Ако је $l_1 = \sqrt{2} \text{ m}$, $l_2 = 2 \text{ m}$ и $l_3 = 0,5 \text{ m}$ и ако је BCD једнакокрако-правоугли троугао, за приказани положај механизма одредити:
 - угаону брзину штапа DE,
 - угаону брзину троугла BCD,
 - пут који зглоб В пређе након двије секунде,
 - број обртаја које направи за тај период.



3. Положај троугаоне плоче која се обрће око непомичне осе z мијења се према закону $\varphi = 2t^2$. Истовремено се из тачке В ка тачки А креће куглица тако да јој се релативна брзина мијења према закону $v = 2t$. Ако је дужина хипотенузе плоче 8 m, одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице у тренутку $t_2 = 2 \text{ s}$.



1. Материјална тачка се обрће по кружности полупречника један метар према закону $s = -2t^2 + 7t$. Одредити:

- почетну угаону брзину тачке;
- пут који је тачка прешла у току друге секунде;
- вријеме потребно да тачка направи $49/(16\pi)$ обртаја;
- временски тренутак у коме тачка има убрзање $\sqrt{97} \text{ m/s}^2$.

$$R = 1 \text{ m}$$

$$s = -2t^2 + 7t$$

$$\omega_0, L_{1-2}, t^* (N^* = \frac{49}{16\pi}), t (a = \sqrt{97} \text{ m/s}^2) = ?$$

$$s = R \cdot \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{s}{R}$$

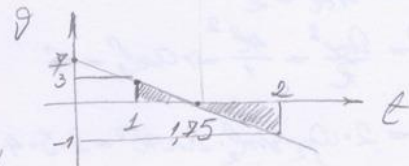
$$\varphi = -2t^2 + 7t$$

$$\omega = \dot{\varphi} = -4t + 7$$

$$t_0 = 0 \rightarrow \underline{\omega_0} = -4 \cdot 0 + 7 = \underline{7 \text{ s}^{-1}}$$

$$\theta = R \cdot \omega = -4t + 7$$

$$L_{1-2} = \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 1 = 1,25 \text{ m}$$



$$\underline{L_{1-2}} = L_{1,75} + L_{1,75-2} = |S_{1,75} - S_1| + |S_2 - S_{1,75}|$$

$$= |6,125 - 5| + |6 - 6,125| = 1,125 + 0,125 = \underline{1,25 \text{ m}}$$

$$S_1 = -2 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 = 5$$

$$S_{1,75} = -2 \cdot 1,75^2 + 7 \cdot 1,75 = 6,125$$

$$S_2 = -2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 = 6$$

$$N^* = \frac{\varphi^*}{2\pi} = \frac{-2t^{*2} + 7t^*}{2\pi} \Rightarrow -2t^{*2} + 7t^* = 2\pi N^* \Rightarrow 2t^{*2} - 7t^* + 2\pi N^* = 0$$

$$\underline{t_{1/2}^*} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 2 \cdot 2\pi \cdot \frac{49}{16\pi}}}{4} = \frac{7 \pm 0}{4} = \underline{1,75 \text{ s}}$$

$$a_t = \frac{d\omega}{dt} = -4$$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Rightarrow$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = (-4t + 7)^2$$

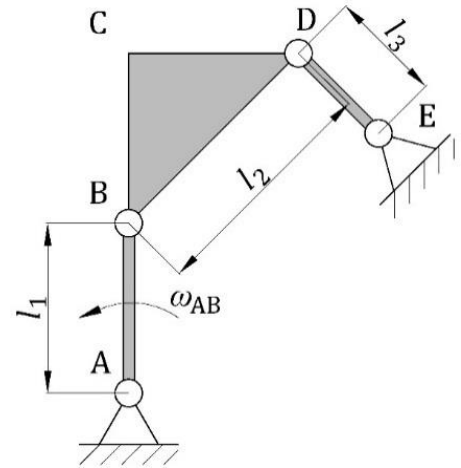
$$(-4t + 7)^2 = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Rightarrow -4t + 7 = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Rightarrow$$

$$t = \frac{7 - \sqrt{a^2 - a_t^2}}{4}$$

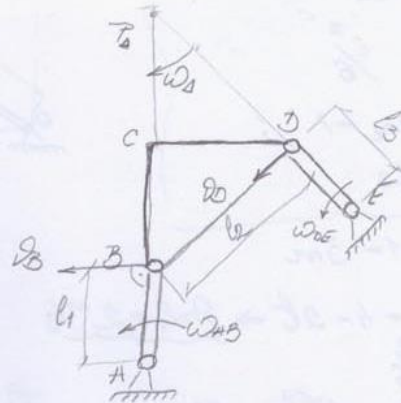
$$\text{za } a = \sqrt{97} \Rightarrow \underline{t} = \frac{7 - \sqrt{97 - 16}}{4} = \frac{7 - 3}{4} = \underline{1 \text{ s}}$$

2. Угаона брзина штапа АВ мијења се према закону $\omega_{AB} = 2t + 1$. Након двије секунде од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. Ако је $l_1 = \sqrt{2} \text{ m}$, $l_2 = 2 \text{ m}$ и $l_3 = 0,5 \text{ m}$ и ако је BCD једнакокрако-правоугли троугао, за приказани положај механизма одредити:

- угаону брзину штапа DE,
- угаону брзину троугла BCD,
- пут који зглоб В пређе након двије секунде,
- број обртаја које направи за тај период.



$$\begin{aligned} \omega_{AB} &= 2t + 1 \\ t_2 &= 2\text{s} \\ l_1 &= \sqrt{2} \text{ m} \\ l_2 &= 2 \text{ m} \\ l_3 &= 0,5 \text{ m} \\ \omega_{DE}, \omega_D, S_B(t=2\text{s}), \varphi_B(t=2\text{s}) &=? \end{aligned}$$



$$t_2 = 2\text{s} \rightarrow \omega_{AB,2} = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \text{ s}^{-1}$$

$$v_B = l_1 \cdot \omega_{AB} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_B = \overline{DB} \cdot \omega_D \rightarrow \omega_D = \frac{v_B}{\overline{DB}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} \text{ s}^{-1}$$

$$v_D = \overline{DC} \cdot \omega_D = l_2 \cdot \omega_D = 2 \cdot \frac{5}{2} = 5 \text{ m/s}$$

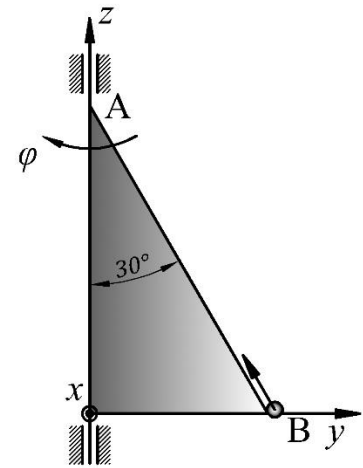
$$v_D = \overline{DE} \cdot \omega_{DE} \rightarrow \omega_{DE} = \frac{v_D}{\overline{DE}} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ s}^{-1}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{AB} &= 2t + 1 \\ v_B &= \omega_{AB} \cdot l_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_B &= (2t + 1)\sqrt{2} \\ S_B &= \int_0^t v_B dt = \int_0^t \sqrt{2}(2t + 1) dt \\ &= \sqrt{2}t^2 + \sqrt{2}t \end{aligned}$$

$$\underline{S_{B,2}} = \sqrt{2} \cdot 4 + 2\sqrt{2} = \underline{6\sqrt{2} \text{ m}}$$

$$\left. \begin{aligned} S_B &= l_1 \cdot \varphi_B \\ \varphi_B &= \frac{S_B}{l_1} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S_B &= 2\pi N_B l_1 \Rightarrow N_B = \frac{S_B}{2\pi l_1} \Rightarrow \underline{N_{B,2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2\pi \cdot \sqrt{2}} = \underline{\frac{3}{\pi}} \end{aligned}$$

3. Положај троугаоне плоче која се обрће око непомичне осе z мијења се према закону $\varphi = 2t^2$. Истовремено се из тачке B ка тачки A креће куглица тако да јој се релативна брзина мијења према закону $v = 2t$. Ако је дужина хипотенузе плоче 8 m , одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице у тренутку $t_2 = 2\text{ s}$.



$c = 2t^2$
 $v_{rel} = 2t$
 $AB = 8\text{ m}$
 $t_2 = 2\text{ s}$
 $a_{a2}, a_{a2} - ?$

$s_{rel} = \int v_{rel} dt = \int 2t dt = t^2$
 $s_{rel2} = 4\text{ m}$

$\vec{v}_a = \vec{v}_{pr} + \vec{v}_{rel}$
 $v_{pr2} = 2 \cdot \omega_{pr2} = 2 \cdot 8 = 16\text{ m/s}$
 $\omega_{pr} = \dot{c} = 4t \rightarrow \omega_{pr2} = 8\text{ s}^{-1}$
 $v_{rel2} = 2 \cdot t_2 = 2 \cdot 2 = 4\text{ m/s}$

$v_{rel} \perp v_{pr}$
 $|\vec{v}_{a2}| = \sqrt{v_{rel2}^2 + v_{pr2}^2} = \sqrt{16 + 16^2} = \sqrt{16(1+16)} = 4\sqrt{17} = 16,49\text{ m/s}$

$a_{rel} = \dot{v}_{rel} = 2 \rightarrow a_{rel2} = 2\text{ m/s}^2$
 $a_{pr2}^n = 2 \cdot \omega_{pr2}^2 = 2 \cdot 64 = 128\text{ m/s}^2$
 $a_{pr2}^t = 2 \cdot \epsilon_{pr2} = 2 \cdot 4 = 8\text{ m/s}^2$
 $\epsilon_{pr} = \dot{\omega}_{pr} = 4 \rightarrow \epsilon_{pr2} = 4\text{ s}^{-2}$
 $\vec{a}_{cor} = 2 \cdot \vec{\omega}_{pr} \times \vec{v}_{rel}$

$a_{cor2} = 2 \cdot \omega_{pr2} \cdot v_{rel2} \cdot \sin 90^\circ = 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 32\text{ m/s}^2$

$a_{ax2} = -a_{cor2} + a_{pr2}^t = -32 + 8 = -24\text{ m/s}^2$
 $a_{ay2} = -a_{pr2}^n - a_{rel2} \cdot \cos 60^\circ = -128 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -129\text{ m/s}^2$
 $a_{az2} = a_{rel2} \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{ m/s}^2$

$|\vec{a}_{a2}| = \sqrt{a_{ax2}^2 + a_{ay2}^2 + a_{az2}^2} = \sqrt{24^2 + 129^2 + 3} = 131,22\text{ m/s}^2$