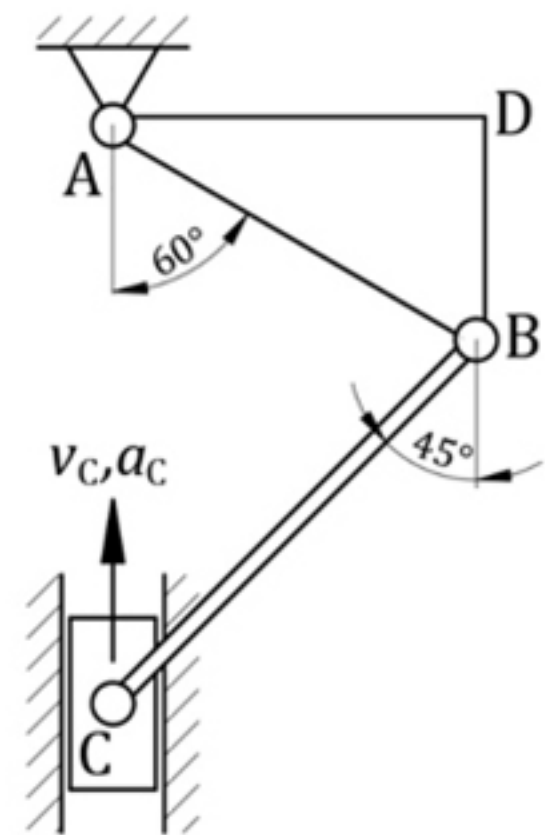


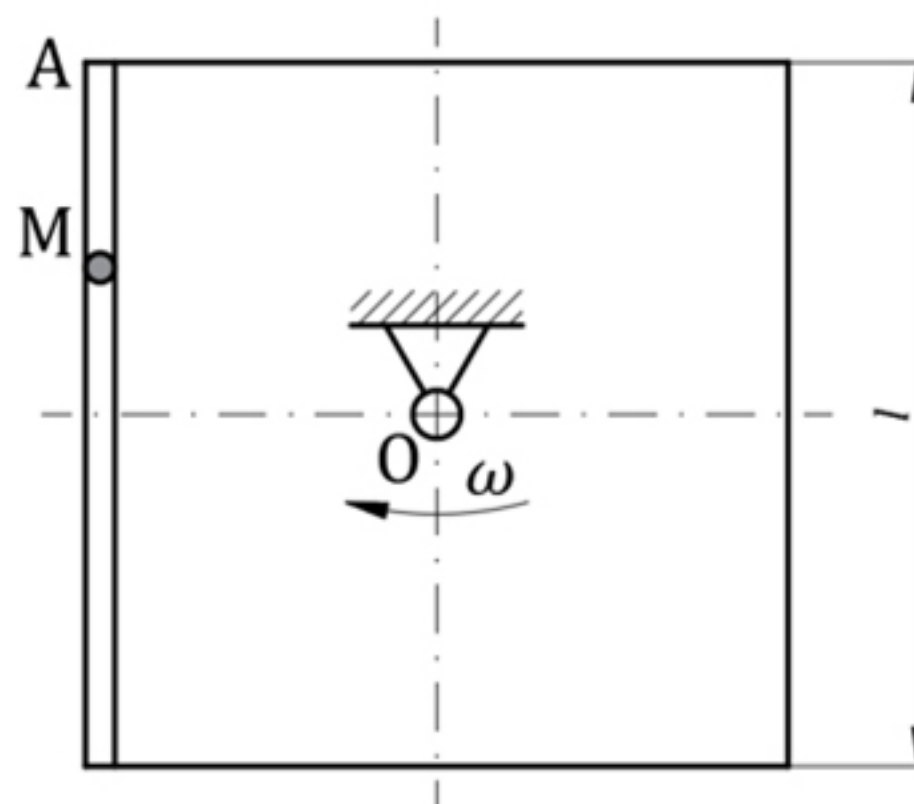
### ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Убрзање материјалне тачке мијења се према закону  $\vec{a} = 4t\vec{i} + 3t\vec{j}$  (вријеме је у секундама, а убрзање у  $\text{m/s}^2$ ). Она је кретање започела из координатног почетка брзином  $\vec{v}_0 = \vec{i}$  [ $\text{m/s}$ ]. Одредити:
- вектор положаја тачке након једне секунде од почетка кретања;
  - угао између брзине и убрзања у том тренутку;
  - пут који тачка пређе у току друге секунде.

2. У положају механизма приказаном на слици клизач С има брзину од  $1 \text{ m/s}$  и убрзање од  $2 \text{ m/s}^2$ . Одредити брзину тачке D и убрзање тачке B за приказани положај механизма, ако је  $\overline{CB} = 1,2 \text{ m}$  и  $\overline{AB} = 1 \text{ m}$ .



3. Квадратна плоча стране  $l = 1 \text{ m}$  обрће се константном угаоном брзином од  $2 \text{ rad/s}$ . Унутар уског канала креће се куглица M која кретање почиње из положаја A према закону  $\overline{AM} = t^2/9$ . Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице M у тренутку  $t_3 = 3 \text{ s}$ .



Предметни наставник:  
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:  
Раде Грујичић

## ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Убрзање материјалне тачке мијења се према закону  $\vec{a} = 4t\vec{i} + 3t\vec{j}$  (вријеме је у секундама, а убрзање у  $\text{m/s}^2$ ). Она је кретање започела из координатног почетка брзином  $\vec{v}_0 = \vec{i}$  [ $\text{m/s}$ ]. Одредити:

- вектор положаја тачке након једне секунде од почетка кретања;
- угао између брзине и убрзања у том тренутку;
- пут који тачка пређе у току друге секунде.

$$a_x = 4t \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^x dv_x = \int_0^t 4t dt \Rightarrow v_x = 2t^2 + 1 \\ v_x = \frac{dx}{dt} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \int_0^x dx = \int_0^t (2t^2 + 1) dt \\ x = \frac{2}{3}t^3 + t \rightarrow x_1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

$$a_y = 3t \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^y dv_y = \int_0^t 3t dt \Rightarrow v_y = \frac{3}{2}t^2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \int_0^y dy = \int_0^t \frac{3}{2}t^2 dt \\ y = \frac{1}{2}t^3 \rightarrow y_1 = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\vec{r}_1 = \frac{5}{3}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

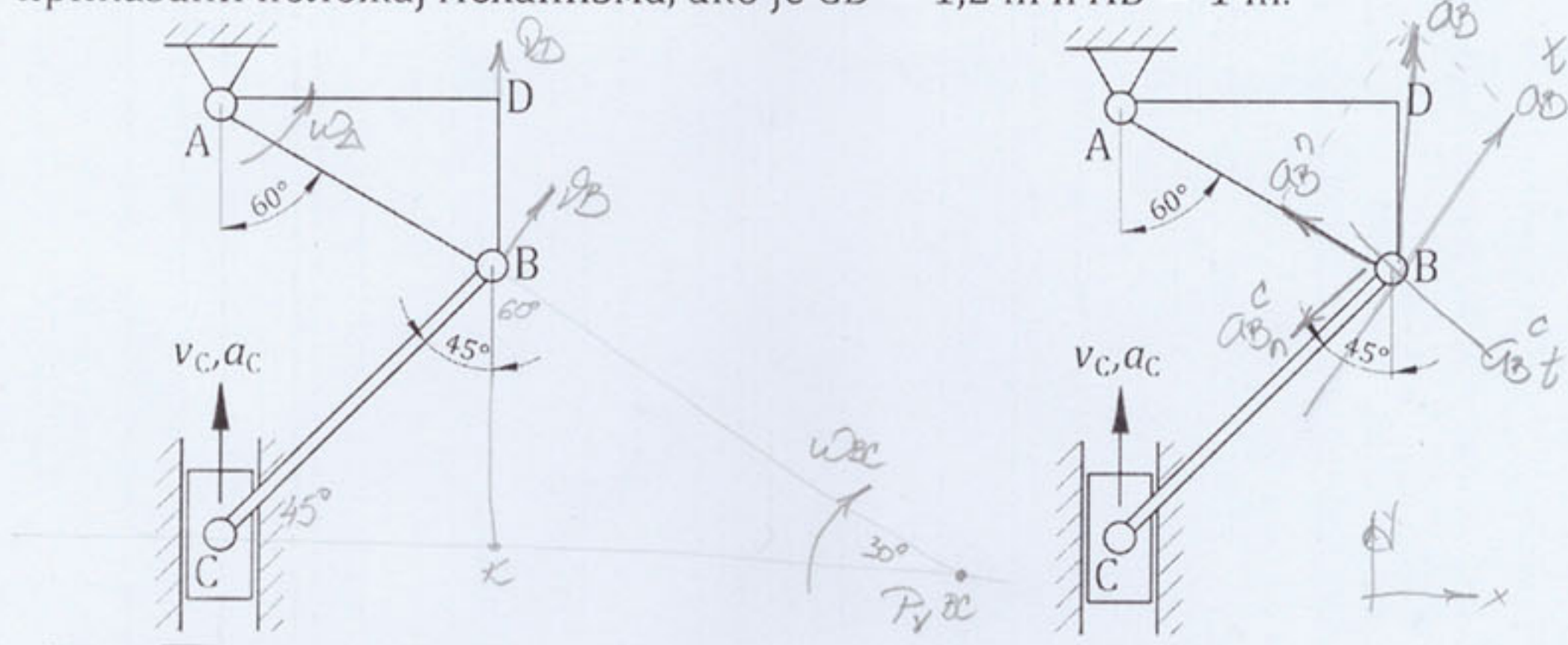
$$\left. \begin{array}{l} v_{x1} = 2 + 1 = 3 \\ v_{y1} = \frac{3}{2} \\ a_{x1} = 4 \\ a_{y1} = 3 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \vec{v}_1 = 3\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} \\ \vec{a}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} \end{array} \right\} \cos \alpha (\vec{v}_1, \vec{a}_1) = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{a}_1}{v_1 a_1} = \frac{(3\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}) \cdot (4\vec{i} + 3\vec{j})}{\sqrt{9 + \frac{9}{4}} \sqrt{16 + 9}} = \frac{12 + \frac{9}{2}}{5\sqrt{\frac{45}{4}}} = 0,98 \dots \rightarrow \alpha (\vec{v}_1, \vec{a}_1) = 10,3^\circ$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(2t^2 + 1)^2 + (\frac{3}{2}t)^2} = \sqrt{4t^4 + 4t^2 + 1 + \frac{9}{4}t^2} = \sqrt{\frac{25}{4}t^4 + 4t^2 + 1}$$

$$\text{за } t \in [1, 2] \quad v \nearrow \Rightarrow s_{1-2} = \int_1^2 \sqrt{\frac{25}{4}t^4 + 4t^2 + 1} dt \dots = 6,66 \text{ m}$$



2. У положају механизма приказаном на слици клизач C има брзину од 1 m/s и убрзање од 2 m/s<sup>2</sup>. Одредити брзину тачке D и убрзање тачке B за приказани положај механизма, ако је  $\overline{CB} = 1,2$  m и  $\overline{AB} = 1$  m.



$$\overline{CK} = \overline{BK} = \overline{BC} / \sqrt{2} = 1,2 / \sqrt{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{BK}}{\overline{KP_V}} \Rightarrow \overline{KP_V} = \frac{\overline{BK}}{\tan 30^\circ} = \frac{1,2}{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = 1,2 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$v_C = \overline{CP_V} \cdot \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{v_C}{\overline{CK} + \overline{KP_V}} = \frac{1}{\frac{1,2}{\sqrt{2}} + \frac{1,2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}$$

$$\omega_{BC} = \frac{\sqrt{2}}{1,2(1+\sqrt{3})} = 0,435 \text{ s}^{-1}$$

$$\overline{BP_V} = \sqrt{\overline{BK}^2 + \overline{KP_V}^2} = \sqrt{\overline{BK}^2 + \frac{\overline{BK}^2}{\tan^2 30^\circ}} = \overline{BK} \sqrt{1+3} = 2\overline{BK} = \frac{2,4}{\sqrt{2}}$$

$$v_B = \overline{BP_V} \cdot \omega_{BC} = \frac{2,4}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1,2(1+\sqrt{3})} = \frac{2}{1+\sqrt{3}} = 0,43 \text{ m/s}$$

$$v_B = \overline{AB} \omega_A \Rightarrow \omega_A = \frac{2}{1+\sqrt{3}} = 0,43 \text{ rad/s}$$

$$v_D = \overline{AD} \cdot \omega_A = \overline{AB} \sin 60^\circ \omega_A = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \text{ m/s} = 0,23 \text{ m/s}$$

$$a_B^n = \overline{AB} \cdot \omega_A^2 = 0,54 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Bn}^C = \overline{BC} \cdot \omega_{BC}^2 = 1,2 \cdot 0,43^2 = 0,22 \text{ m/s}^2$$

$$a_B^t = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 2 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 0,22 + 0,54 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 0,22 = \frac{0,54\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$a_B^t = 1,38 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = \sqrt{a_B^n^2 + a_B^t^2} = 1,48 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_B^C$$

$$\vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t = \vec{a}_C + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C$$

$$x: -a_B^n \cos 30^\circ + a_B^t \cos 60^\circ = -a_{Bn}^C \cos 45^\circ + a_{Bt}^C \cos 45^\circ$$

$$a_{Bt}^C = \frac{-a_B^n \frac{\sqrt{3}}{2} + a_B^t \frac{1}{2} + a_{Bn}^C \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

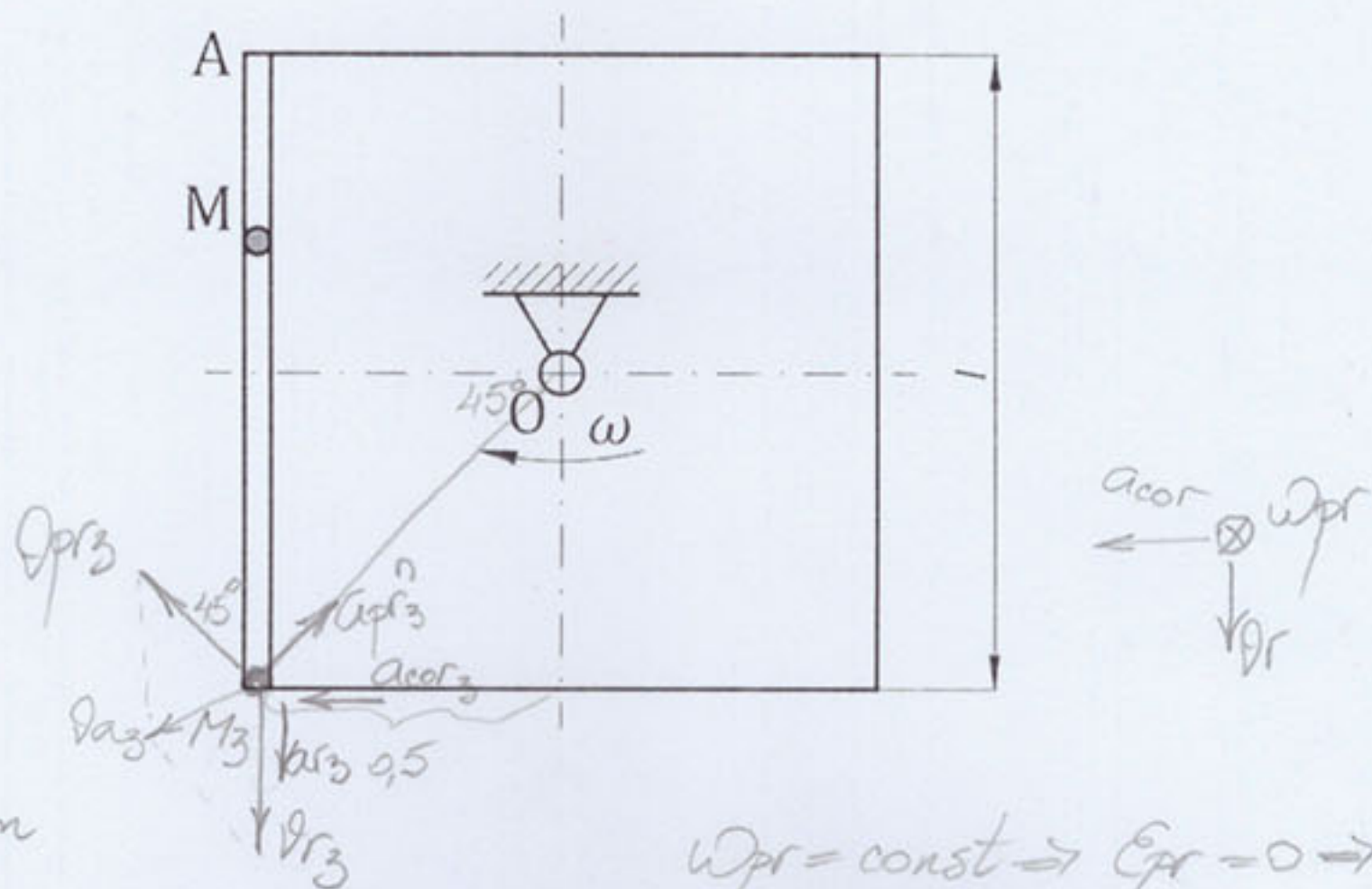
$$y: a_B^n \sin 30^\circ + a_B^t \sin 60^\circ = a_C - a_{Bn}^C \cos 45^\circ - a_{Bt}^C \cos 45^\circ$$

$$a_B^t = \frac{\frac{1}{2} a_C - a_{Bn}^C \frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Bt}^C \frac{\sqrt{2}}{2} - a_B^n \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} a_C - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a_{Bn}^C + \frac{1}{\sqrt{3}} (a_B^n \sqrt{3} - a_B^t - a_{Bn}^C \sqrt{2}) - \frac{a_B^n}{\sqrt{3}}$$



3. Квадратна плоча странице  $l = 1 \text{ m}$  обрће се константном угаоном брзином од  $2 \text{ rad/s}$ . Унутар уског канала креће се куглица  $M$  која кретање почиње из положаја  $A$  према закону  $\overline{AM} = t^2/9$ . Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице  $M$  у тренутку  $t_3 = 3 \text{ s}$ .



$$\overline{AM}_3 = s_{r3} = \frac{t_3^2}{9} = 1 \text{ m}$$

$$v_r = \dot{s}_r = \frac{2}{9}t \rightarrow v_{r3} = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

$$v_{pr3} = \overline{OM}_3 \cdot \omega_{pr3} = 0,5\sqrt{2} \cdot 2 = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \underline{v_{a3}} &= \sqrt{\left(v_{pr3} \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(v_{pr3} \frac{\sqrt{2}}{2} - v_{r3}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{1 + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \underline{1,05 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

$$\omega_{pr} = \text{const} \Rightarrow \epsilon_{pr} = 0 \Rightarrow a_{pr}^t = 0$$

$$a_{pr3}^n = \overline{OM}_3 \cdot \omega_{pr3}^2 = 0,5\sqrt{2} \cdot 4 = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$a_r = \dot{v}_r = \frac{2}{9} \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned} a_{cor3} &= 2\omega_{pr3}v_{r3} \sin 90^\circ \\ &= 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{a_{a3}} &= \sqrt{\left(a_{r3} - a_{pr3}^n \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(a_{cor3} - a_{pr3}^n \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2}{9} - 2\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 2\right)^2} \\ &= \underline{1,9 \text{ m/s}^2} \end{aligned}$$