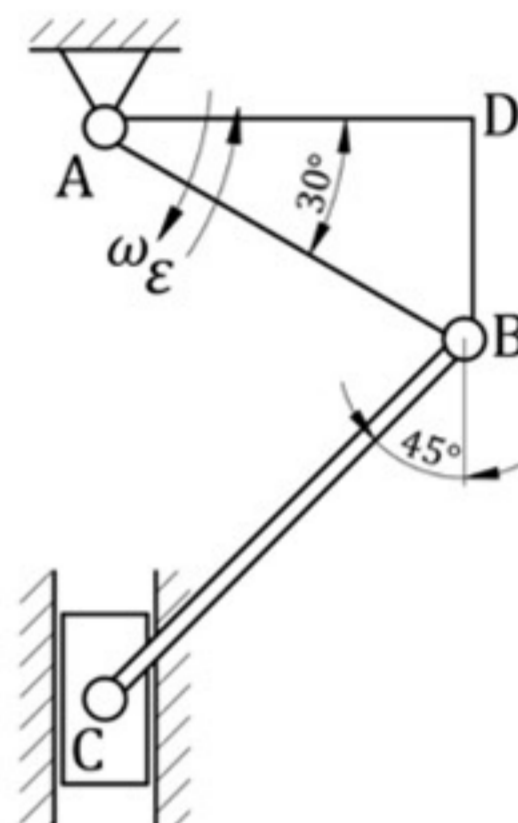


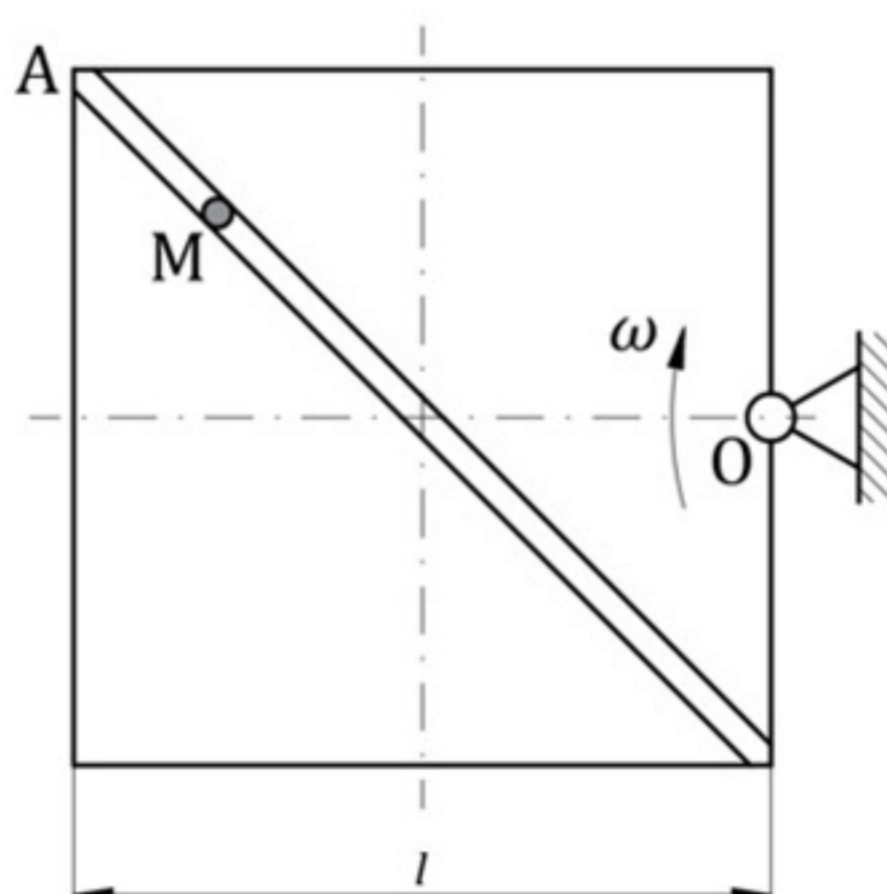
ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Убрзање материјалне тачке мијења се према закону $\vec{a} = -3t\vec{i} + 4t\vec{j}$ (вријеме је у секундама, а убрзање у m/s^2). Она је кретање започела без почетне брзине из положаја $\vec{r}_0 = \vec{j}$ [m]. Одредити:
- тангенцијално и нормално убрзање тачке у произвољном временском тренутку;
 - угао између вектора брзине и вектора положаја у произвољ. тренутку;
 - пут који тачка пређе за двије секунде.

2. У положају механизма приказаном на слици троугаона плоча има угаону брзину од 1 rad/s и угаоно убрзање од 2 rad/s^2 . Одредити брзину и убрзање клизача C за приказани положај механизма, ако је $\overline{CB} = 1,2 \text{ m}$ и $\overline{BD} = 0,5 \text{ m}$.



3. Квадратна плоча странице $l = 2 \text{ m}$ обрће се константном угаоном брзином од 3 rad/s . Унутар канала креће се куглица M која кретање почиње из положаја A, а њена брзина у односу на плочу мијења се према закону $v_r = 2\sqrt{2}t$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице M у тренутку $t_1 = 1 \text{ s}$.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Убрзање материјалне тачке мијења се према закону $\vec{a} = -3t\vec{i} + 4t\vec{j}$ (вријеме је у секундама, а убрзање у m/s^2). Она је кретање започела без почетне брзине из положаја $\vec{r}_0 = \vec{j}$ [m]. Одредити:

- тангенцијално и нормално убрзање тачке у произвољном временском тренутку;
- угао између вектора брзине и вектора положаја у произвољ. тренутку;
- пут који тачка пређе за двије секунде.

$$\left. \begin{aligned} a_x &= -3t \\ a_x &= \frac{dv_x}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^t dv_x = \int_0^t -3t dt \Rightarrow v_x = -\frac{3}{2}t^2 \quad \left. \begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} \\ \int_0^x dx &= \int_0^t -\frac{3}{2}t^2 dt \\ x &= -\frac{1}{2}t^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_y &= 4t \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^t dv_y = \int_0^t 4t dt \Rightarrow v_y = 2t^2 \quad \left. \begin{aligned} v_y &= \frac{dy}{dt} \\ \int_0^y dy &= \int_0^t 2t^2 dt \\ y &= \frac{2}{3}t^3 + 1 \end{aligned} \right\}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{9}{4}t^4 + 4t^4} = \frac{5}{2}t^2$$

$$y = \frac{2}{3}t^3 + 1$$

$$\underline{a_t} = \frac{dv}{dt} = \underline{5t}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{9t^2 + 16t^2} = 5t$$

$$\underline{a_n} = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{25t^2 - 25t^2} = \underline{0}$$

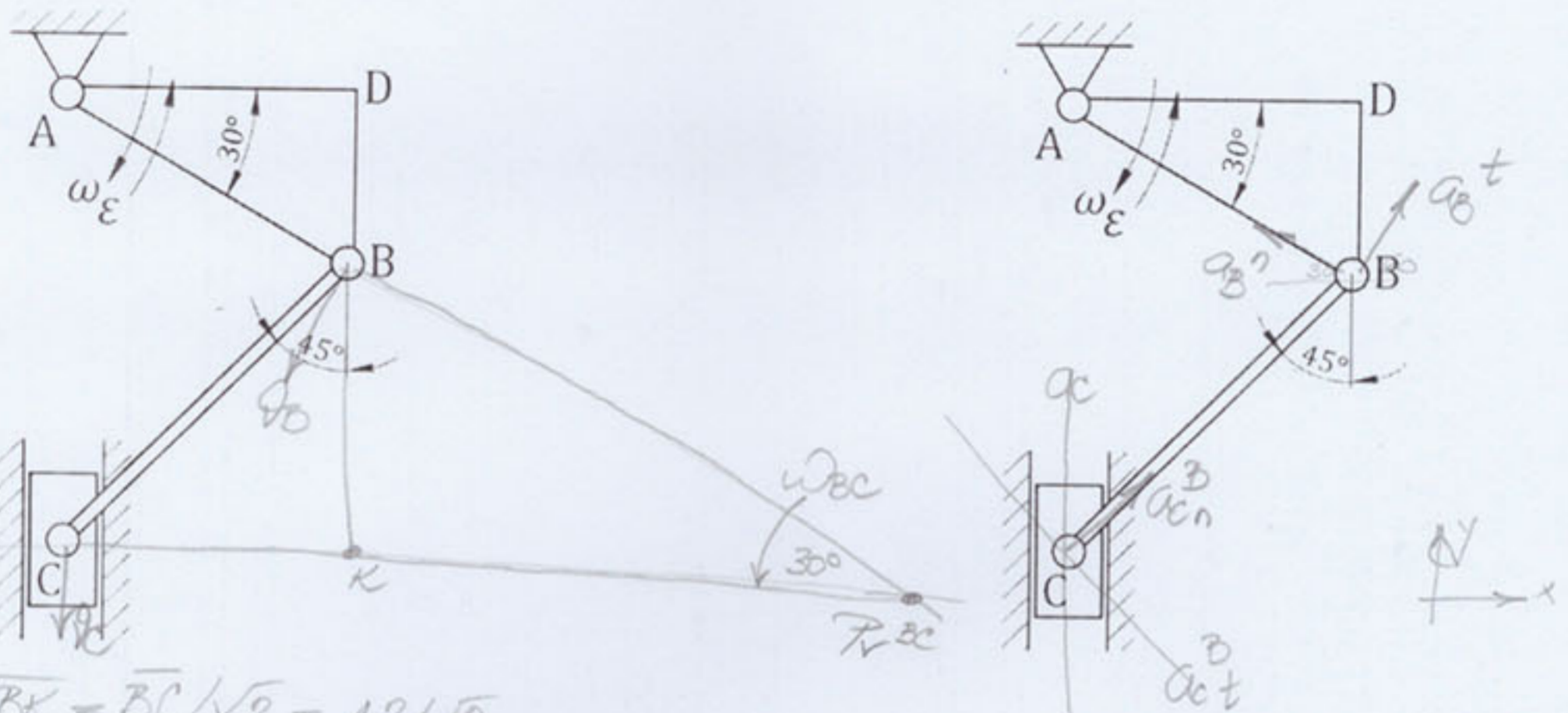
$$\cos \chi(\vec{v}, \vec{r}) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{v \cdot r} = \frac{(-\frac{3}{2}t^2\vec{i} + 2t^2\vec{j}) \cdot (-\frac{1}{2}t^3\vec{i} + (\frac{2}{3}t^3 + 1)\vec{j})}{\frac{5}{2}t^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}t^6 + \frac{4}{9}t^6 + \frac{4}{3}t^3 + 1}}$$

$$\chi(\vec{v}, \vec{r}) = \arccos \frac{\frac{3}{4}t^5 + \frac{4}{3}t^5 + 2t^2}{\frac{5}{2}t^2 \sqrt{\frac{25}{36}t^6 + \frac{4}{3}t^3 + 1}}$$

за $t \in [0, 2]$ не мисли се са смером брзине

$$S_{0-2} = \int_0^2 v dt = \int_0^2 \frac{5}{2}t^2 dt = \frac{5}{6}t^3 \Big|_0^2 = \frac{5 \cdot 8}{6} = \frac{20}{3} m = 6.67 m$$

2. У положају механизма приказаном на слици троугаона плоча има угаону брзину од 1 rad/s и угаоно убрзање од 2 rad/s^2 . Одредити брзину и убрзање клизача C за приказани положај механизма, ако је $\overline{CB} = 1,2 \text{ m}$ и $\overline{BD} = 0,5 \text{ m}$.



$$\overline{CK} = \overline{BK} = \overline{BC} / \sqrt{2} = 1,2 / \sqrt{2}$$

$$\overline{BK} = 2 \overline{CK} = 2,4 / \sqrt{2}$$

$$\overline{CK} = \overline{BK} + \overline{BK} \cos 30^\circ = \frac{1,2}{\sqrt{2}} + \frac{2,4}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,32$$

$$\left. \begin{aligned} v_B &= \overline{AB} \omega_\Delta \\ v_B &= \overline{BK} \omega_{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BK}} \omega_\Delta = \frac{\overline{BD} / \sin 30^\circ}{\overline{BK}} \omega_\Delta = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{2}}{2,4} \cdot 1 = 0,59 \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{v_C} = \overline{CK} \cdot \omega_{BC} = 2,32 \cdot 0,59 = \underline{1,37 \text{ m/s}}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_C^B$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B^t + \vec{a}_B^n + \vec{a}_C^B^t + \vec{a}_C^B^n$$

$$a_B^t = \overline{AB} \cdot \epsilon_\Delta = 2 \text{ m/s}^2$$

$$a_B^n = \overline{AB} \omega_\Delta^2 = 1 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Cn}^B = \overline{CB} \omega_{BC}^2 = 1,2 \cdot 0,59^2 = 0,42 \text{ m/s}^2$$

$$x: 0 = a_B^t \cos 60^\circ - a_B^n \cos 30^\circ + a_C^B^t \cos 45^\circ + a_C^B^n \cos 45^\circ$$

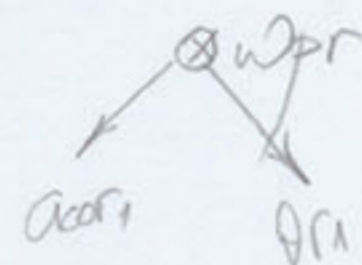
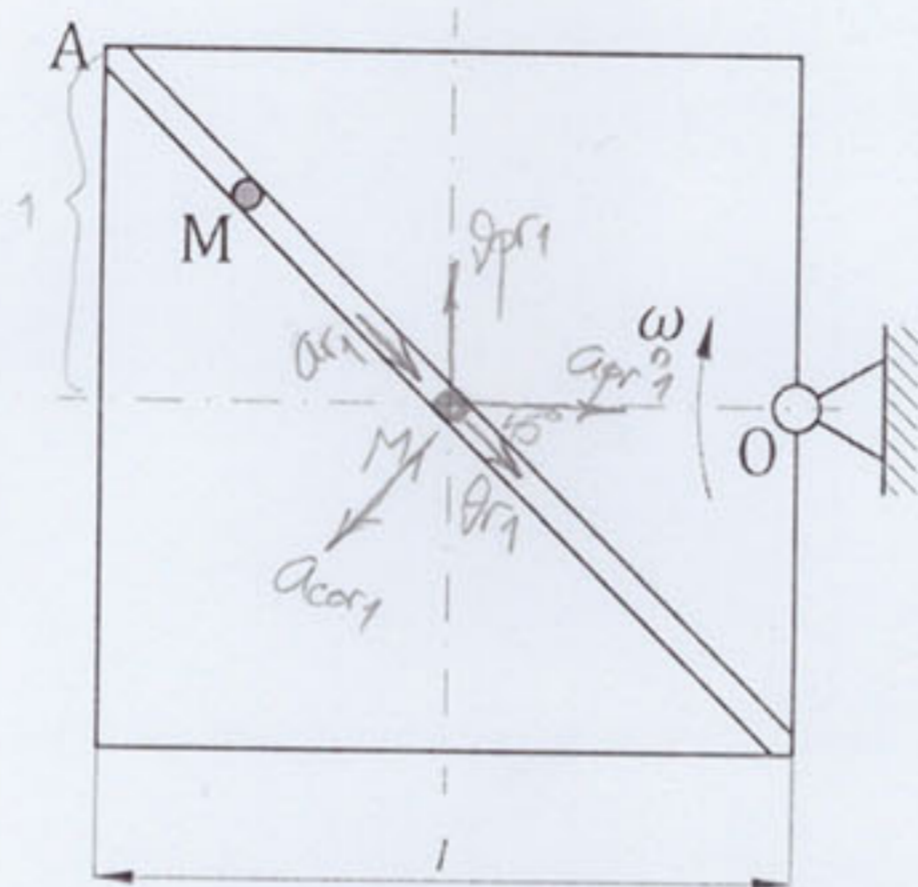
$$0 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + a_C^B^t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 0,42 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_C^B^t = \frac{-2 + \sqrt{3} - 0,42\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -0,61 \text{ m/s}^2$$

$$y: \underline{a_C} = a_B^t \sin 60^\circ + a_B^n \sin 30^\circ - a_C^B^t \sin 45^\circ + a_C^B^n \sin 45^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 0,61 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 0,42 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{2,96 \text{ m/s}^2}$$

3. Квадратна плоча стране $l = 2 \text{ m}$ обрће се константном угаоном брзином од 3 rad/s . Унутар канала креће се куглица M која кретање почиње из положаја A , а њена брзина у односу на плочу мијења се према закону $v_r = 2\sqrt{2}t$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице M у тренутку $t_1 = 1 \text{ s}$.



$$s_r = \int_0^t v_r dt = \int_0^t 2\sqrt{2}t dt = \sqrt{2}t^2; \quad s_{r1} = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$v_{r1} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{\phi 1} = \overline{OM}_1 \cdot \omega_{\phi 1} = 1 \cdot 3 = 3 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_{a1}} = \sqrt{(v_{r1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (v_{r1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - v_{\phi 1})^2} = \sqrt{(2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} = \underline{2,24 \text{ m/s}}$$

$$a_r = \dot{v}_r = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$a_{\phi 1}^t = 0 \quad (\dot{\omega} = 0)$$

$$a_{\phi 1}^n = \overline{OM}_1 \cdot \omega_{\phi 1}^2 = 1 \cdot 9 = 9 \text{ m/s}^2$$

$$a_{cor1} = 2\omega_{\phi 1} v_{r1} \sin 90^\circ = 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 1 = 12\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_{a1}} = \sqrt{(a_{cor1} - a_{\phi 1}^n \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (a_r + a_{\phi 1}^n \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2}$$

$$= \sqrt{(12\sqrt{2} - 9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (2\sqrt{2} + 9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2}$$

$$= \sqrt{(7,5\sqrt{2})^2 + (6,5\sqrt{2})^2} = \sqrt{197} = \underline{14,04 \text{ m/s}^2}$$