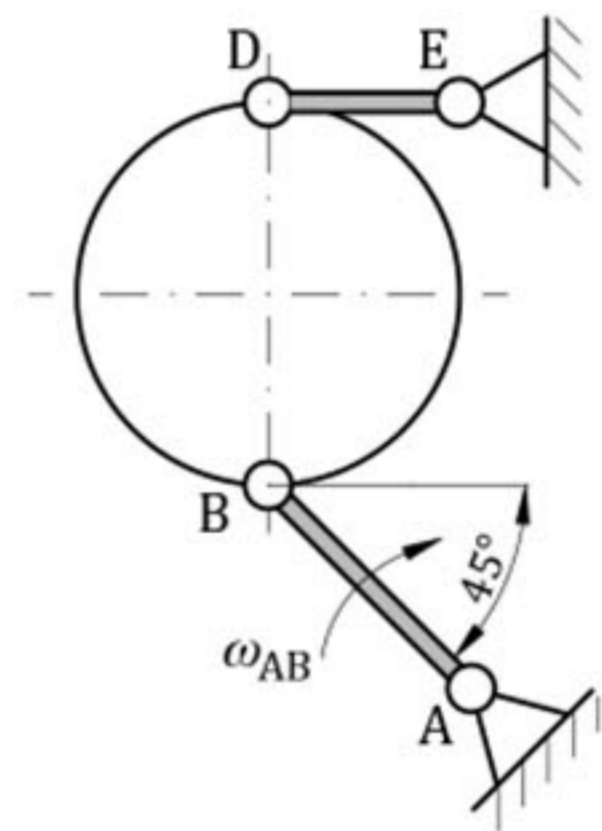


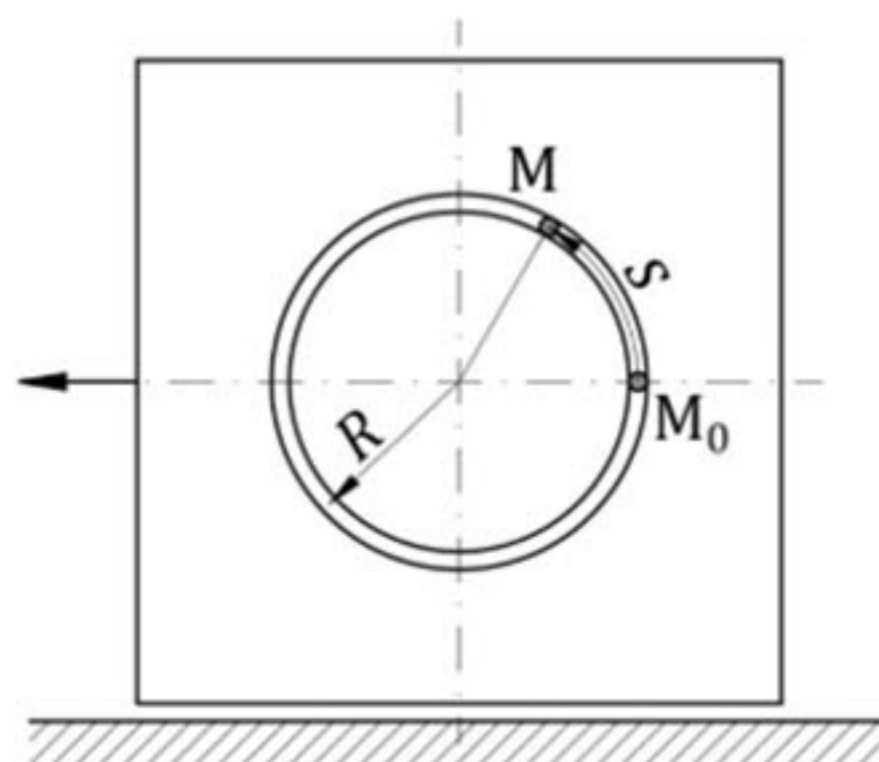
ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ – ПОПРАВНИ РОК

1. Материјална тачка се креће по кружници полупречника 3 m почетном угаоном брзином од 4 rad/s. Њено угаоно убрзање је константно и износи -3 rad/s^2 . Одредити:
- интензитет укупног убрзања тачке након двије секунде од почетка кретања;
 - пут који тачка пређе након двије секунде од почетка кретања.

2. У положају механизма приказаном на слици полуга АВ има угаону брзину од 2 rad/s и угаоно убрзање од -3 rad/s^2 . Одредити брзину и убрзање зглоба D за приказани положај механизма, ако је полупречник диска 1 m и ако је $\overline{AB} = 2\overline{DE} = 2 \text{ m}$.



3. Квадратна плоча стране 3 m креће се равномерно промјенљиво улијево убрзањем од 2 m/s^2 и почетном брзином од 1 m/s. Унутар кружног канала полупречника $R = 0,5 \text{ m}$ креће се куглица M која кретање почиње из положаја M_0 и креће се према закону $s = \pi/(2\sqrt{3}) \sin(\pi t/3)$ у односу на плочу. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице M у тренутку $t_2 = 2 \text{ s}$.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ – ПОПРАВНИ РОК

1. Материјална тачка се креће по кружници полупречника 3 m почетном угаоном брзином од 4 rad/s. Њено угаоно убрзање је константно и износи -3 rad/s^2 . Одредити:

- интензитет укупног убрзања тачке након двије секунде од почетка кретања;
- пут који тачка пређе након двије секунде од почетка кретања.

$$\left. \begin{array}{l} R = 3 \text{ m} \\ \omega_0 = 4 \text{ rad/s} \\ \epsilon = -3 \text{ rad/s}^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \epsilon = -3 \\ \epsilon = \frac{d\omega}{dt} \end{array} \left. \begin{array}{l} \int_4^{\omega} d\omega = -3 \int_0^t dt \Rightarrow \omega = 4 - 3t \\ \int_0^{\omega} d\omega = -3 \int_0^t dt \Rightarrow \omega = 4 - 3t \\ \omega = \frac{ds}{dt} \end{array} \right\} \int_0^s ds = \int_0^t (4 - 3t) dt \Rightarrow s = 4t - \frac{3}{2}t^2$$

$$a_t = R \cdot \epsilon = -9 \text{ m/s}^2; \quad a_{t2} = -9 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = R \cdot \omega^2 = 3(4 - 3t)^2; \quad a_{n2} = 3 \cdot (4 - 6)^2 = 12 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = \underline{15 \text{ m/s}^2}$$

$$s = R\epsilon = 12t - \frac{9}{2}t^2 \quad \omega^* = 0 \Rightarrow 4 - 3t^* = 0 \Rightarrow \underline{t^*} = \frac{4}{3} = \underline{1,333}$$

У интервалу $t \in [0, 2]$ s тачка мјења смер кретања!

$$\underline{s_{0:2}} = s_{0:4/3} + s_{4/3:2} = |s_{4/3} - s_0| + |s_2 - s_{4/3}| = |8 - 0| + |6 - 8|$$

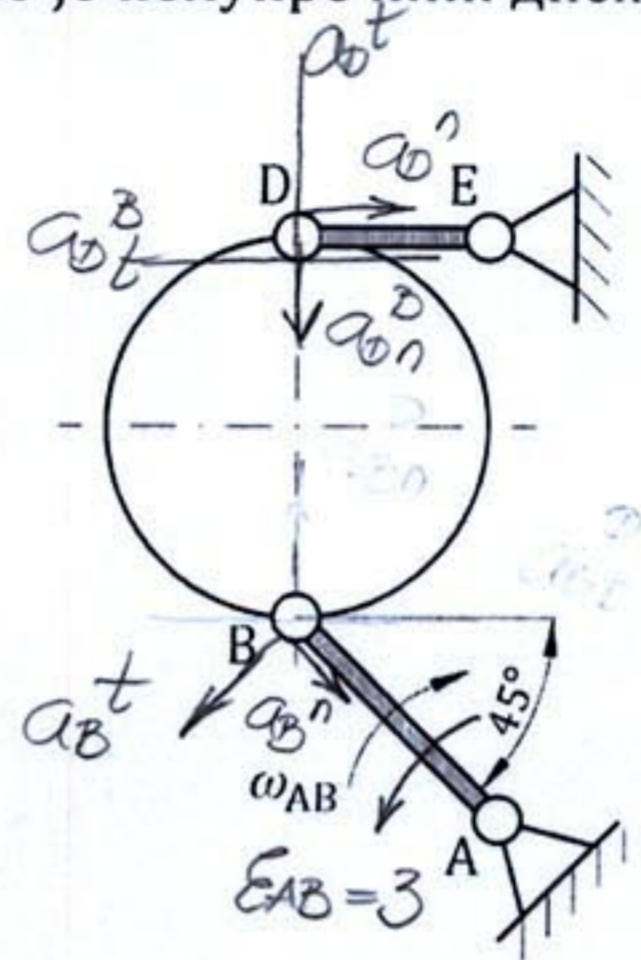
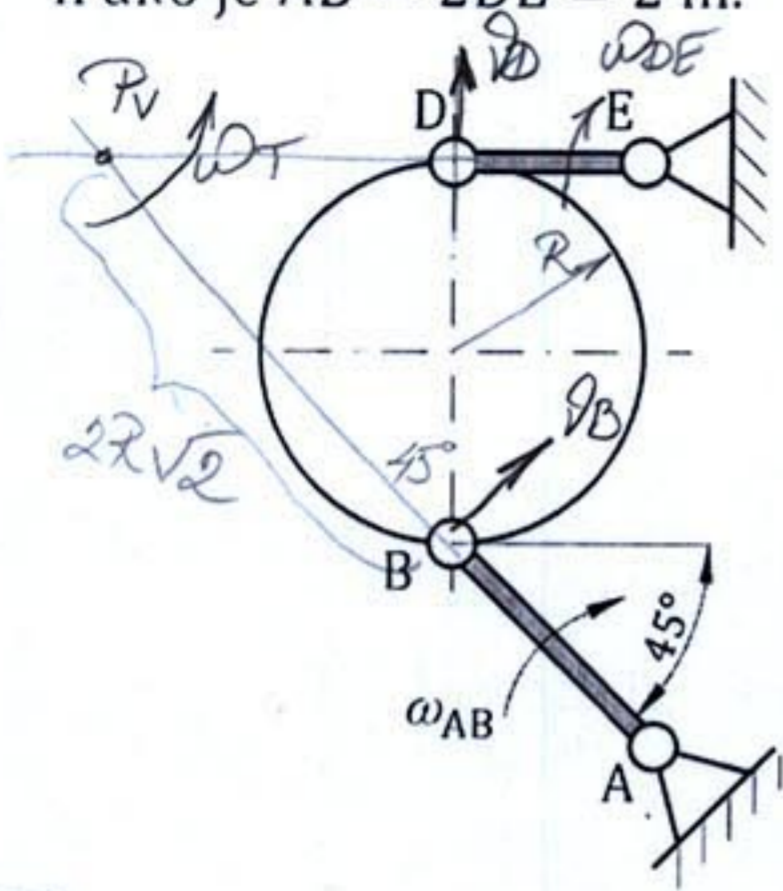
$$s_0 = 0$$

$$= 8 + 2 = \underline{10 \text{ m}}$$

$$s_{4/3} = 12 \cdot \frac{4}{3} - \frac{9}{2} \cdot \frac{16}{9} = 16 - 8 = 8 \text{ m}$$

$$s_2 = 12 \cdot 2 - \frac{9}{2} \cdot 4 = 24 - 18 = 6 \text{ m}$$

2. У положају механизма приказаном на слици полука АВ има угаону брзину од 2 rad/s и угаоно убрзање од -3 rad/s^2 . Одредити брзину и убрзање зглоба D за приказани положај механизма, ако је полупречник диска 1 m и ако је $\overline{AB} = 2\overline{DE} = 2 \text{ m}$.



$$\overline{BP} = 2R\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\overline{DP} = 2R = 2 \text{ m}$$

$$v_B = \overline{AB} \cdot \omega_{AB} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m/s}$$

$$v_B = \overline{BP} \cdot \omega_T \Rightarrow \omega_T = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{v_D} = \overline{DP} \cdot \omega_T = \underline{2\sqrt{2}} \text{ m/s}$$

$$v_D = \overline{DE} \cdot \omega_{DE} \Rightarrow \omega_{DE} = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2} \text{ s}^{-1}$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_D^B$$

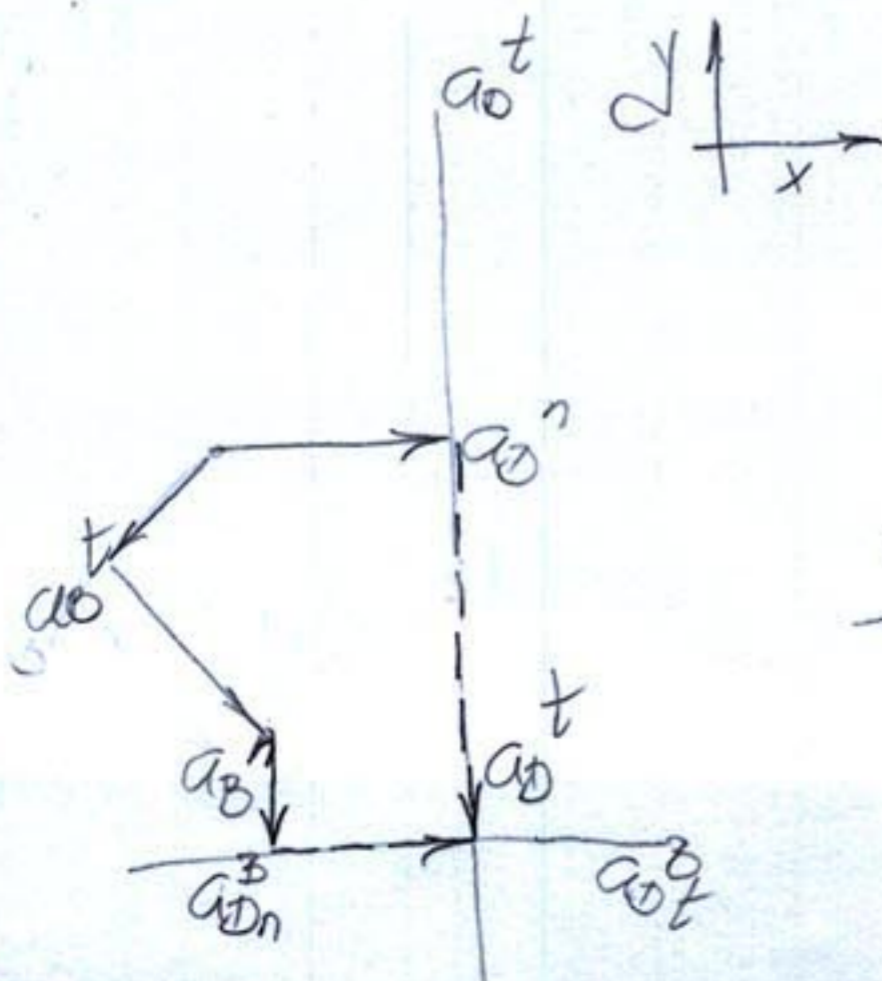
$$\vec{a}_D^t + \vec{a}_D^n = \vec{a}_B^t + \vec{a}_B^n + \vec{a}_D^t + \vec{a}_D^n \quad (*)$$

$$a_D^n = \overline{DE} \cdot \omega_{DE}^2 = 1 \cdot 4 \cdot 2 = 8 \text{ m/s}^2$$

$$a_B^t = \overline{AB} \cdot \epsilon_{AB} = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$a_B^n = \overline{AB} \cdot \omega_{AB}^2 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Dn}^B = \overline{DB} \cdot \omega_T^2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m/s}^2$$



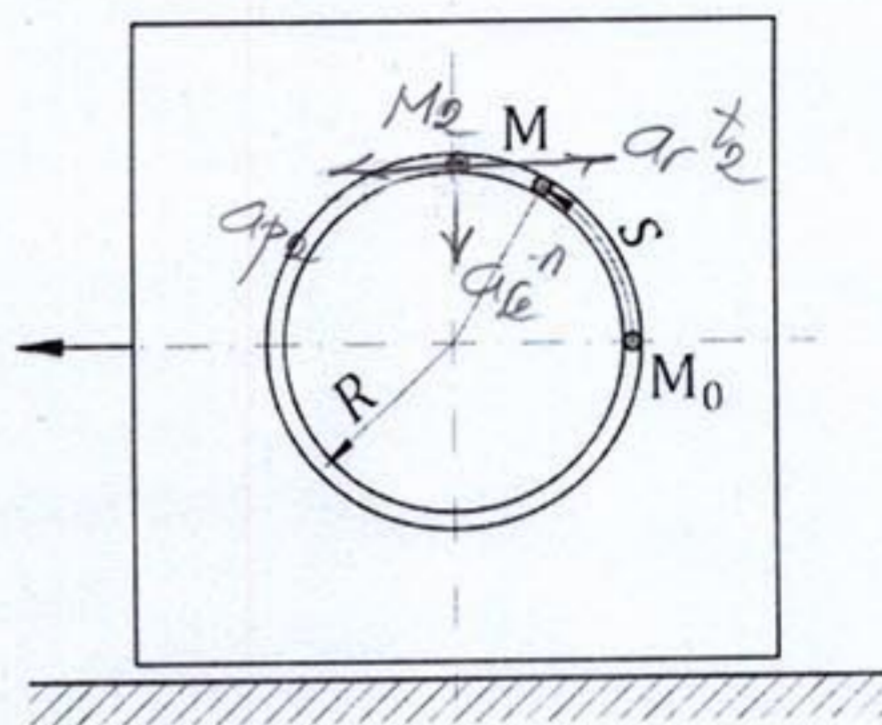
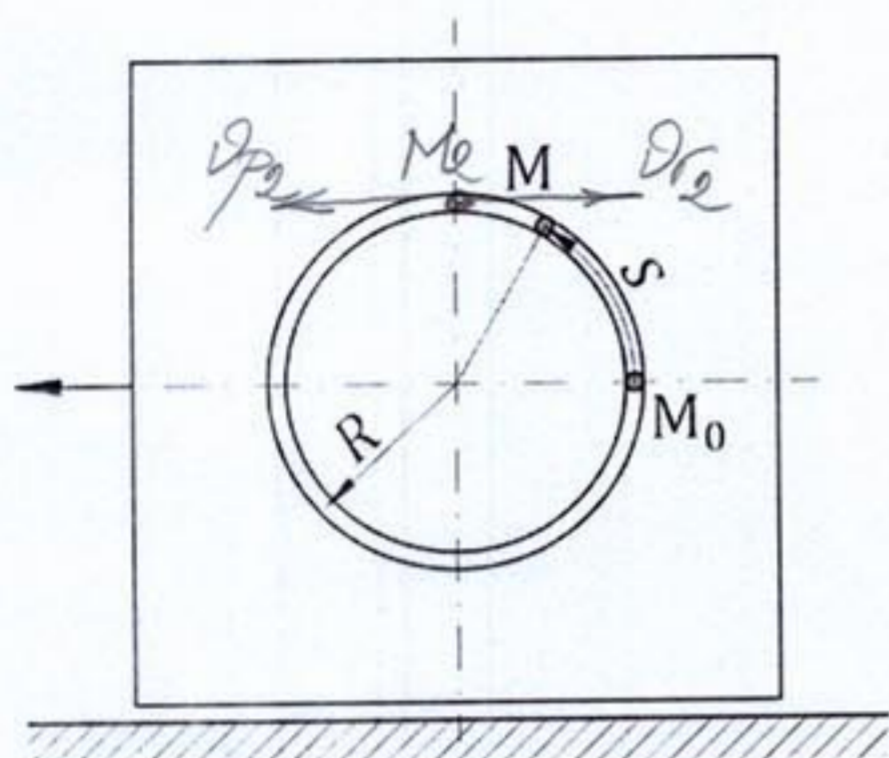
$$(*) x: a_D^n = -a_B^t \frac{\sqrt{2}}{2} + a_B^n \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{Dn}^B$$

$$(*) y: -a_D^t = -a_B^t \frac{\sqrt{2}}{2} - a_B^n \frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Dn}^B$$

$$\underline{a_D^t} = 6 \frac{\sqrt{2}}{2} + 8 \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 7\sqrt{2} + 4 = \underline{13,9 \text{ m/s}^2}$$

$$\underline{a_D} = \sqrt{a_D^t{}^2 + a_D^n{}^2} = \underline{16,04 \text{ m/s}^2}$$

3. Квадратна плоча странице 3 m креће се равномерно промјенљиво улијево убрзањем од 2 m/s^2 и почетном брзином од 1 m/s . Унутар кружног канала полупречника $R = 0,5 \text{ m}$ креће се куглица M која кретање почиње из положаја M_0 и креће се према закону $s = \pi/(2\sqrt{3}) \sin(\pi t/3)$ у односу на плочу. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања куглице M у тренутку $t_2 = 2 \text{ s}$.



$$s_r = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \sin \frac{\pi t}{3}$$

$$s_{r2} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$t_{r2} = \frac{s_{r2}}{R} = \frac{\pi/4}{1/2} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$v_r = \dot{s}_r = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi t}{3}$$

$$v_{r2} = \frac{\pi^2}{6\sqrt{3}} \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{\pi^2}{12\sqrt{3}}$$

$$\left. \begin{aligned} a_p &= 2 = \text{const} \\ a_p &= \frac{dv_p}{dt} \end{aligned} \right\} \int dv_p = 2 \int dt$$

$$v_p = 2t + 1$$

$$v_{p2} = 5$$

$$\underline{v_{a2}} = v_{p2} - v_{r2} = 5 - 0,47 = \underline{4,53 \text{ m/s}}$$

$$a_{r2} = \dot{v}_r = -\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}} \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3}$$

$$a_{r2} = -\frac{\pi^3}{18\sqrt{3}} \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{\pi^3}{18\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a_{r2} = -\frac{\pi^3}{36} = -0,86$$

$$a_{r2}^n = \frac{v_{r2}^2}{R} = \frac{\pi^4}{144 \cdot 3 \cdot 0,5} = 0,45$$

$$a_{\phi r} = 0 \Rightarrow a_{\text{cor}} = 0$$

$$a_{a2} = \sqrt{(a_{r2} - a_{r2}^t)^2 + a_{r2}^{nr}}$$

$$= \sqrt{(2 - 0,86)^2 + 0,45^2}$$

$$= \underline{1,23 \text{ m/s}^2}$$