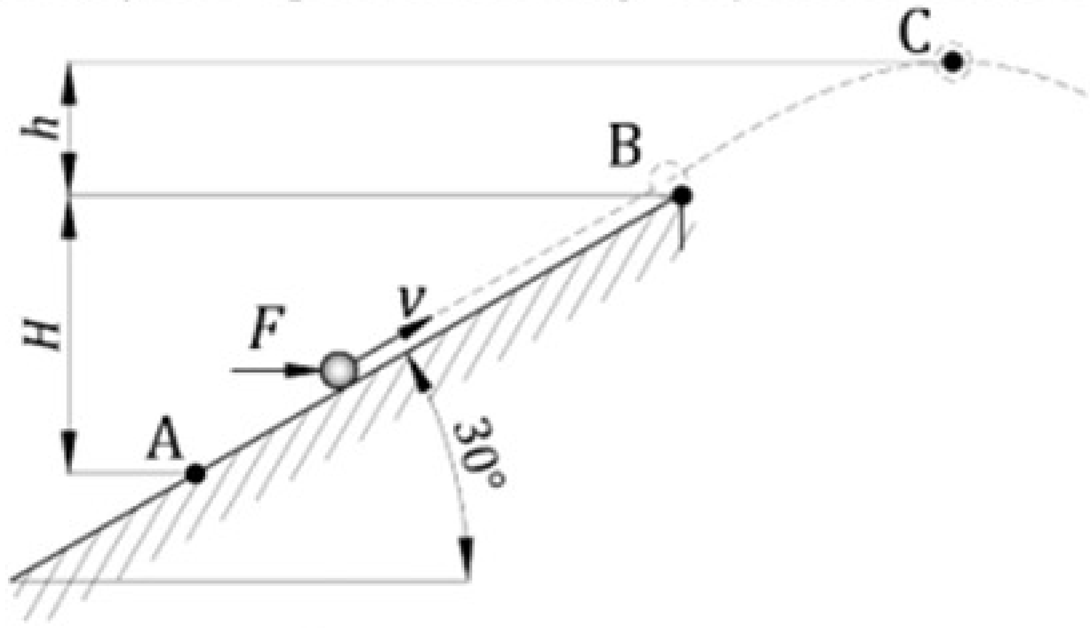
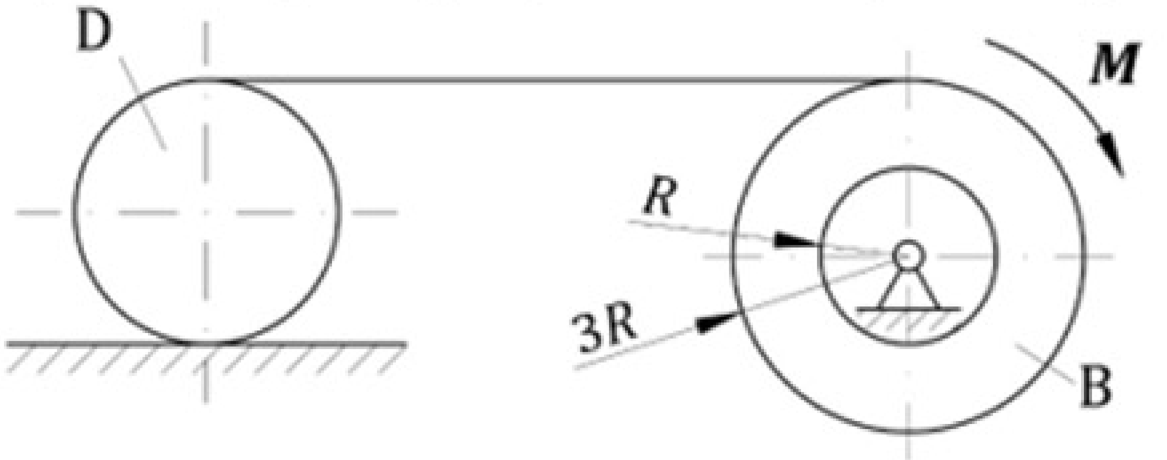
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Тијело масе 2 kg се креће уз храпаву стрму раван почевши кретање брзином $v_0 = 1{,}47\ \mathrm{m/s}$ из положаја А. Све вријеме током кретања на тијело дјелује константна хоризонтална сила F интензитета 20 N.

- Ако је висина максималног пењања тијела након напуштања стрме равни $h = 0{,}204\ \mathrm{m}$, одредити брзину тијела у максималном положају стрме равни B.
- Одредити коефицијент трења између тијела и подлоге ако је $H = 2\ \mathrm{m}$.



2. Хомогени кружни диск D система приказаног на слици се по хоризонталној подлози котрља без клизања. Његова маса износи 4 kg, а полупречник $2R$. Он је спрегнут са коаксијалним диском B, масе 3 kg и полупречника инерције за обртну осу $2R = 40\ \mathrm{cm}$, помоћу лаког неистегљивог ужета. Систем се, из стања мировања, доводи у кретање дјеловањем момента M који се мијења према закону $M = 4s_{\mathrm{D}} + 1\ [\mathrm{Nm}]$, гдје је s_{D} [m] пут који пређе центар инерције диска D. Одредити кинетичку енергију система у функцији угаоне брзине диска B. Користећи се законом о промјени кинетичке енергије система одредити угаону брзину диска B у тренутку у коме је центар инерције диска D прешао пут од 2 m.

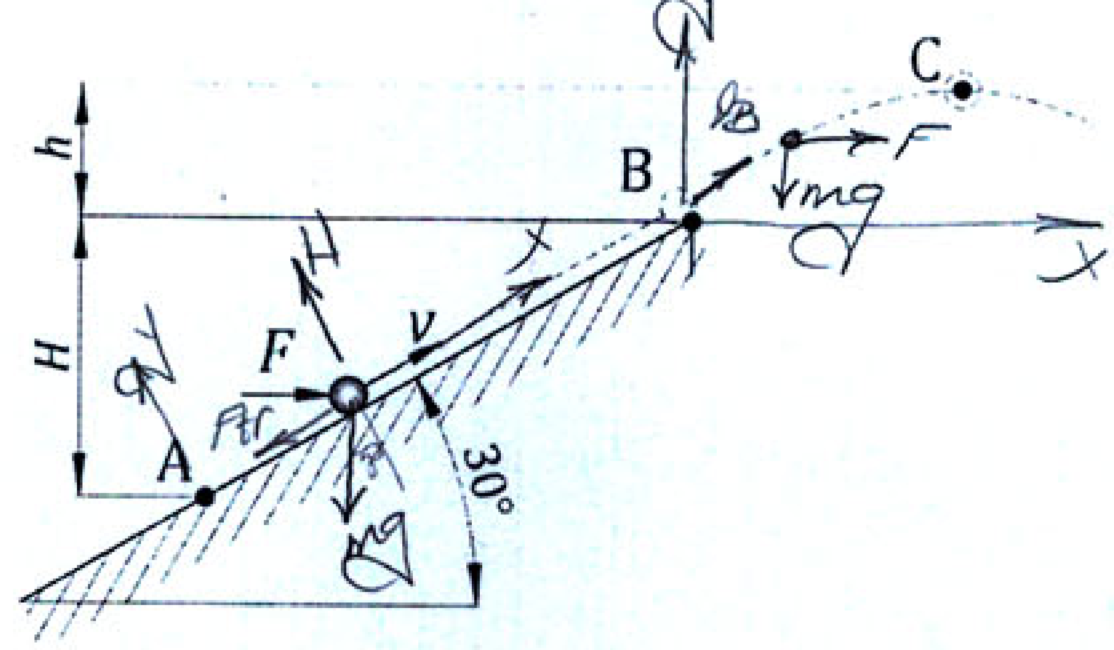


Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

1

$\sqrt{II}$



$B \div C$

$ma_x = F$

$ma_y = -mg \to a_y = -g = const \Rightarrow v_y = v_{y0} - gt$

$y = v_{y0}t - g\frac{t^2}{2}$

$v_{y0} = v_B \sin 30° = v_B/2$

$C:\ h = \frac{v_B}{2} t_C - \frac{g t_C^2}{2} \;|\cdot 2$

$2h = v_B \frac{v_B}{2g} - g\frac{v_B^2}{4g^2}$

$2h = v_B^2\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{4g}\right) = v_B^2 \frac{2-1}{4g}$

$v_B^2 = 8gh \to \underline{\underline{v_B}} = \sqrt{8gh} = \sqrt{8\cdot 9{,}81\cdot 0{,}204} = \underline{\underline{4\ м/с}}$

$\cancel{v_{yC}}^{\,0} = \frac{v_B}{2} - g t_C$

$t_C = \frac{v_B}{2g}$

$A \div B \quad E_{kB} - E_{kA} = A^F + A^{mg} + \cancel{A^N}^{\,0} + A^{Ftr}$

$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = 20\sqrt{3}H - mgH - \mu N\cdot \overset{x_B}{\boxed{\frac{H}{\sin 30°}}}$

$\mu = \frac{\sin 30°}{H\left(mg\frac{\sqrt3}{2} + \frac{F}{2}\right)}\left(20\sqrt3 H - mgH + \frac{mv_A^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2}\right)$

$\underline{\mu} = \frac{20\sqrt3\cdot 2 - 2\cdot 9{,}81\cdot 2 + 1{,}47^2 - 4^2}{2\cdot 2\left(2\cdot 9{,}81\frac{\sqrt3}{2} + 10\right)} = \underline{\underline{0{,}15}}$

$m\cancel{a_y}^{\,0} = N - mg\cos 30° - F\sin 30°$

$N = mg\frac{\sqrt3}{2} + \frac{F}{2}$

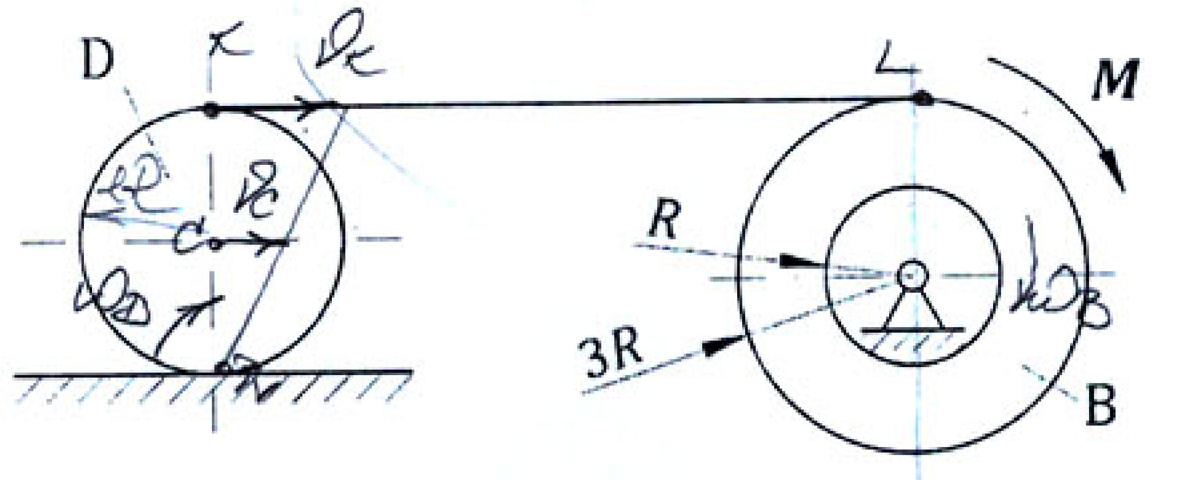
$F_{tr} = \mu\cdot N$

$A^F = \int \vec{F}\cdot d\vec{x} = \int_0^{x_B} 20\cdot\cos 30\, dx$

$= 20\frac{\sqrt3}{2}x_B = 10\sqrt3\cdot \underset{x_B}{\boxed{\frac{H}{\sin 30°}}}$

$= 20\sqrt3 H$

②



$$E_K = E_{KD} + E_{KB} = \frac{1}{2} m_D v_C^2 + \frac{1}{2} J_{DC}\,\omega_D^2 + \frac{1}{2} J_B\,\omega_B^2$$

$$v_C = 2r\omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{v_C}{2r} = \frac{1}{2r}\,\frac{3}{2}r\omega_B = \frac{3}{4}\omega_B$$

$$\left.\begin{aligned} v_K &= 4r\omega_D = 2v_C \\ v_K &= v_L \\ v_L &= 3r\omega_B \end{aligned}\right\} \quad 2v_C = 3r\omega_B \Rightarrow v_C = \frac{3}{2} r\omega_B$$

$$J_{DC} = \frac{m_D 4R^2}{2} \qquad\qquad J_B = m_B i_B^2$$

$$E_K = \frac{1}{2}4\cdot\frac{9}{\cancel{4}}0{,}2^2\omega_B^2 + \frac{1}{2}\,\frac{4\cdot 4\cdot 0{,}2^2}{2}\,\frac{9}{\cancel{16}}\omega_B^2 + \frac{1}{2}3\cdot 0{,}4^2\omega_B^2$$

$$= \left(\frac{9}{2}0{,}2^2 + \frac{9}{4}0{,}2^2 + \frac{3}{2}0{,}4^2\right)\omega_B^2 = 0{,}51\,\omega_B^2$$

$$A^M = \int \vec{M}\,d\vec{\varphi}_B = \int M\,d\varphi_B = \int (4S_D+1)\,d\varphi_B = \int_0^{S_{D1}} (4S_D+1)\cdot\frac{2}{3R}\,dS_D$$

$$v_C = \frac{3}{2} r\omega_B \Rightarrow dS_D = \frac{3}{2}R\,d\varphi_B$$

$$= \frac{2}{3R}\left(4S_{D1}^2/2 + S_{D1}\right)$$

$$= \frac{2}{3R}(2\cdot 4 + 2) = \frac{20}{3R}$$

$$= 33{,}33\ J$$

$$0{,}51\,\omega_{B1}^2 - \cancel{0{,}51\,\omega_{B0}^2}^{=0} = 33{,}33$$

$$\omega_{B1} = 8{,}08\ \mathrm{rad/s}$$