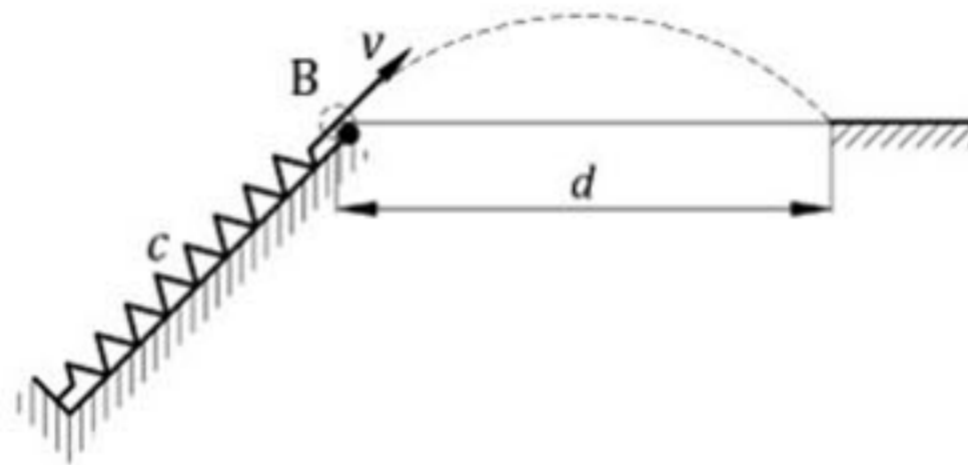
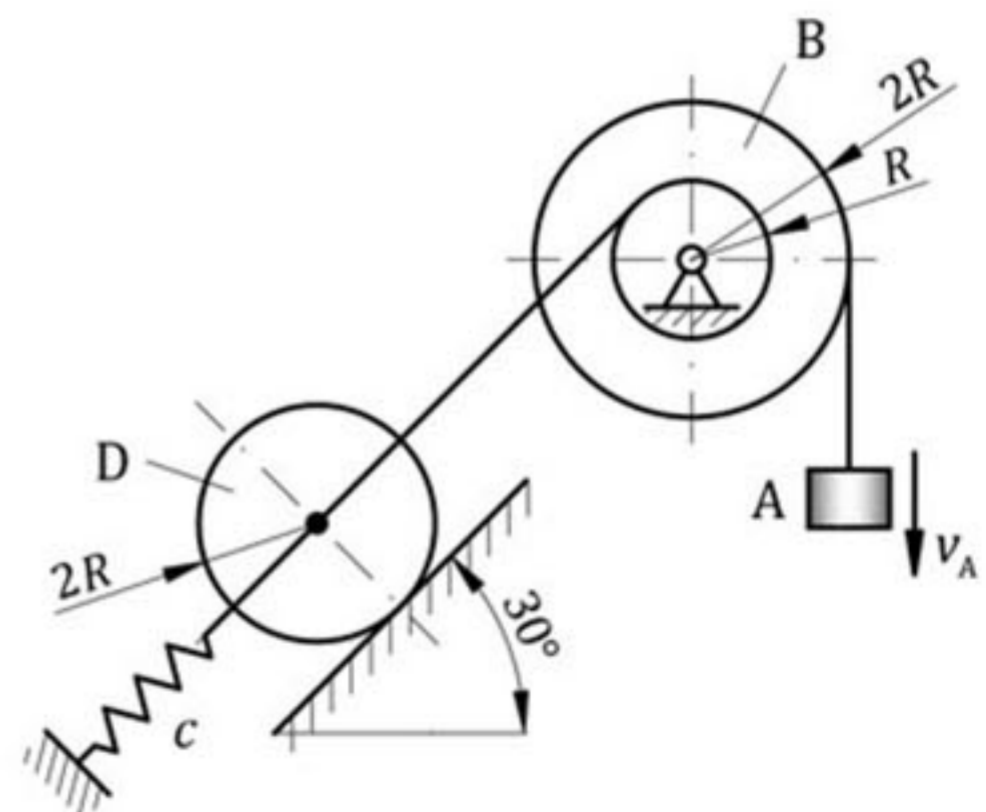


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ – ПОПРАВНИ РОК

1. Тијело масе m креће се уз глатку стрму раван нагиба 30° у односу на хоризонталу почевши кретање брзином од 1 m/s уз стрму раван. Током кретања по стрмој равни на тијело дјелује сила у опрузи крутости 200 N/m која је у положају В недеформисана, а у почетном положају деформисана за 20 cm .
- Одредити брзину тијела у највишој тачки стрме равни ако је његов домет $d = 4 \text{ m}$.
 - Одредити масу куглице.



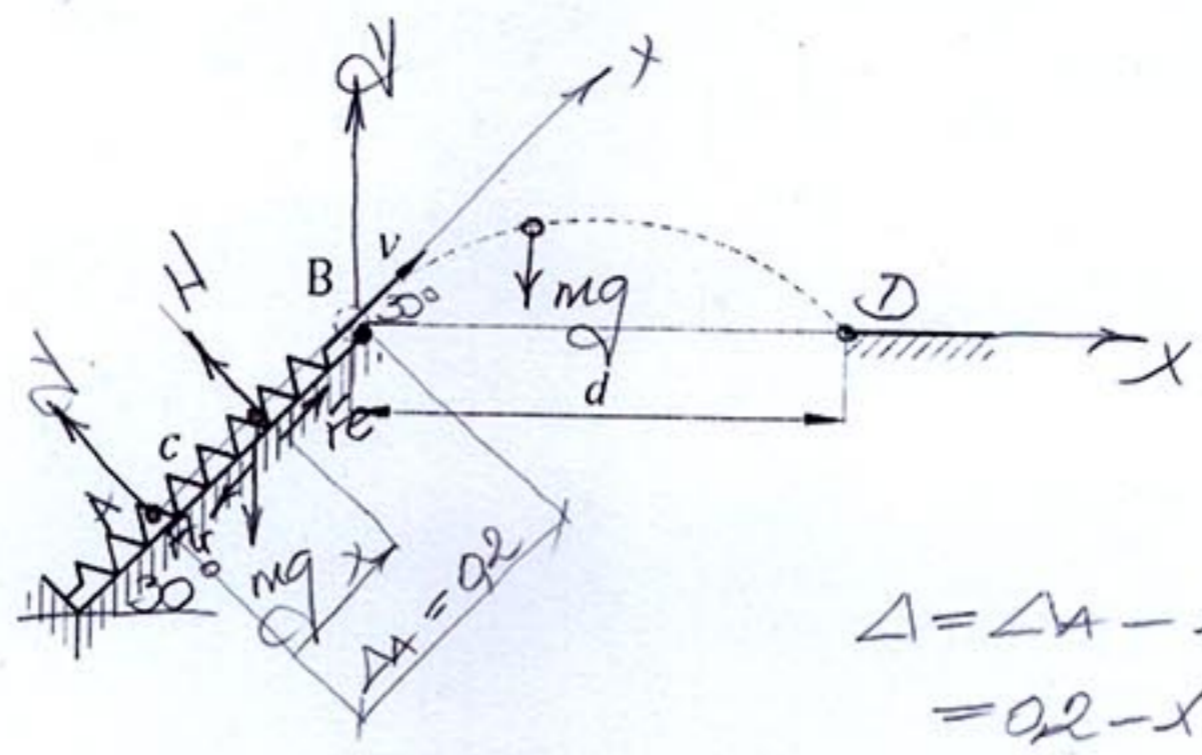
2. Хомогени кружни диск D система приказаног на слици се по хоризонталној подлози котрља без клизања. Његова маса износи 4 kg , а полупречник $2R$. Спрегнут је са коаксијалним диском В, масе 2 kg и полупречника инерције за обртну осу $1,5R = 30 \text{ cm}$, посредством лаког неистегљивог ужета. Систем се креће дејством силе сопствене тежине тијела А масе 4 kg . Одредити кинетичку енергију система у функцији брзине центра инерције тијела А. Користећи се законом о промјени кинетичке енергије система одредити пут који пређе центар инерције тијела А до тренутка у коме је његова брзина 1 m/s . Почетна брзина тијела D је 1 m/s уз стрму раван и у том тренутку је опруга крутости 200 N/m била издужена за 20 cm .



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

1



$$\Delta = \Delta A - x = 0,2 - x$$

B-D

$$\begin{cases} m a_x = 0 \\ m a_y = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \Rightarrow v_x = \text{const} = v_B \cos 30^\circ \Rightarrow x = v_B \cos 30^\circ t \\ a_y = -g \Rightarrow v_y = v_B \sin 30^\circ - gt \Rightarrow v_y = v_B \sin 30^\circ t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$v_y = 0 \Rightarrow v_B \sin 30^\circ t - \frac{gt^2}{2} = 0 \Rightarrow t_D (v_B \sin 30^\circ - \frac{g}{2} t_D) = 0$$

$$t_D \neq 0 \Rightarrow v_B \sin 30^\circ - \frac{g}{2} t_D = 0 \Rightarrow t_D = \frac{2 v_B \sin 30^\circ}{g}$$

$$x_D = d \Rightarrow d = v_B \cos 30^\circ t_D = v_B \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{g} \cdot 2 v_B \frac{1}{2}$$

$$d = v_B^2 \frac{\sqrt{3}}{2g} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2gd}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 4}{\sqrt{3}}} = 6,73 \text{ m/s}$$

$$m a_x = F_e - mg \sin 30^\circ - F_r$$

$$m a_y = N - mg \cos 30^\circ$$

$$m \frac{dD}{dt} \frac{dx}{dx} = c(0,2 - x) - \frac{mg}{2} - \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$N = mg \cos 30^\circ$$

$$m \int_0^{6,73} v dv = \int_0^{0,2} [c(0,2 - x) - \frac{mg}{2} (1 + \mu \sqrt{3})] dx$$

$$m \left(\frac{6,73^2}{2} - \frac{1}{2} \right) = 200(0,2 \cdot 0,2 - \frac{0,2^2}{2}) - \frac{m \cdot 9,81}{2} \cdot 0,2$$

$$m = \frac{200 \cdot \frac{0,2^2}{2}}{\frac{1}{2}(6,73^2 - 1 + 9,81 \cdot 0,2)} = 0,17 \text{ kg}$$

2

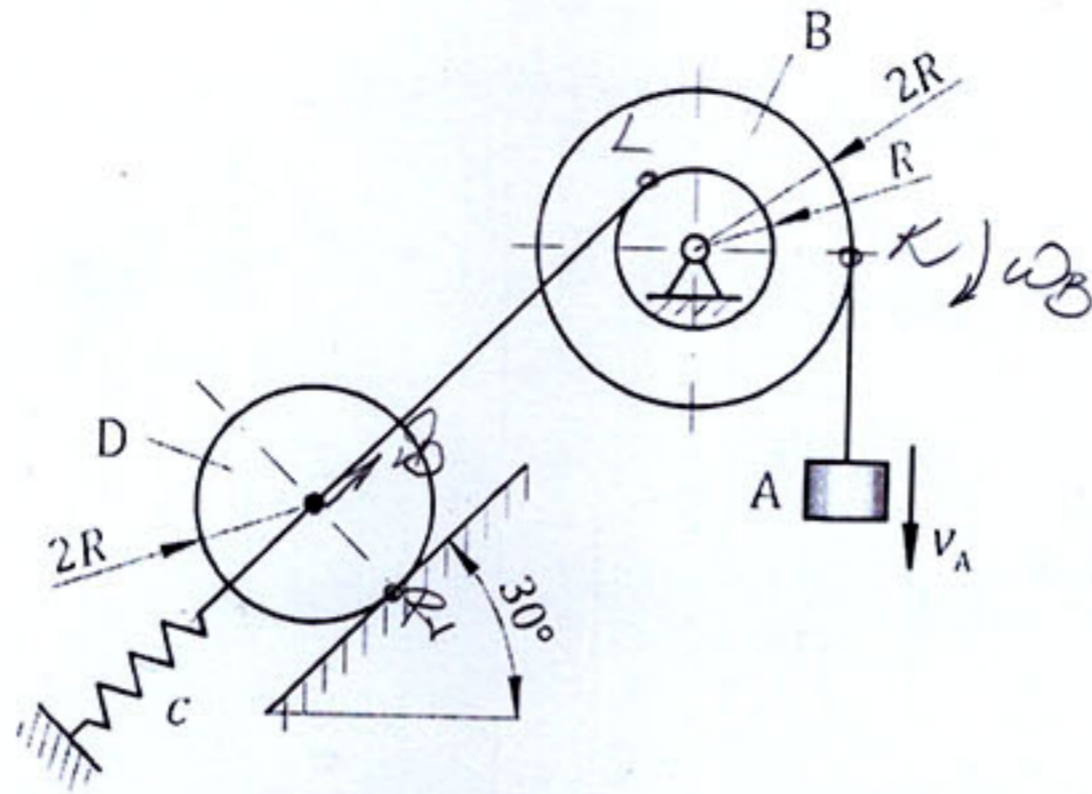
$$\left. \begin{aligned} v_K = v_A \\ v_K = 2R\omega_B \end{aligned} \right\} \omega_B = \frac{v_A}{2R}$$

$$v_L = R\omega_B = v_A/2$$

$$v_D = v_L = v_A/2$$

$$v_D = 2R\omega_D$$

$$\omega_D = \frac{v_A}{4R}$$



$\sqrt{\pi}$

$$v_{D0} = 1 \text{ m/s}$$

$$v_{A0} = 2v_{D0} = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta_0 = 0.2 \text{ m}$$

$$\Delta_1 = (S_0 + 0.2) / 5$$

$$v_D = v_A/2$$

$$S_D = S_A/2$$

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} J_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} m_D v_D^2 + \frac{1}{2} J_D \omega_D^2 \\ &= \frac{1}{2} 4 v_A^2 + \frac{1}{2} 2 \cdot 0.3^2 \frac{v_A^2}{4 \cdot 0.2^2} + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{v_A^2}{4} + \frac{1}{2} \frac{4 \cdot 0.2^2}{2} \cdot \frac{v_A^2}{16 \cdot 0.2^2} \\ &= (2 + 0.56 + 0.5 + 0.25) v_A^2 = \underline{\underline{3.31 v_A^2}} \end{aligned}$$

$$E_{K1} - E_{K0} = m_A g S_A - m_D g S_D \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot c (\Delta_0^2 - \Delta_1^2)$$

$$3.31(1 - 4) = 4 \cdot 9.81 S_A - 4 \cdot 9.81 \cdot \frac{1}{2} \frac{S_A}{2} + 100 \cdot (0.2^2 - (\frac{S_A^2}{4} + 0.2 S_A + 0.2^2))$$

$$-9.93 = 29.43 S_A - 25 S_A^2 - 20 S_A$$

$$25 S_A^2 - 9.43 S_A - 9.93 = 0 \quad S_{A/2} = \frac{9.43 \pm \sqrt{9.43^2 + 100 \cdot 9.93}}{50} \left\{ \begin{array}{l} -0.47 \\ \underline{\underline{0.85 \text{ m}}} \end{array} \right.$$