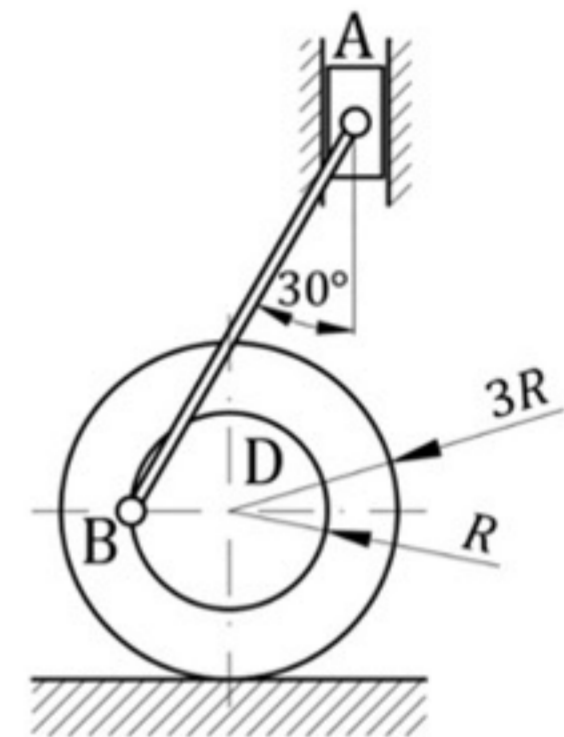


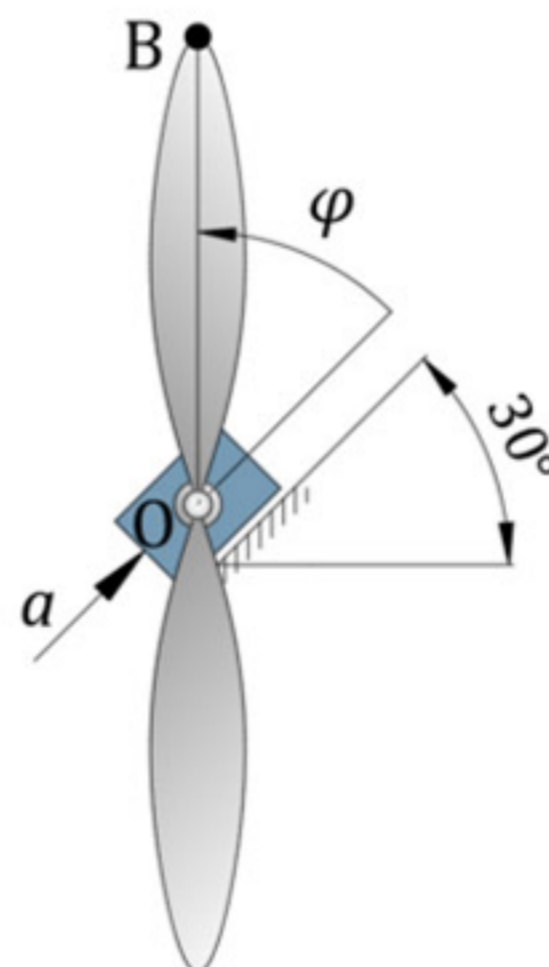
### ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Брзина тачке мијења се према закону  $\vec{v} = 2 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j}$ . Кретање је започела из положаја  $M_0(1,0)$ . Одредити:
- линију путање и путању тачке;
  - нормално убрзање тачке у тренутку  $\pi/3$  s.

2. Диск се по подлози котрља без клизања. У положају приказаном његова угаона брзина је  $2 \text{ rad/s}$ , а угаоно убрзање  $0,5 \text{ rad/s}^2$  (позитивни математички смјер). Дужина штапа АВ је  $5R = 1,5 \text{ m}$ . За приказани положај механизма одредити брзину и убрзање клизача А.



3. Пропелер радијуса  $0,5 \text{ m}$  обрће се око осовине O угаоном брзином која се мијења према закону  $\omega = 2\pi t/3$ . Осовина је причвршћена за транслаторно покретни блок који кретање започиње брзином од  $2 \text{ m/s}$  (уз стрму раван), а чије се убрзање мијења према закону  $a = \pi t$ . Одредити апсолутну брзину и апсолутно убрзање врха пропелера у тренутку  $t_2 = 2 \text{ s}$ .



Предметни наставник:  
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:  
Раде Грујичић

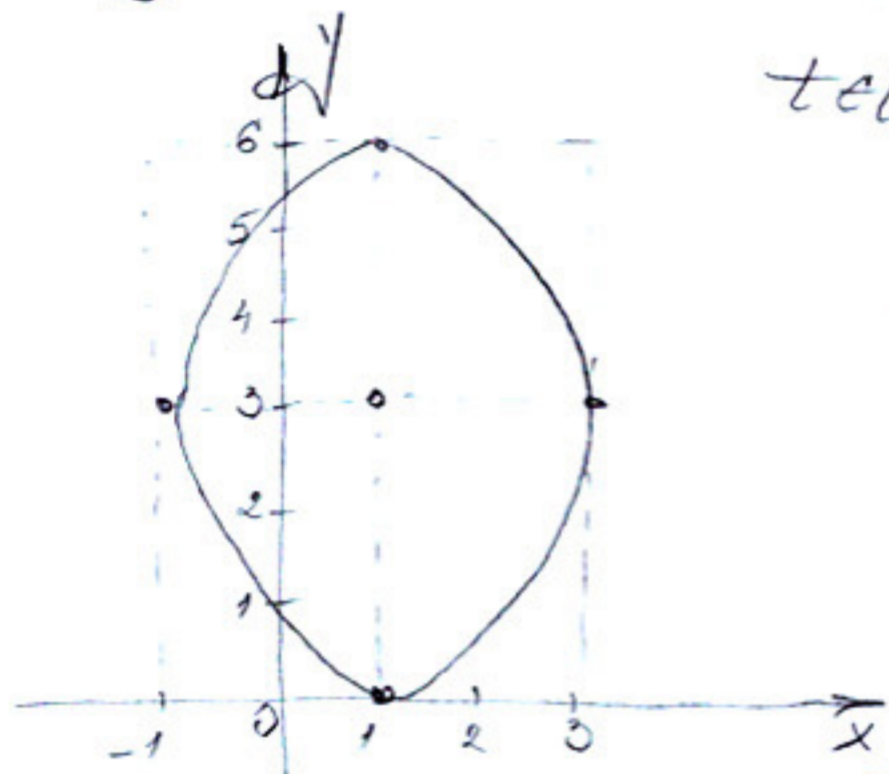
①  $\vec{v} = 2\cos t \vec{i} + 3\sin t \vec{j}$   
 $M_0(1, 0)$

$$\left. \begin{array}{l} v_x = 2\cos t \\ v_x = \frac{dx}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \int_1^x dx = 2 \int_0^t \cos t dt \Rightarrow x-1 = 2(\sin t - \sin 0) \Rightarrow x = 1 + 2\sin t$$

$$\left. \begin{array}{l} v_y = 3\sin t \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t 3\sin t dt \Rightarrow y-0 = -3(\cos t - \cos 0) \Rightarrow y = 3 - 3\cos t$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} = \sin t \\ \frac{y-3}{3} = -\cos t \end{array} \right\} \xrightarrow{^2} \left. \begin{array}{l} \frac{(x-1)^2}{2^2} = \sin^2 t \\ \frac{(y-3)^2}{3^2} = \cos^2 t \end{array} \right\} \oplus \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{2^2} + \frac{(y-3)^2}{3^2} = 1$$

$$t \in [0, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} x \in [-1, 3] \\ y \in [0, 6] \end{cases}$$



$$\left. \begin{array}{l} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -2\sin t \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 3\cos t \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} a_x|_{t=\frac{\pi}{3}} = -2\sin\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \\ a_y|_{t=\frac{\pi}{3}} = 3\cos\frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_{\vec{v}}|_{t=\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3 + 9/4} \\ a_{\vec{v}}|_{t=\frac{\pi}{3}} = 2,29 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

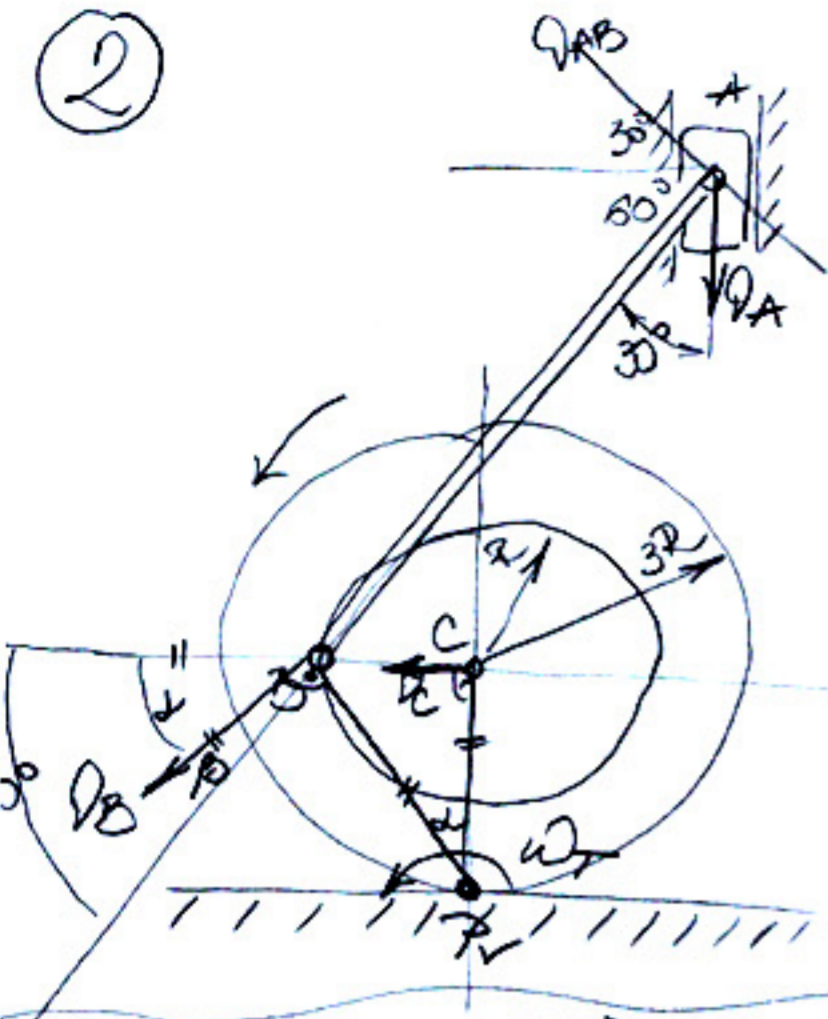
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4\cos^2 t + 9\sin^2 t} = \sqrt{4 + 5\sin^2 t}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{5 \cdot 2\sin t \cos t}{2\sqrt{4 + 5\sin^2 t}} \Rightarrow a_t|_{t=\frac{\pi}{3}} = \frac{5\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}}{\sqrt{4 + 5\sin^2\frac{\pi}{3}}} = \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{4 + 5 \cdot \frac{3}{4}}}$$

$$a_t|_{t=\frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{31}}{2}} = 0,78 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{\underline{a_{\vec{v}}|_{t=\frac{\pi}{3}} = \sqrt{a_{\vec{v}}^2 - a_t^2} = \sqrt{2,29^2 - 0,78^2} = 2,15 \text{ m/s}^2}}$$

②



$$\tan \alpha = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3} \rightarrow \alpha = 18,43^\circ$$

$$\beta = 60^\circ - \alpha = 41,57^\circ$$

$$v_C = \overline{CR} \cdot \omega_T = 3R \omega_T \rightarrow v_C = 1,8 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_B} = \overline{BR} \cdot \omega_T = \sqrt{R^2 + (3R)^2} \cdot \omega_T = \underline{1,9 \text{ m/s}}$$

$$v_B \cos \beta = v_A \cdot \cos 30^\circ$$

$$\underline{v_A} = \frac{v_B \cos \beta}{\cos 30^\circ} = \underline{1,839 \text{ m/s}}$$

$$\underline{v_A} = \underline{v_B} + \underline{v_{A/B}}$$

$$\oplus \quad 0 = v_B \cos \alpha - v_{A/B} \cos 30^\circ$$

$$v_{A/B} = \frac{v_B \cos \alpha}{\cos 30^\circ} = 2,08 \text{ m/s}$$

$$v_{A/B} = \overline{AB} \cdot \omega_{AB} = 1,5 \cdot \omega_{AB}$$

$$\rightarrow \underline{\omega_{AB} = 1,39 \text{ s}^{-1}}$$

$$v_C = \overline{CR} \cdot \omega_T \cdot \frac{d}{dt} \Rightarrow a_c^t = (a_c) = \overline{CR} \cdot \epsilon_T = 3R \epsilon_T = 3 \cdot 0,3 \cdot 0,5 = \underline{0,45 \text{ m/s}^2}$$

$$\underline{a_B} = \underline{a_C} + \underline{a_{B/C}^t} + \underline{a_{B/C}^n}$$

$$a_{B/C}^t = \overline{BC} \epsilon_T = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \text{ m/s}^2$$

$$a_{B/C}^n = \overline{BC} \omega_T^2 = 0,3 \cdot 2^2 = 1,2 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_A} = \underline{a_B} + \underline{a_{A/B}^t} + \underline{a_{A/B}^n}$$

$$a_{A/B}^n = \overline{AB} \omega_{AB}^2 = 1,5 \cdot 1,39^2 = 2,9 \text{ m/s}^2$$

$$\oplus \quad 0 = -a_c + a_{B/C}^n - a_{A/B}^t \cos 30^\circ - a_{A/B}^n \cos 60^\circ \quad (1)$$

$$\uparrow \oplus \quad -a_A = -a_{B/C}^t + a_{A/B}^t \sin 30^\circ - a_{A/B}^n \sin 60^\circ \quad (2)$$

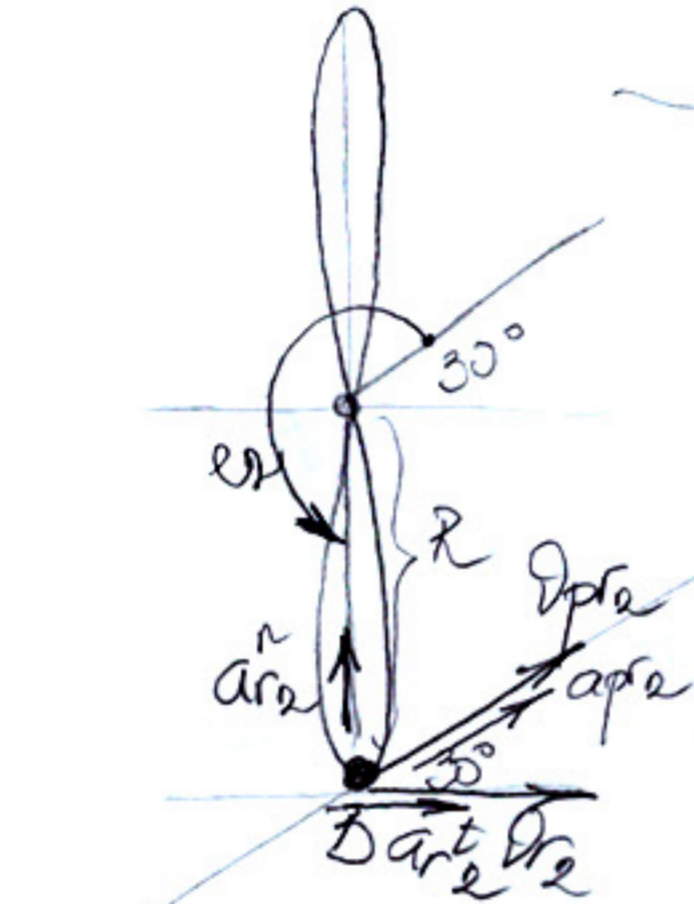
$$(1) \Rightarrow a_{A/B}^t = \frac{-a_c + a_{B/C}^n - a_{A/B}^n \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{-0,45 + 1,2 - 2,9 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -0,81 \text{ m/s}^2$$

$$(2) \Rightarrow \underline{a_A} = 0,15 + 0,81 \cdot \frac{1}{2} + 2,9 \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{3,07 \text{ m/s}^2}$$

③  $R = 0,5\text{m}$        $v_{pr0} = 2\text{ m/s}$        $E_r = \dot{w}_r = \frac{2\pi}{3}$   
 $w_r = \frac{2\pi t}{3}$        $a_{pr} = \pi t$

$$w_r = \frac{2\pi t}{3} \left\{ \int_0^t d\varphi = \int_0^t \frac{2\pi t}{3} dt \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3} \frac{t^2}{2} = \frac{\pi}{3} t^2 \right.$$

$$w_r = \frac{d\varphi}{dt} \left. \vphantom{w_r} \right\} \varphi_2 = \frac{\pi}{3} 4 = \frac{4\pi}{3} \text{ rad} = \underline{\underline{240^\circ}}$$



$$a_{pr} = \pi t \left\{ \int_0^t d v_{pr} = \int_0^t \pi t dt \right.$$

$$a_{pr} = \frac{d v_{pr}}{dt} \left. \vphantom{a_{pr}} \right\} 2$$

$$v_{pr} = 2 + \frac{\pi t^2}{2} \Rightarrow v_{pr2} = 2 + 2\pi$$

$$v_r = R w_r = \frac{\pi t}{3} \Rightarrow v_{r2} = \frac{2\pi}{3}$$

$$v_{a2} = \sqrt{(v_{r2} + v_{pr2} \cos 30^\circ)^2 + (v_{pr2} \sin 30^\circ)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\pi}{3} + (2+2\pi)\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left((2+2\pi)\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \underline{\underline{10,15 \text{ m/s}}}$$

$$\vec{a}_{a2} = \vec{a}_{pr2} + \vec{a}_{r2} + \vec{a}_{cpr2}$$

$$\vec{a}_{a2} = \vec{a}_{pr2} + \vec{a}_{r2} + \vec{a}_{re}$$

$0 (w_{pr} = 0)$

$$a_{pr2} = 2\pi$$

$$a_{r2} = R E_r = R \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$a_{re} = R w_r^2 = 0,5 \cdot \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 = \frac{8\pi^2}{9}$$

$$\underline{\underline{a_{a2}}} = \sqrt{(a_{pr2} \cos 30^\circ + a_{r2}^t)^2 + (a_{pr2} \sin 30^\circ + a_{re}^n)^2}$$

$$= \sqrt{\left(2\pi \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(2\pi \frac{1}{2} + \frac{8\pi^2}{9}\right)^2} = \underline{\underline{13,57 \text{ m/s}^2}}$$