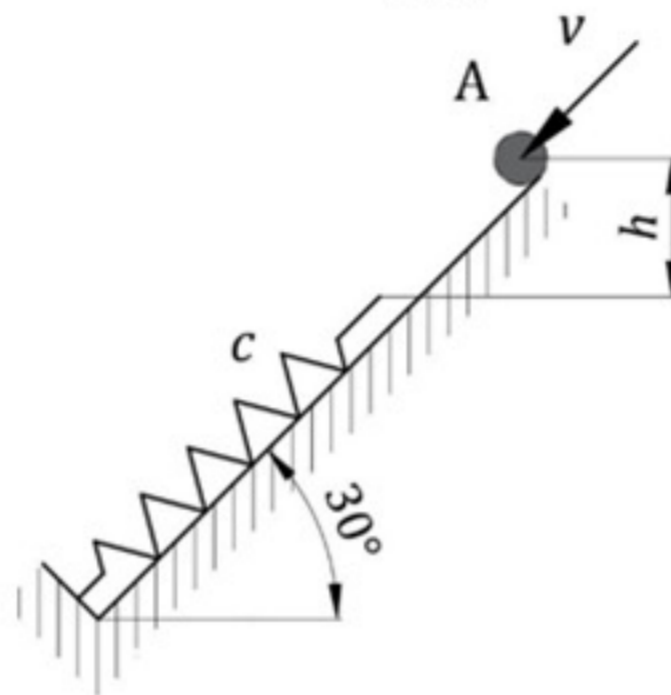
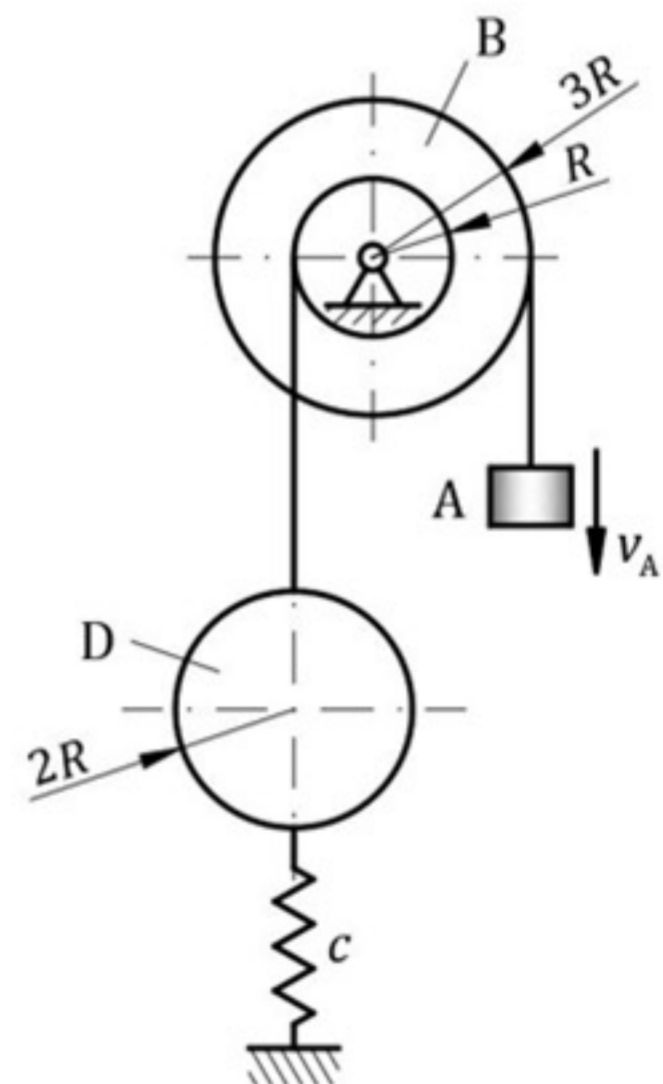


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Материјална тачка масе $m = 2 \text{ kg}$ спушта се низ глатку стрму раван из положаја А почетном брзином $v_A = 2 \text{ m/s}$. Зауставиће се дејством силе у опрузи крутости c . Ако је висинско растојање између почетног положаја тачке и недеформисане опруге $h = 1 \text{ m}$ и ако тачка прелази пут од три метра до заустављања, у односу на почетни положај А, одредити крутост опруге c . Кретање се врши у вертикалној равни у пољу Земљине теже. Задатак ријешити примјеном основне једначине динамике.

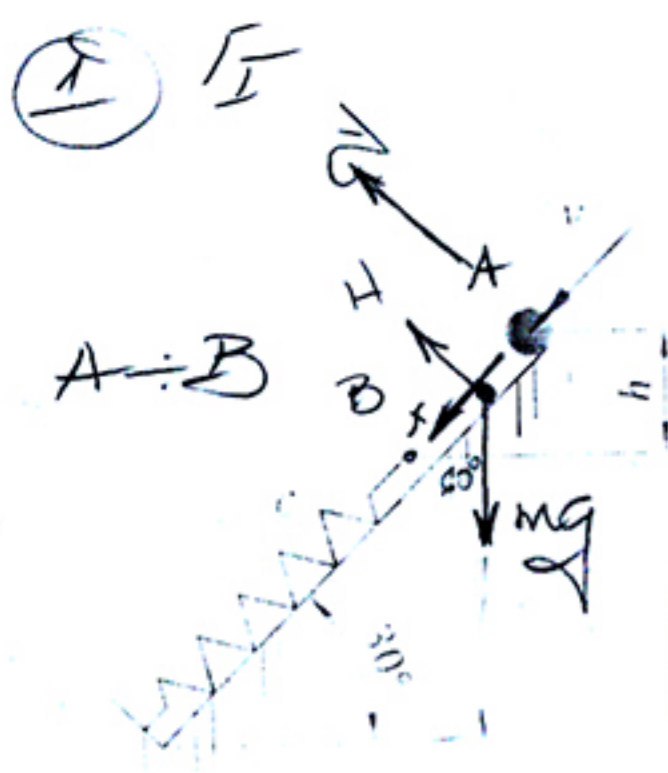


2. Хомогени кружни диск D масе 2 kg и полупречника $2R = 40 \text{ cm}$ везан је за опругу крутости $c = 50 \text{ N/m}$ која је на почетку кретања система издужена за 10 cm . Посредством неистегљивог ужета, диск D је везан и за коаксијални диск B масе 4 kg и полупречника инерције за осу ротације 30 cm . Сопственом тежином, тег A масе 6 kg доводи у кретање систем из стања мировања. Одредити кинетичку енергију система у функцији угаоне брзине диска B и угаону брзину диска B након што тијело A пређе пут од $0,5 \text{ m}$ од почетка кретања.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић



$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} ma = mg \cos 60^\circ \Rightarrow a = g \cos 60^\circ \\ m \cdot 0 = L - mg \sin 60^\circ \end{cases}$$

$$a = g/2$$

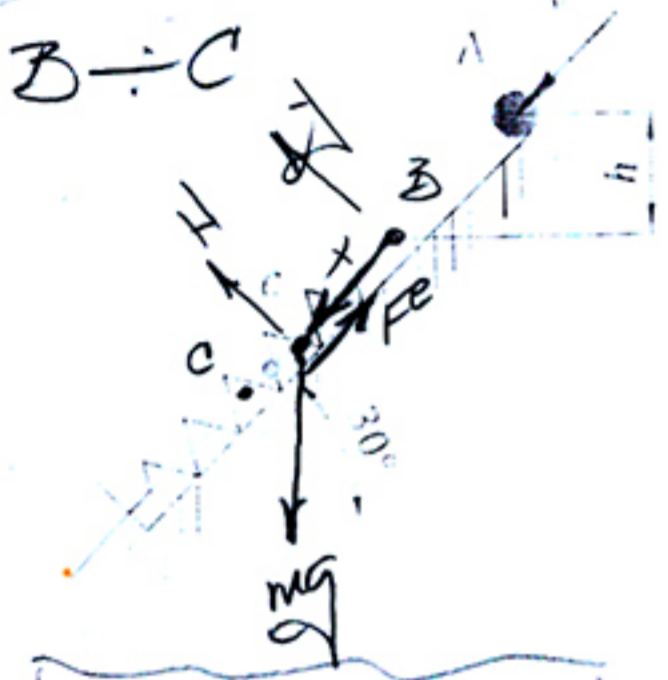
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v dv}{dx} \Rightarrow \int_{v_A}^{v_B} v dv = \frac{g}{2} \int_0^{x_B} dx$$

$$x_B \sin 30^\circ = h$$

$$x_B = \frac{h}{\sin 30^\circ} = 2m$$

$$\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} = \frac{g}{2} x_B / 2$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + g x_B} = \sqrt{4 + 9,81 \cdot 2} = 4,98 \text{ m/s}$$



$$ma = mg \cos 60^\circ - F_c \quad F_c = c \cdot \Delta = c \cdot x$$

$$ma = mg/2 - cx$$

$$a = \frac{g}{2} - \frac{c}{m} x \quad v_C = 0 \quad x_C = 1$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v dv}{dx} \Rightarrow \int_{v_B}^0 v dv = \int_0^1 \left(\frac{g}{2} - \frac{c}{m} x \right) dx$$

$$-\frac{v_B^2}{2} = \frac{g}{2} x_C - \frac{c}{m} \frac{x_C^2}{2} \Rightarrow c = \frac{m}{x_C^2} (g x_C + v_B^2)$$

$$c = \frac{2}{1^2} (9,81 \cdot 1 + 4,98^2) = 66,98 \text{ N/m}$$

2

$$E_K = E_{Ktr}^A + E_{Krot}^B + E_{Ktr}^D$$

$$E_K = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{J_B \omega_B^2}{2} + \frac{m_D v_D^2}{2}$$

$$E_K = \frac{m_A R^2 \omega_B^2}{2} + \frac{m_B r^2 \omega_B^2}{2} + \frac{m_D 2^2 \omega_B^2}{2}$$

$$E_K = \left(\frac{8 \cdot 9 \cdot 0,2^2}{2} + \frac{4 \cdot 0,3^2}{2} + \frac{2 \cdot 0,2^2}{2} \right) \omega_B^2 = 1,3 \omega_B^2$$

$$A_{0 \rightarrow 1} = A_{0 \rightarrow 1}^{mg} + A_{0 \rightarrow 1}^{mg} + A_{0 \rightarrow 1}^{F_c}$$

$$A_{0 \rightarrow 1} = m_A g S_A - m_B g S_B + \frac{1}{2} c (\Delta_0^2 - \Delta_1^2)$$

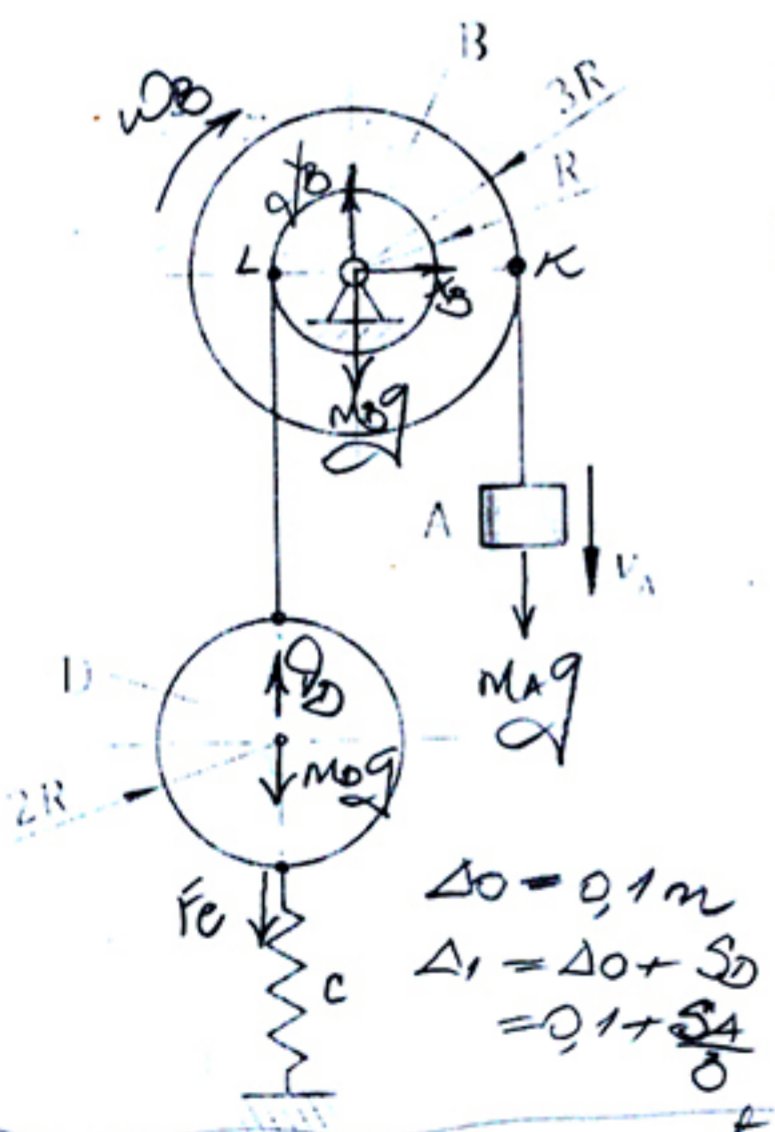
$$= 6 \cdot 9,81 S_A - 2 \cdot 9,81 \cdot \frac{S_A}{3} + \frac{1}{2} 50 (0,1^2 - (0,1 + S_A/3)^2)$$

$$= 6 \cdot 9,81 \cdot 0,5 - 2 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,5}{3} + 25 (0,1^2 - (0,1 + \frac{0,5}{3})^2)$$

$$= 24,63 \text{ J}$$

$$E_{K1} - E_{K0} = A_{0 \rightarrow 1}$$

$$1,3 \omega_{B1}^2 = 24,63 \Rightarrow \omega_{B1} = 4,35 \text{ s}^{-1}$$



$$\Delta_0 = 0,1 \text{ m}$$

$$\Delta_1 = \Delta_0 + S_D = 0,1 + \frac{S_A}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} v_K &= v_A \\ v_K &= 3R \omega_B \end{aligned} \right\} v_A = 3R \omega_B = 3R \frac{v_D}{R} \Rightarrow v_A = 3v_D \Rightarrow \frac{c S_A}{dt} \frac{1}{3} \frac{dS_D}{dt} \Rightarrow \frac{S_A}{3} = \frac{3S_D}{3} \Rightarrow S_D = S_A/3$$

$$\left. \begin{aligned} v_L &= R \omega_B \\ v_L &= v_D \end{aligned} \right\} v_D = R \omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{v_D}{R}$$