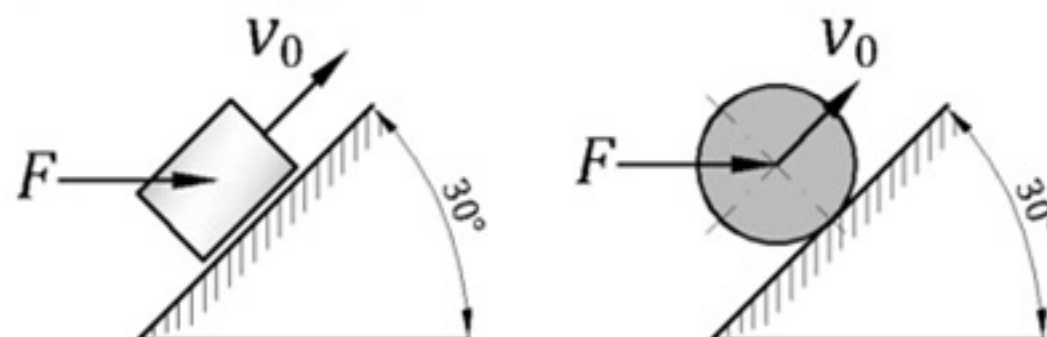
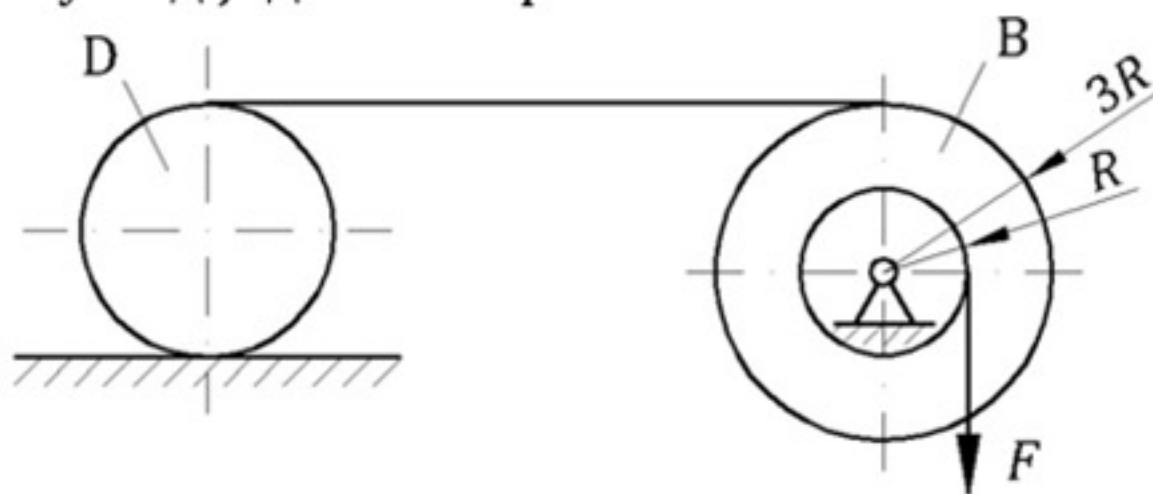


### ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Колику почетну брзину треба саопштити пакету масе  $8m$  који се креће уз глатку стрму раван нагиба  $30^\circ$  у односу на хоризонталу да би се зауставио након пређених шест метара у односу на свој почетни положај, ако на пакет дјелује константна хоризонтална сила  $F$  интензитета  $2\sqrt{3}mg$ ? Исти задатак урадити за случај хомогеног кружног диска масе  $8m$  и полупречника  $r$  који се по крутој подлози котрља без клизања.



2. Хомогени кружни диск  $D$  система приказаног на слици се по хоризонталној подлози котрља без клизања. Његова маса износи  $4\text{ kg}$ , а полупречник  $3R$ . Он је спрегнут са коаксијалним диском  $B$ , масе  $2\text{ kg}$  и полупречника инерције за обртну осу  $2R$ , посредством лаког неистегљивог ужета. Ако је  $R = 20\text{ cm}$ , одредити кинетичку енергију система у функцији угаоне брзине диска  $B$ . Коликом константном силом  $F$  треба вући уже да би се брзина центра инерције диска  $D$  утростручила, ако је његова почетна брзина  $2\text{ m/s}$  усмјерена ка диску  $B$  и ако диск  $D$  за тај период пређе пут од једног метра?

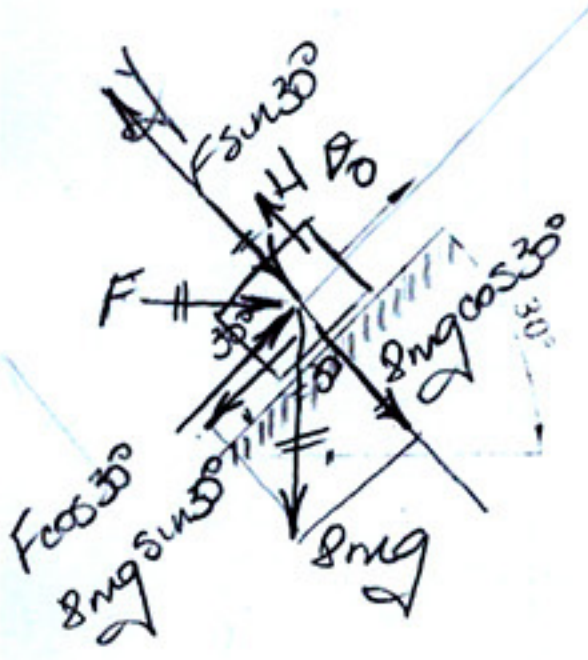


Предметни наставник:  
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:  
Раде Грујичић



1



$\mu = 0$

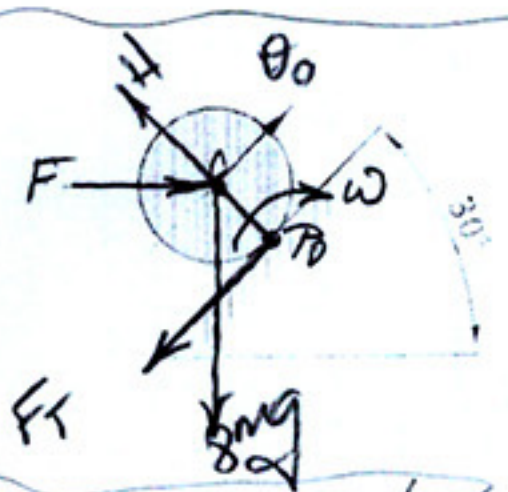
$$8m\vec{a} = \vec{F}_u \rightarrow \begin{cases} 8m \cdot a_x = F \cos 30^\circ - 8mg \sin 30^\circ \\ 8m \cdot a_y = N - F \sin 30^\circ - 8mg \cos 30^\circ \end{cases}$$

$$8ma = 2\sqrt{3}mg \frac{\sqrt{3}}{2} - 8mg \frac{1}{2} \quad | : m$$

$$8a = 3g - 4g \rightarrow a = -\frac{1}{8}g$$

$$a = \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dx} = \frac{v dv}{dx} \rightarrow \int_0^6 v dv = -\frac{g}{8} \int_0^6 dx$$

$$-\frac{v_0^2}{2} = -\frac{g}{8} \cdot 6 \rightarrow \underline{v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}g} = 384 \text{ m/s}}$$



$$J_c = \frac{8mr^2}{2} = 4mr^2$$

$$8m\vec{a}_c = \vec{F}_u \rightarrow \begin{cases} 8m \cdot a_c = F \cos 30^\circ - 8mg \sin 30^\circ - F_T \\ 8m \cdot a_y = N - F \sin 30^\circ - 8mg \cos 30^\circ \end{cases}$$

$$J_c \cdot \epsilon = \sum M_c \Rightarrow 4mr^2 \epsilon = F_T \cdot r$$

$$8mac = -mg - F_T \Rightarrow 8mac = -mg - 4mac$$

$$4mr^2 \frac{ac}{r} = F_T \cdot r \rightarrow 12mac = -mg \Rightarrow ac = -\frac{g}{12}$$

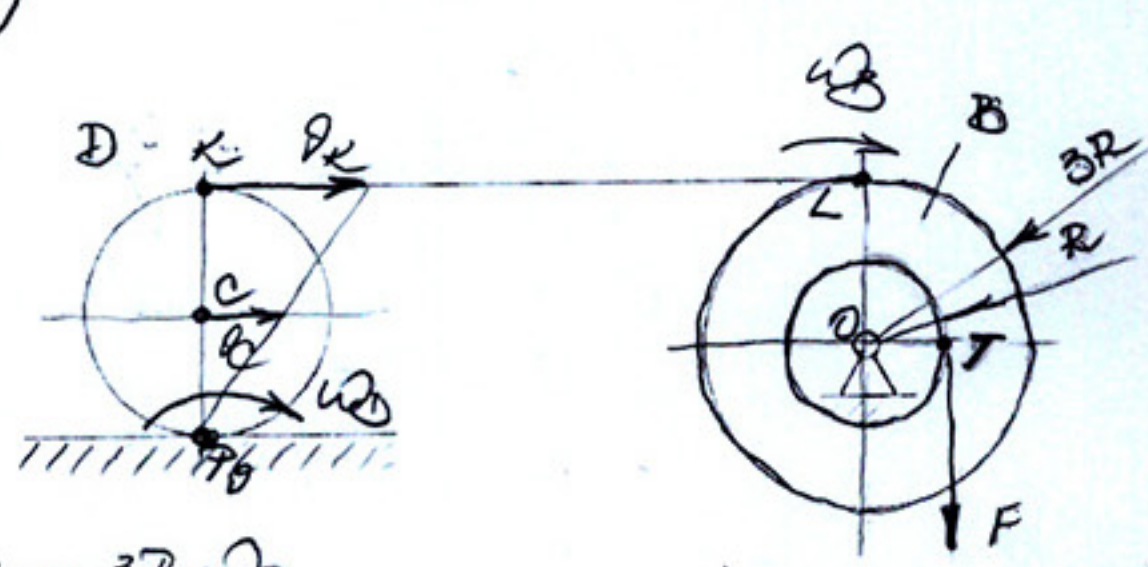
$$v_c = \overline{CP_0} \cdot \omega / \frac{d}{dt}$$

$$a_c = \overline{CP_0} \cdot \epsilon = r \cdot \epsilon$$

$$ac = \frac{dv_c}{dt} \Rightarrow \int_0^0 v_c dv_c = -\frac{g}{12} \int_0^0 ds_c \Rightarrow -\frac{v_{c0}^2}{2} = -\frac{g}{12} \Rightarrow \underline{v_{c0} = \sqrt{g} = 313 \text{ m/s}}$$

II Намн — Закон о сохранении механической энергии

2



$$J_{B0} = m_B \cdot r_B^2 = 2 \cdot 0.4^2 = 0.32$$

$$J_{C0} = \frac{m_C \cdot (3R)^2}{2} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 0.2^2}{2} = 0.72$$

$$E_K = \frac{J_{B0} \cdot \omega_B^2}{2} + \frac{m_B \cdot k^2}{2} + \frac{J_{C0} \cdot \omega_C^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0.32 \cdot \omega_B^2}{2} + \frac{4 \cdot 0.3^2 \omega_B^2}{2} + \frac{0.72 \cdot \frac{\omega_B^2}{4}}{2}$$

$$\underline{E_K = 0.43 \omega_B^2}$$

$$v_L = 3R \omega_B$$

$$v_L = v_K = \overline{KP_0} \cdot \omega_B = 6R \omega_B \quad \left. \vphantom{v_L} \right\} \omega_B = \frac{\omega_C}{2}$$

$$v_C = \overline{CP_0} \cdot \omega_C = 3R \cdot \frac{\omega_B}{2} = 0.93 \omega_B$$

$$A_{0 \rightarrow 1} = A^F = \int_{S_0}^{S_1} \vec{F} \cdot d\vec{S}_T = F \cdot S_T$$

$$E_K = 0.43 \omega_B^2 = 0.43 \left(\frac{v_C}{0.93}\right)^2 = 4.78 v_C^2$$

$$v_{C0} = 2 \text{ m/s}$$

$$v_{C1} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ m/s}$$

$$v_T = R \omega_B = 0.2 \omega_B = 0.2 \cdot \frac{v_C}{0.93} = \frac{2}{3} v_C$$

$$S_T = \frac{2}{3} S_C$$

$$\rightarrow A_{0 \rightarrow 1} = F \cdot \frac{2}{3} S_{C1}$$

$$E_{K1} - E_{K0} = A_{0 \rightarrow 1}$$

$$4.78 v_{C1}^2 - 4.78 v_{C0}^2 = \frac{2}{3} F \cdot S_{C1}$$

$$F = \frac{3 \cdot 4.78 (v_{C1}^2 - v_{C0}^2)}{2 S_{C1}} = \frac{3 \cdot 4.78 (36 - 4)}{2 \cdot 1}$$

$$\underline{F = 229.334}$$



## II. Нашин — Закон о промените кинетичке енергије

\* пакет

Пакет брзи праволинијски убрзавању, па је  $E_K = \frac{8mv^2}{2}$

$$A^F = \int_0^6 \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_0^6 F \cos 30^\circ dx = \int_0^6 2\sqrt{3} mg \frac{\sqrt{3}}{2} dx = 3mg \times 6 = 18mg$$

$$A^{8mg} = -8mgh = -8mg \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = -24mg$$

$$A^N = 0$$

$$E_{Kp} = \frac{8mv_0^2}{2} = 4mv_0^2$$

$$E_{Kk} = \frac{8m \cdot 0^2}{2} = 0$$

$$E_{Kk} - E_{Kp} = A_{TK} \Rightarrow -4mv_0^2 = 18mg - 24mg \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}g}$$

\* хомогени кружни диск

Диск брзи равномерно убрзавању, па је  $E_K = E_K^{tr} + E_K^{rot} = \frac{8mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

$$I = \frac{8mr^2}{2} = 4mr^2$$

$$v = r\omega \Rightarrow \omega = v/r$$

$$E_K = 4mv^2 + \frac{4mr^2 v^2}{2r^2} = 4mv^2 + 2mv^2 = 6mv^2$$

$$A^F = \int_0^6 \vec{F} \cdot d\vec{x} = 18mg$$

$$A^{8mg} = -24mg$$

$$A^N = 0$$

$$A^{Fr} = 0$$

$$E_{Kp} = 6mv_0^2 - 6mv_0^2$$

$$E_{Kk} = 6m \cdot 0^2 = 0$$

$$E_{Kk} - E_{Kp} = A_{TK} \Rightarrow -6mv_0^2 = 18mg - 24mg \Rightarrow v_0 = \sqrt{g}$$