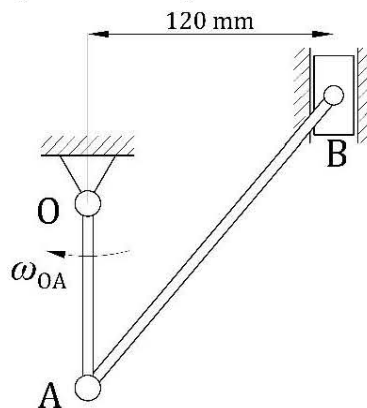
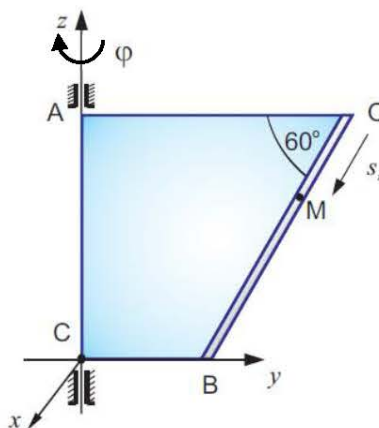


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Брзина тачке која се креће по кружности пречника 12 m мијења се према закону $v = t^2 + 2t - 3$.
 - Колики је пут тачка прешла након три секунде од почетка кретања?
 - Одредити угао између брзине и убрзања на почетку кретања.
2. Полука OA дужине 60 mm обрће се константном угаоном брзином од 4 s^{-1} . Ако је $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$, одредити брзину средишта полуке AB у приказаном положају користећи се теоремом о брзинама.



3. Тачка M се креће по жлијебу OB трапезне плоче према релативном закону $s_r = 4 \sin(\pi t/2)$. Плоча AOB обрће се око осе z према закону $\varphi = \pi t^2$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1 \text{ s}$. Дато је $\overline{AO} = 8 \text{ m}$.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

ГРУПА I

ПРВИ ЗАДАТАК

Брзина тачке која се креће по кружности пречника 12 m мијења се према закону

$$v = t^2 + 2t - 3.$$

- Колики је пут тачка прешла након три секунде од почетка кретања?
- Одредити угао између брзине и убрзања на почетку кретања.

Пут након три секунде од почетка кретања

$$\left. \begin{array}{l} v = t^2 + 2t - 3 \\ v = \frac{ds}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow ds = (t^2 + 2t - 3)dt \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t (t^2 + 2t - 3)dt$$

$$s = \frac{t^3}{3} + t^2 - 3t$$

Треба провјерити да ли тачка мијења смјер кретања у траженом интервалу $t \in [0,3]$.

$$\left. \begin{array}{l} v^* = 0 \\ v^* = t^{*2} + 2t^* - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow t^{*2} + 2t^* - 3 = 0 \Rightarrow t_{1/2}^* = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1^* = -3 \\ t_2^* = 1 \end{array} \right\}$$

Пошто унутар посматраног интервала тачка мијења смјер кретања, ту промјену морамо узети у обзир.

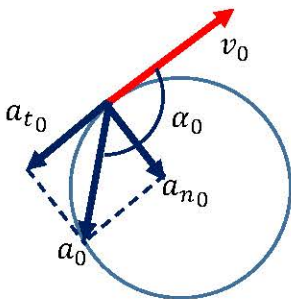
$$s = \frac{t^3}{3} + t^2 - 3t \Rightarrow \begin{cases} s_0 = 0 \\ s_1 = \frac{1}{3} + 1 - 3 = -1,667 \\ s_3 = \frac{27}{3} + 9 - 9 = 9 \end{cases}$$

$$s_{0-3} = s_{0-1} + s_{1-3} = |s_1 - s_0| + |s_3 - s_1| = |-1,667 - 0| + |9 + 1,667| = \mathbf{12,333}$$

Угао између брзине и убрзања на почетку кретања

$$R = \frac{12}{2} = 6, \quad v = t^2 + 2t - 3 \Rightarrow v_0 = -3$$

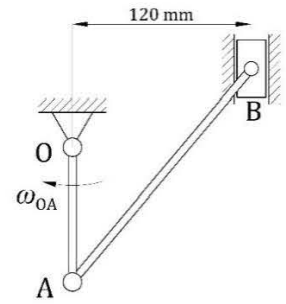
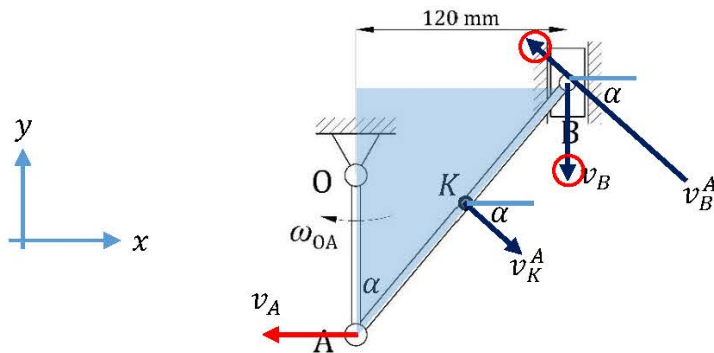
$$a_t = \frac{dv}{dt} = 2t + 2 \Rightarrow a_{t_0} = 2, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(t^2 + 2t - 3)^2}{6} \Rightarrow a_{n_0} = 1,5$$



$$\alpha_0 = 180^\circ - \arctg \frac{a_{n_0}}{a_{t_0}} = 180^\circ - \arctg \frac{1,5}{2} = \mathbf{143,13^\circ}$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

Полуга OA дужине 60 mm обрће се константном угаоном брзином од 4 s^{-1} . Ако је $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$, одредити брзину средишта полуге AB у приказаном положају користећи се теоремом о брзинама.



$$v_A = \overline{OA} \omega_{OA} = 0,06 \cdot 4 = 0,24 \text{ m/s}$$

$$\sin \alpha = \frac{0,12}{\overline{AB}} = \frac{0,12}{0,2} = 0,6, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

$$\underline{\underline{\vec{v}_B}} = \underline{\underline{\vec{v}_A}} + \underline{\underline{\vec{v}_B^A}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x: 0 = -v_A - v_B^A \cos \alpha \\ y: -v_B = 0 + v_B^A \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_B^A = -\frac{v_A}{\cos \alpha} = -\frac{0,24}{0,8} = -0,3 \\ v_B = -v_B^A \sin \alpha = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \end{array} \right\}$$

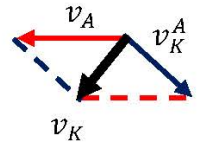
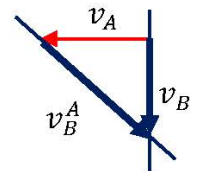
$$\left. \begin{array}{l} v_B^A = 0,3 \\ v_B^A = \overline{AB} \omega_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{0,3}{0,2} = 1,5 \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{\underline{\vec{v}_K}} = \underline{\underline{\vec{v}_A}} + \underline{\underline{\vec{v}_K^A}}$$

$$v_K^A = \overline{AK} \omega_{AB} = 0,1 \cdot 1,5 = 0,15 \text{ m/s}$$

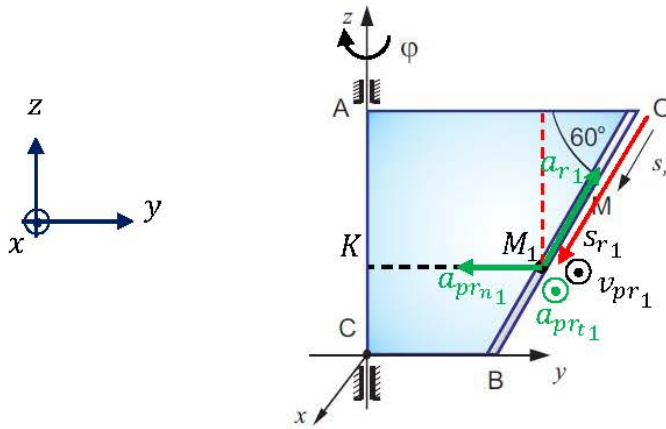
$$\left. \begin{array}{l} x: v_{Kx} = -v_A + v_K^A \cos \alpha \\ y: v_{Ky} = 0 - v_K^A \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_{Kx} = -0,24 + 0,15 \cdot 0,8 = -0,12 \\ v_{Ky} = -0,15 \cdot 0,6 = -0,09 \end{array} \right\}$$

$$v_K = \sqrt{v_{Kx}^2 + v_{Ky}^2} = 0,15 \text{ m/s}$$



ТРЕЋИ ЗАДАТАК

Тачка М се креће по жилијебу ОВ трапезне плоче према релативном закону $s_r = 4 \sin(\pi t/2)$. Плоча АОВС обрће се око осе z према закону $\varphi = \pi t^2$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1$ s. Дато је $\overline{AO} = 8$ m.



$$v_r = \dot{s}_r = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \frac{\pi}{2} = 2\pi \cos \frac{\pi t}{2} \Rightarrow v_{r1} = 2\pi \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$s_{r1} = 4 \sin \frac{\pi}{2} = 4$$

$$\omega_{pr} = \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi t \Rightarrow \omega_{pr1} = 2\pi \text{ s}^{-1}$$

$$v_{pr1} = \overline{M_1K} \omega_{pr1} = (\overline{AO} - s_{r1} \cos 60^\circ) \omega_{pr1} = \left(8 - 4 \frac{1}{2}\right) 2\pi = 12\pi \text{ m/s}$$

$$v_{r1} = 0 \Rightarrow v_{a1} = v_{pr1} = 12\pi \text{ m/s} = 37,7 \text{ m/s}$$

$$a_r = a_{rt} = \frac{dv_r}{dt} = -2\pi \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \frac{\pi}{2} = -\pi^2 \sin \frac{\pi t}{2} \Rightarrow a_{r1} = -\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$\varepsilon_{pr} = \frac{d\omega_{pr}}{dt} = 2\pi \Rightarrow \varepsilon_{pr1} = 2\pi \text{ s}^{-2}$$

$$a_{pr_{t1}} = \overline{M_1K} \varepsilon_{pr1} = \left(8 - 4 \frac{1}{2}\right) 2\pi = 12\pi \text{ m/s}^2$$

$$a_{pr_{n1}} = \overline{M_1K} \omega_{pr1}^2 = \left(8 - 4 \frac{1}{2}\right) 4\pi^2 = 24\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{cor1} = 2\omega_{pr1} v_{r1} \sin \angle(\vec{\omega}_{pr1}, \vec{v}_{r1}) = 2 \cdot 2\pi \cdot 0 \cdot \sin \angle(\vec{\omega}_{pr1}, \vec{v}_{r1}) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{ax1} = a_{pr_{t1}} \\ a_{ay1} = a_{r1} \cos 60^\circ - a_{pr_{n1}} \\ a_{az1} = a_{r1} \sin 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_{ax1} = 12\pi \\ a_{ay1} = \pi^2 \frac{1}{2} - 24\pi^2 = -23,5\pi^2 \\ a_{az1} = \pi^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow a_{a1} = 235,13 \text{ m/s}^2$$