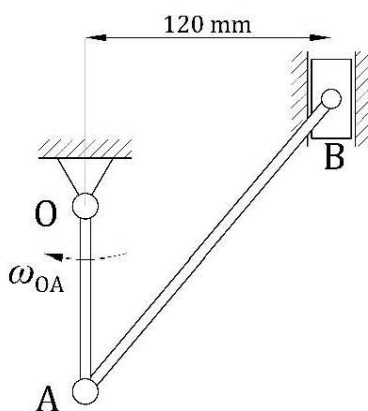
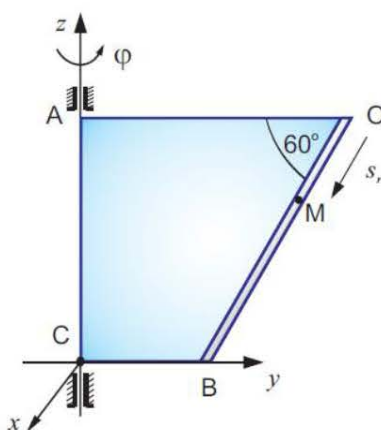


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

- Брзина тачке која се креће по кружности полупречника 6 m мијења се према закону $v = 2t^2 - 6 + 4t$.
 - Колика је њена средња брзина за првих пет секунди кретања?
 - Одредити закон промјене угаоног убрзања.
- Полуга OA дужине 60 mm обрће се константном угаоном брзином од 4 s^{-1} . Ако је $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$, одредити угаоно убрзање полуге AB у приказаном положају.



- Тачка M се креће по жилијебу OB трапезне плоче према релативном закону $s_r = 8 \sin(\pi t/2)$. Плоча AOBС обрће се око осе z према закону $\varphi = \pi t^2 + \pi^2$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1 \text{ s}$. Дато је $\overline{CB} = 1 \text{ m}$ $\overline{OB} = 10 \text{ m}$.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

ГРУПА II

ПРВИ ЗАДАТАК

Брзина тачке која се креће по кружници полупречника 6 m мијења се према закону

$$v = 2t^2 - 6 + 4t.$$

- Колика је њена средња брзина за првих пет секунди кретања?
- Одредити закон промјене угаоног убрзања.

Средња брзина за првих пет секунди кретања

$$\left. \begin{array}{l} v = 2t^2 - 6 + 4t \\ v = \frac{ds}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow ds = (2t^2 - 6 + 4t)dt \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t (2t^2 - 6 + 4t)dt$$
$$s = \frac{2t^3}{3} - 6t + 2t^2$$

Треба провјерити да ли тачка мијења смјер кретања у траженом интервалу $t \in [0,5]$.

$$\left. \begin{array}{l} v^* = 0 \\ v^* = 2t^{*2} - 6 + 4t^* \end{array} \right\} \Rightarrow 2t^{*2} - 6 + 4t^* = 0 \Rightarrow t_{1/2}^* = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1^* = -3 \\ t_2^* = 1 \end{array} \right\}$$

Пошто унутар посматраног интервала тачка мијења смјер кретања, ту промјену морамо узети у обзир.

$$s = \frac{2t^3}{3} - 6t + 2t^2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s_0 = 0 \\ s_1 = \frac{2}{3} - 6 + 2 = -3,333 \\ s_5 = \frac{250}{3} - 30 + 50 = 103,333 \end{array} \right.$$

$$s_{0-5} = s_{0-1} + s_{1-5} = |s_1 - s_0| + |s_5 - s_1| = |-3,333 - 0| + |103,333 + 3,333| = \mathbf{110 \text{ m}}$$

$$v_{sr0-5} = \frac{s_{0-5}}{5 - 0} = \frac{110}{5} = \mathbf{22 \text{ m/s}}$$

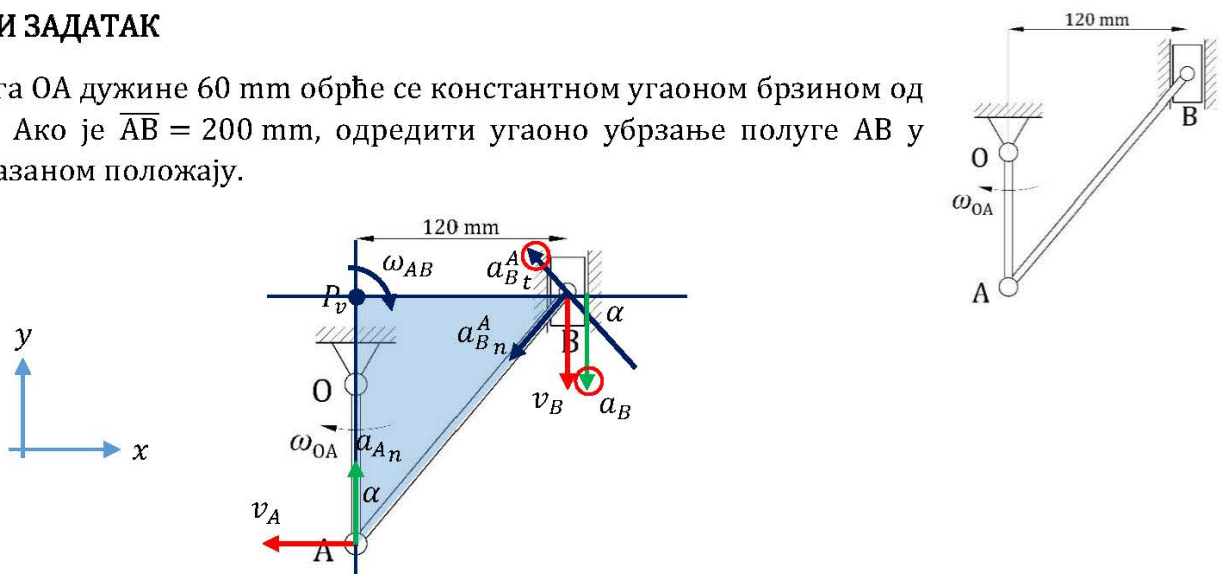
Закон промјене угаоног убрзања

$$R = 6, \quad v = 2t^2 - 6 + 4t$$

$$\left. \begin{array}{l} a_t = \frac{dv}{dt} = 4t + 4 \\ a_t = R\varepsilon = 6\varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon = \frac{4t + 4}{6} = \frac{2}{3}(t + 1)$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

Полуга OA дужине 60 mm обрће се константном угаоном брзином од 4 s^{-1} . Ако је $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$, одредити угаоно убрзање полуге AB у приказаном положају.



$$\sin \alpha = \frac{0,12}{\overline{AB}} = \frac{0,12}{0,2} = 0,6, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

$$\left. \begin{aligned} v_A &= \overline{OA} \omega_{OA} = 0,06 \cdot 4 = 0,24 \text{ m/s} \\ v_A &= \overline{AP_v} \omega_{AB} = \overline{AB} \cos \alpha \omega_{AB} = 0,2 \cdot 0,8 \cdot \omega_{AB} = 0,16 \omega_{AB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{AB} = 1,5 \text{ s}^{-1}$$

$$a_{A_t} = \overline{OA} \varepsilon_{OA} = 0$$

$$a_{A_n} = \overline{OA} \omega_{OA}^2 = 0,06 \cdot 16 = 0,96 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B_t}^A + \vec{a}_{B_n}^A$$

$$\underline{\vec{a}_B} = \underline{\vec{a}_{A_n}} + \underline{\vec{a}_{B_t}^A} + \underline{\vec{a}_{B_n}^A}$$

$$a_{B_n}^A = \overline{AB} \omega_{AB}^2 = 0,2 \cdot 4^2 = 3,2 \text{ m/s}^2$$

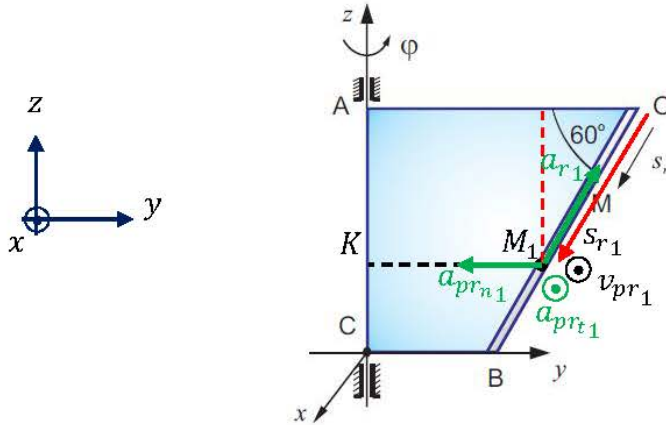
$$\left. \begin{aligned} x: 0 &= 0 - a_{B_t}^A \cos \alpha - a_{B_n}^A \sin \alpha \\ y: -a_B &= a_{A_n} + a_{B_t}^A \sin \alpha - a_{B_n}^A \cos \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{B_t}^A = -a_{B_n}^A \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -3,2 \frac{0,6}{0,8} = -2,4 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} a_{B_t}^A &= 2,4 \\ a_{B_t}^A &= \overline{AB} \varepsilon_{AB} = 0,2 \varepsilon_{AB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{AB} = \frac{2,4}{0,2} = 12 \text{ s}^{-2}$$

ТРЕЋИ ЗАДАТАК

Тачка М се креће по жилијебу ОВ трапезне плоче према релативном закону $s_r = 8 \sin(\pi t/2)$. Плоча АОВС обрће се око осе z према закону $\varphi = \pi t^2 + \pi^2$. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1$ s.

Дато је $\overline{CB} = 1$ m $\overline{OB} = 10$ m.



$$v_r = \dot{s}_r = 8 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \frac{\pi}{2} = 4\pi \cos\frac{\pi t}{2} \Rightarrow v_{r1} = 4\pi \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

$$s_{r1} = 8 \sin\frac{\pi}{2} = 8$$

$$\omega_{pr} = \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi t \Rightarrow \omega_{pr1} = 2\pi \text{ s}^{-1}$$

$$v_{pr1} = \overline{M_1K} \omega_{pr1} = (\overline{CB} + (\overline{OB} - s_{r1}) \cos 60^\circ) \omega_{pr1} = (1 + (10 - 8) \cos 60^\circ) 2\pi = 4\pi \text{ m/s}$$

$$v_{r1} = 0 \Rightarrow v_{a1} = v_{pr1} = 4\pi \text{ m/s} = 12,57 \text{ m/s}$$

$$a_r = a_{rt} = \frac{dv_r}{dt} = -4\pi \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \frac{\pi}{2} = -2\pi^2 \sin\frac{\pi t}{2} \Rightarrow a_{r1} = -2\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$\varepsilon_{pr} = \frac{d\omega_{pr}}{dt} = 2\pi \Rightarrow \varepsilon_{pr1} = 2\pi \text{ s}^{-2}$$

$$a_{pr_{t1}} = \overline{M_1K} \varepsilon_{pr1} = 2 \cdot 2\pi = 4\pi \text{ m/s}^2$$

$$a_{pr_{n1}} = \overline{M_1K} \omega_{pr1}^2 = 2 \cdot 4\pi^2 = 8\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{cor1} = 2\omega_{pr1} v_{r1} \sin \angle (\vec{\omega}_{pr1}, \vec{v}_{r1}) = 2 \cdot 2\pi \cdot 0 \cdot \sin \angle (\vec{\omega}_{pr1}, \vec{v}_{r1}) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{ax1} = a_{pr_{t1}} \\ a_{ay1} = a_{r1} \cos 60^\circ - a_{pr_{n1}} \\ a_{az1} = a_{r1} \sin 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_{ax1} = 4\pi \\ a_{ay1} = 2\pi^2 \frac{1}{2} - 8\pi^2 = -7\pi^2 \\ a_{az1} = 2\pi^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi^2 \sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow a_{a1} = 72,27 \text{ m/s}^2$$