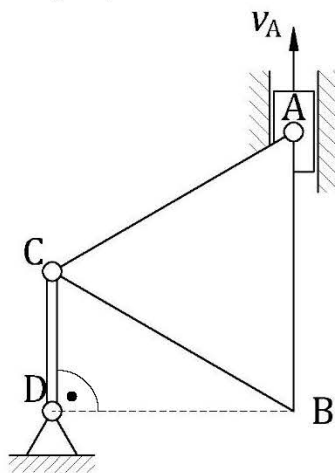
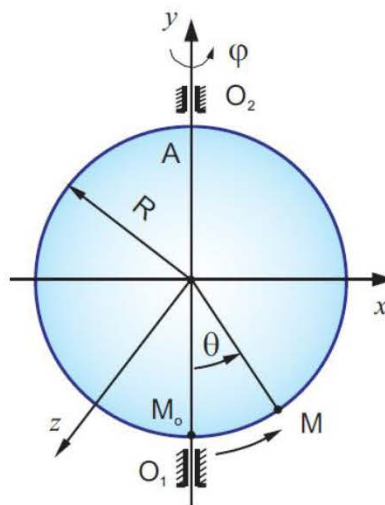


### ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Тачка се креће по кружници константним угаоним убрзањем  $\varepsilon = -4 \text{ s}^{-2}$ . Ако јој се брзина мијења према закону  $v = 8 - 8t$ , одредити:
  - полупречник кружнице,
  - вријеме потребно да се тачка обрне за три радијана.
2. Брзина клизача А мијења се према закону  $v_A = 2 \sin t$ . Након  $5\pi/6$  секунди од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. За приказани положај одредити угаоно убрзање плоче облика једнако-страничног троугла странеце 0,5 m.



3. Кружна плоча полупречника 3 m обрће се око непомичне осе  $O_1O_2$  према закону  $\varphi = 2\pi t^2 + \pi^2$ . Истовремено се по ободу плоче креће тачка М према закону  $s = \pi t$  у односу на плочу. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку  $t_2 = 2 \text{ s}$ .



Предметни наставник:  
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:  
Раде Грујичић

### ГРУПА III

#### ПРВИ ЗАДАТАК

Тачка се креће по кружности константним угаоним убрзањем  $\varepsilon = -4 \text{ s}^{-2}$ . Ако јој се брзина мијења према закону  $v = 8 - 8t$ , одредити:

- полупречник кружности,
- вријеме потребно да се тачка обрне за три радијана.

#### Полупречник кружности

$$\left. \begin{array}{l} a_t = \frac{dv}{dt} = -8 \\ a_t = R\varepsilon = -4R \end{array} \right\} \Rightarrow R = 2 \text{ m}$$

#### Вријеме потребно да се тачка обрне за три радијана

$$\left. \begin{array}{l} v = 8 - 8t \\ v = \frac{ds}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow ds = (8 - 8t)dt \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t (8 - 8t)dt$$
$$\left. \begin{array}{l} s = 8t - 4t^2 \\ s = R\varphi = 2\varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = 4t - 2t^2$$

Треба провјерити да ли тачка мијења смјер кретања у неком тренутку.

$$\left. \begin{array}{l} v^* = 0 \\ v^* = 8 - 8t^* \end{array} \right\} \Rightarrow 8 - 8t^* \Rightarrow t^* = 1 \text{ s}$$

Даље треба провјерити колики угао тачка опише прије него се заустави.

$$\varphi = 4t - 2t^2 \Rightarrow \varphi^* = \varphi_1 = 4 - 2 = 2 \text{ rad}$$

Пошто тачка не описује сва три радијана крећући се у једном смјеру, морамо узети у обзир промјену смјера кретања. Пошто је у првој дионици кретања ( $t \in [0,1]$ ) тачка описала два радијана, то значи да ће у другој дионици кретања ( $t \in [1, \#]$ ) описати  $3 - 2 = 1 \text{ rad}$  крећући се у супротном смјеру.

$$\varphi_{1-\#} = |\varphi_{\#} - \varphi_1| = -(\varphi_{\#} - \varphi_1) = 1 \Rightarrow \varphi_{\#} = \varphi_1 - 1 = 1$$

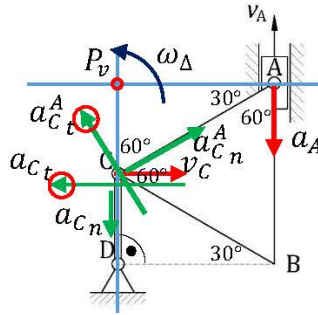
$$\left. \begin{array}{l} \varphi_{\#} = 1 \\ \varphi_{\#} = 4t_{\#} - 2t_{\#}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 4t_{\#} - 2t_{\#}^2 = 1 \Rightarrow 2t_{\#}^2 - 4t_{\#} + 1 = 0$$

$$t_{\#1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{4} = \begin{cases} t_{\#1} = 0,293 \text{ s} \\ t_{\#2} = 1,707 \text{ s} \end{cases}$$

Физички смисао има само резултат који је већи од  $t^* = 1 \text{ s}$ , што значи да је тражени резултат  $t_{\#} = 1,707 \text{ s}$ .

## ДРУГИ ЗАДАТАК

Брзина клизача А мијења се према закону  $v_A = 2 \sin t$ . Након  $5\pi/6$  секунди од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. За приказани положај одредити угаоно убрзање плоче облика једнакостраничног троугла странице 0,5 m.



$$a_A = a_{A_t} = \frac{dv_A}{dt} = 2 \cos t$$

За приказани положај важи:

$$v_A = 2 \sin \frac{5\pi}{6} = 1 \text{ m/s}, \quad a_A = 2 \cos \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} v_A = 1 \text{ m/s} \\ v_A = \overline{AP_v} \omega_\Delta = 0,5 \cos 30^\circ \omega_\Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_\Delta = \frac{1}{0,5 \cos 30^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ s}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_C = \overline{CP_v} \omega_\Delta = 0,5 \sin 30^\circ \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m/s} \\ v_C = \overline{CD} \omega_{CD} = 0,5 \sin 30^\circ \omega_{CD} = \frac{\omega_{CD}}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_{CD} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ s}^{-1}$$

$$a_{C_t} = \overline{CD} \varepsilon_{CD}$$

$$a_{C_n} = \overline{CD} \omega_{CD}^2 = 0,5 \sin 30^\circ \cdot \frac{16 \cdot 3}{9} = \frac{4}{3} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{C_t}^A + \vec{a}_{C_n}^A$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_{C_t}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{C_n}}} = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{C_t}^A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{C_n}^A}}$$

$$a_{C_n}^A = \overline{AC} \omega_\Delta^2 = 0,5 \cdot \frac{16 \cdot 3}{9} = \frac{8}{3} \text{ m/s}^2$$

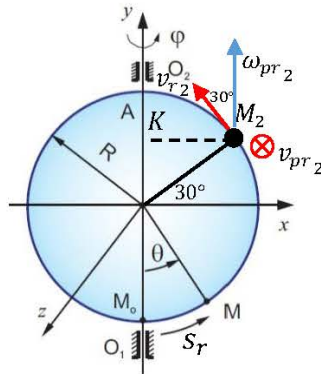
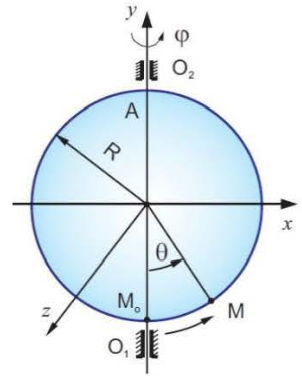
$$\left. \begin{array}{l} x: -a_{C_t} = -a_{C_t}^A \cos 60^\circ + a_{C_n}^A \sin 60^\circ \\ y: -a_{C_n} = -a_A + a_{C_t}^A \sin 60^\circ + a_{C_n}^A \cos 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow a_{C_t}^A = \frac{a_A - a_{C_n} - a_{C_n}^A \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$a_{C_t}^A = \frac{\sqrt{3} - \frac{4}{3} - \frac{8}{3} \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6\sqrt{3} - 16}{3\sqrt{3}} = -1,079 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{C_t}^A = 1,079 \\ a_{C_t}^A = \overline{AC} \varepsilon_\Delta = 0,5 \varepsilon_\Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_\Delta = \frac{1,079}{0,5} = 2,158 \text{ s}^{-2}$$

### ТРЕЋИ ЗАДАТАК

Кружна плоча полупречника 3 m обрће се око непомичне осе  $O_1O_2$  према закону  $\varphi = 2\pi t^2 + \pi^2$ . Истовремено се по ободу плоче креће тачка М према закону  $s = \pi t$  у односу на плочу. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку  $t_2 = 2$  s.



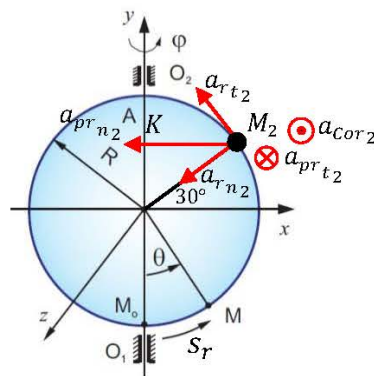
$$\left. \begin{array}{l} s_r = \pi t \\ s_r = R\theta \end{array} \right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi t}{R} \Rightarrow \theta_2 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} = 120^\circ$$

$$v_r = \frac{ds_r}{dt} = \pi \Rightarrow v_{r_2} = \pi \text{ m/s}$$

$$\omega_{pr} = \frac{d\varphi}{dt} = 4\pi t \Rightarrow \omega_{pr_2} = 8\pi \text{ s}^{-1}$$

$$v_{pr_2} = \overline{M_2K} \omega_{pr_2} = R \cos 30^\circ \omega_{pr_2} = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} 8\pi = 12\sqrt{3}\pi \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{pr_2} \perp \vec{v}_{r_2} \Rightarrow \mathbf{v}_{a_2} = \sqrt{v_{pr_2}^2 + v_{r_2}^2} = \mathbf{65,372 \text{ m/s}}$$



$$a_{rt} = \frac{dv_r}{dt} = 0 \Rightarrow a_{rt_2} = 0$$

$$a_{rn_2} = \frac{v_{r_2}^2}{R} = \frac{\pi^2}{3} \text{ m/s}^2$$

$$\varepsilon_{pr} = \frac{d\omega_{pr}}{dt} = 4\pi \Rightarrow \varepsilon_{pr_2} = 4\pi \text{ s}^{-2}$$

$$a_{pr_{t_2}} = \overline{M_2K} \varepsilon_{pr_2} = R \cos 30^\circ \varepsilon_{pr_2} = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} 4\pi = 6\sqrt{3}\pi \text{ m/s}^2$$

$$a_{pr_{n_2}} = \frac{v_{pr_2}^2}{M_2 K} = \frac{v_{pr_2}^2}{R \cos 30^\circ} = \frac{144 \cdot 3 \cdot \pi^2}{3 \frac{\sqrt{3}}{2}} = 96\sqrt{3}\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{cor_2} = 2\omega_{pr_2} v_{r_2} \sin \angle(\vec{\omega}_{pr_2}, \vec{v}_{r_2}) = 2 \cdot 8\pi \cdot \pi \cdot \sin 30^\circ = 8\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{a_2} = \sqrt{(a_{r_{n_2}} + a_{pr_{n_2}} \cos 30^\circ)^2 + (a_{r_{t_2}} + a_{pr_{n_2}} \sin 30^\circ)^2 + (a_{cor_2} - a_{pr_{t_2}})^2}$$

$$\mathbf{a_{a_2} = 1644,589 \text{ m/s}^2}$$