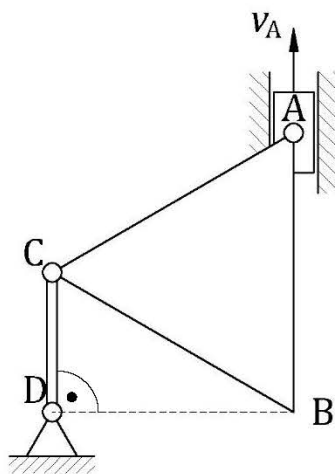
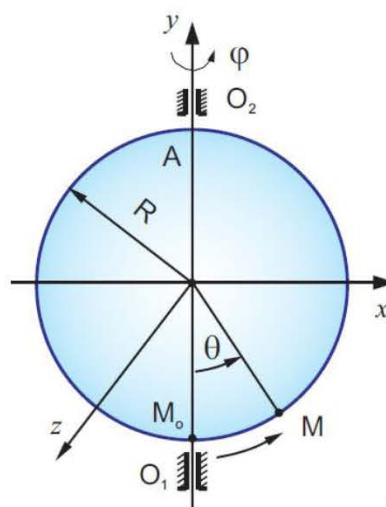


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Тачка се креће по кружници полупречника 2 m константним угаоним убрзањем. Ако јој се брзина мијења према закону $v = 8(1 - t)$, одредити:
 - угаоно убрзање тачке,
 - вријеме потребно да се тачка обрне за пет радијана.
2. Брзина клизача А мијења се према закону $v_A = 2 \sin t$. Након $5\pi/6$ секунди од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. За приказани положај одредити брзину тачке В на плочи облика једнако-страничног троугла странеце 0,5 m користећи се теоремом о брзинама.



3. Кружна плоча полупречника 3 m обрће се око непомичне осе O_1O_2 према закону $\varphi = 2\pi t(t^2 + 1)$. Истовремено се по ободу плоче креће тачка М према закону $s = \pi t$ у односу на плочу. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1$ s.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

ГРУПА IV

ПРВИ ЗАДАТАК

Тачка се креће по кружници полупречника 2 m константним угаоним убрзањем. Ако јој се брзина мијења према закону $v = 8(1 - t)$, одредити:

- угаоно убрзање тачке,
- вријеме потребно да се тачка обрне за пет радијана.

Угаоно убрзање тачке

$$\left. \begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = -8 \\ a_t &= R\varepsilon = 2\varepsilon \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon = -4 \text{ s}^{-2}$$

Вријеме потребно да се тачка обрне за пет радијана

$$\left. \begin{aligned} v &= 8(1 - t) = 8 - 8t \\ v &= \frac{ds}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow ds = (8 - 8t)dt \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t (8 - 8t)dt$$
$$\left. \begin{aligned} s &= 8t - 4t^2 \\ s &= R\varphi = 2\varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varphi = 4t - 2t^2$$

Треба провјерити да ли тачка мијења смјер кретања у неком тренутку.

$$\left. \begin{aligned} v^* &= 0 \\ v^* &= 8 - 8t^* \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 - 8t^* \Rightarrow t^* = 1 \text{ s}$$

Даље треба провјерити колики угао тачка опише прије него се заустави.

$$\varphi = 4t - 2t^2 \Rightarrow \varphi^* = \varphi_1 = 4 - 2 = 2 \text{ rad}$$

Пошто тачка не описује свих пет радијана крећући се у једном смјеру, морамо узети у обзир промјену смјера кретања. Пошто је у првој дионици кретања ($t \in [0,1]$) тачка описала два радијана, то значи да ће у другој дионици кретања ($t \in [1, \#]$) описати $5 - 2 = 3 \text{ rad}$ крећући се у супротном смјеру.

$$\varphi_{1-\#} = |\varphi_{\#} - \varphi_1| = -(\varphi_{\#} - \varphi_1) = 3 \Rightarrow \varphi_{\#} = \varphi_1 - 3 = -1$$

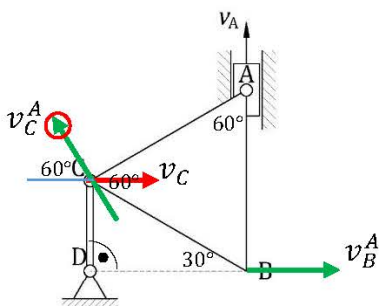
$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\#} &= -1 \\ \varphi_{\#} &= 4t_{\#} - 2t_{\#}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4t_{\#} - 2t_{\#}^2 = -1 \Rightarrow 2t_{\#}^2 - 4t_{\#} - 1 = 0$$

$$t_{\#1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 8}}{4} = \begin{cases} t_{\#1} = -0,225 \text{ s} \\ t_{\#2} = 2,225 \text{ s} \end{cases}$$

Физички смисао има само резултат који је већи од $t^* = 1 \text{ s}$, што значи да је тражени резултат $t_{\#} = 2,225 \text{ s}$.

ДРУГИ ЗАДАТАК

Брзина клизача А мијења се према закону $v_A = 2 \sin t$. Након $5\pi/6$ секунди од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. За приказани положај одредити брзину тачке В на плочи облика једнакостраничног троугла странеце 0,5 m користећи се теоремом о брзинама.



За приказани положај важи:

$$v_A = 2 \sin \frac{5\pi}{6} = 1 \text{ m/s}$$

$$\underline{\underline{\vec{v}_C}} = \underline{\underline{\vec{v}_A}} + \underline{\underline{\vec{v}_C^A}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x: v_C = -v_C^A \cos 60^\circ \\ y: 0 = v_A + v_C^A \sin 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow v_C^A = -\frac{v_A}{\sin 60^\circ} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_C^A = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ v_C^A = AC \omega_\Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_\Delta = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{0,5} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ s}^{-1}$$

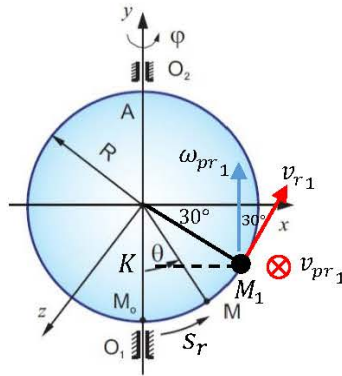
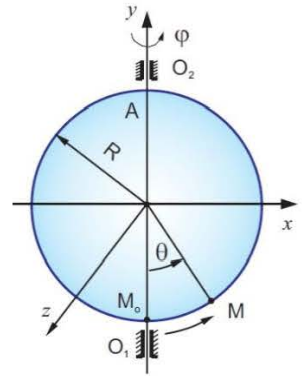
$$\underline{\underline{\vec{v}_B}} = \underline{\underline{\vec{v}_A}} + \underline{\underline{\vec{v}_B^A}}$$

$$v_B^A = AB \omega_\Delta = 0,5 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_A \perp \vec{v}_B^A \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + v_B^A{}^2} = 1,528 \text{ m/s}$$

ТРЕЋИ ЗАДАТАК

Кружна плоча полупречника 3 m обрће се око непомичне осе O_1O_2 према закону $\varphi = 2\pi t(t^2 + 1)$. Истовремено се по ободу плоче креће тачка M према закону $s = \pi t$ у односу на плочу. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1$ s.



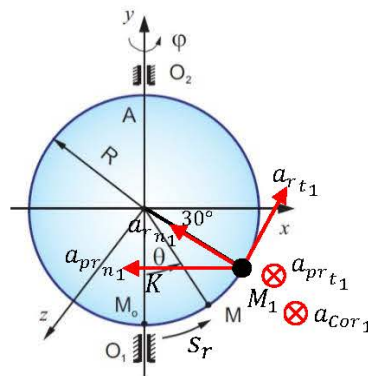
$$\left. \begin{aligned} s_r &= \pi t \\ s_r &= R\theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi t}{R} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad} = 60^\circ$$

$$v_r = \frac{ds_r}{dt} = \pi \Rightarrow v_{r1} = \pi \text{ m/s}$$

$$\omega_{pr} = \frac{d\varphi}{dt} = 6\pi t^2 + 2\pi \Rightarrow \omega_{pr1} = 8\pi \text{ s}^{-1}$$

$$v_{pr1} = \overline{M_1K} \omega_{pr1} = R \cos 30^\circ \omega_{pr1} = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} 8\pi = 12\sqrt{3}\pi \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{pr1} \perp \vec{v}_{r1} \Rightarrow v_{a1} = \sqrt{v_{pr1}^2 + v_{r1}^2} = 65,372 \text{ m/s}$$



$$a_{rt} = \frac{dv_r}{dt} = 0 \Rightarrow a_{rt1} = 0$$

$$a_{rn1} = \frac{v_{r1}^2}{R} = \frac{\pi^2}{3} \text{ m/s}^2$$

$$\varepsilon_{pr} = \frac{d\omega_{pr}}{dt} = 12\pi t \Rightarrow \varepsilon_{pr1} = 12\pi \text{ s}^{-2}$$

$$a_{pr_{t1}} = \overline{M_1K} \varepsilon_{pr1} = R \cos 30^\circ \varepsilon_{pr1} = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} 12\pi = 18\sqrt{3}\pi \text{ m/s}^2$$

$$a_{pr_{n_1}} = \frac{v_{pr_1}^2}{M_1 K} = \frac{v_{pr_1}^2}{R \cos 30^\circ} = \frac{144 \cdot 3 \cdot \pi^2}{3 \frac{\sqrt{3}}{2}} = 96\sqrt{3}\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{cor_1} = 2\omega_{pr_1} v_{r_1} \sin \angle (\vec{\omega}_{pr_1}, \vec{v}_{r_1}) = 2 \cdot 8\pi \cdot \pi \cdot \sin 30^\circ = 8\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{a_1} = \sqrt{(a_{r_{n_1}} + a_{pr_{n_1}} \cos 30^\circ)^2 + (a_{r_{t_1}} - a_{pr_{n_1}} \sin 30^\circ)^2 + (a_{cor_1} + a_{pr_{t_1}})^2}$$

$$\mathbf{a_{a_1} = 1653,428 \text{ m/s}^2}$$