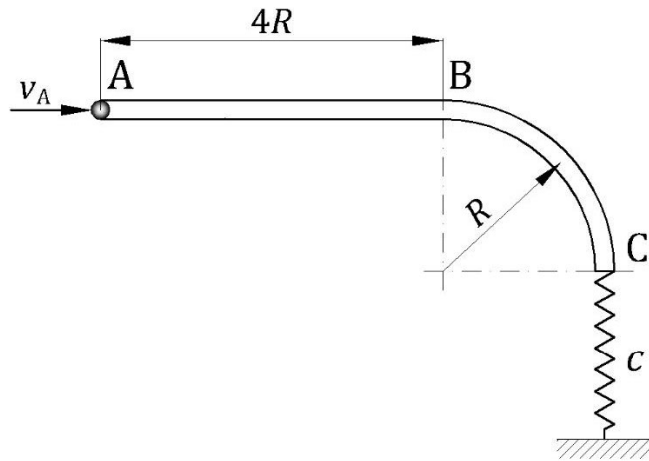
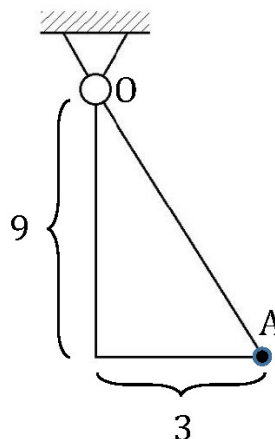


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МЕХАНИКЕ

1. Куглица масе $0,5 \text{ kg}$ убаца се брзином $v_A = 2 \text{ m/s}$ у отвор А непокретне глатке цијеви, облика и димензија датих на слици, која лежи у вертикалној равни. Ако је $R = 0,5 \text{ m}$, одредити максималну деформацију опруге крутости $c = 300 \text{ N/m}$ након што куглица напушти цијев, ако је опруга у приказаном положају недеформисана.



2. Хомогеном тијелу масе 1 kg саопштава се почетна брзина у позитивном математичком смјеру из положаја приказаног на слици. Брзина тачке А на почетку кретања износи $7,2494 \text{ m/s}$. Користећи се диференцијалном једначином обртања крутог тијела око непокретне осе, одредити вриједност момента инерције за осу ротације ако се тијело зауставља након описаних $\pi/2$ радијана. Резултат провјерити примјеном закона о промјени кинетичке енергије система.



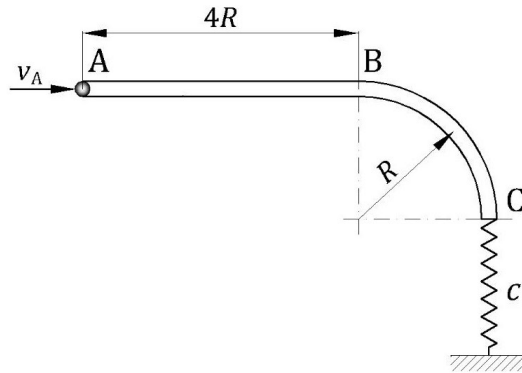
Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

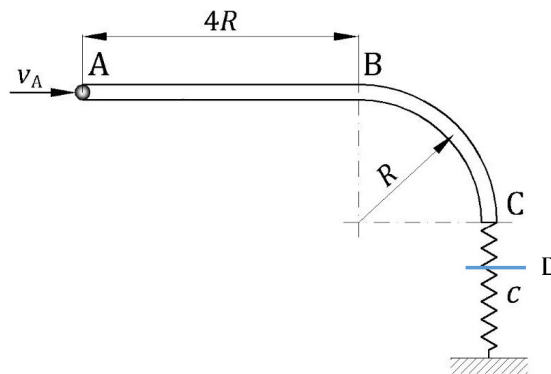
ГРУПА I

ПРВИ ЗАДАТАК

Куглица масе $0,5 \text{ kg}$ убади се брзином $v_A = 2 \text{ m/s}$ у отвор А непокретне глатке цијеви, облика и димензија датих на слици, која лежи у вертикалној равни. Ако је $R = 0,5 \text{ m}$, одредити максималну деформацију опруге крутости $c = 300 \text{ N/m}$ након што куглица напусти цијев, ако је опруга у приказаном положају недеформисана.



Иначин (закон о промјени кинетичке енергије тачке)



Куглица се зауставља у положају D. У том положају је деформација опруге максимална и износи $\Delta_D = \overline{CD}$.

$$E_{kD} - E_{kA} = A_{AD}^{mg} + A_{AC}^N + A_{CD}^{Fe}$$

$$\frac{mv_D^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = +mg(R + \Delta_D) + 0 + \frac{1}{2}c(\Delta_C^2 - \Delta_D^2)$$

$$\frac{c}{m}\Delta_D^2 - 2g\Delta_D - (v_A^2 + 2gR) = 0$$

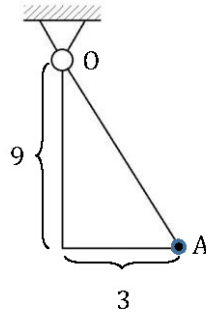
$$\Delta_{D1/2} = \frac{2g \pm \sqrt{4g^2 + 4\frac{c}{m}(v_A^2 + 2gR)}}{2\frac{c}{m}} = \frac{2 \cdot 9,81 \pm \sqrt{4 \cdot 9,81^2 + 4\frac{300}{0,5}(2^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot 0,5)}}{2\frac{300}{0,5}}$$

$$\Delta_D = 0,169 \text{ m}$$

Иначин (диференцијална једначина кретања, односно други Њутнов закон)

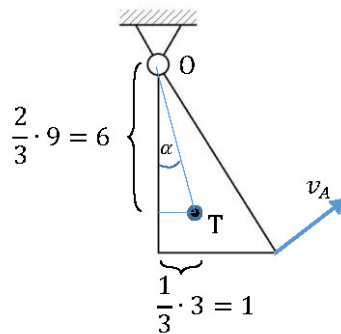
ДРУГИ ЗАДАТАК

Хомогеном тијелу масе 1 kg саопштава се почетна брзина у позитивном математичком смјеру из положаја приказаног на слици. Брзина тачке А на почетку кретања износи 7,2494 m/s. Користећи се диференцијалном једначином обртања крутог тијела око непокретне осе, одредити вриједност момента инерције за осу ротације ако се тијело зауставља након описаних $\pi/2$ радијана. Резултат проверити примјеном закона о пројмени кинетичке енергије система.



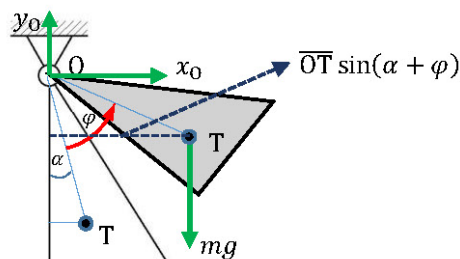
$$v_A = \overline{OA}\omega \Rightarrow v_{A0} = \overline{OA}\omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{v_{A0}}{\overline{OA}} = \frac{7,2494}{\sqrt{9^2 + 3^2}} = \frac{7,2494}{\sqrt{90}}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{6} \Rightarrow \alpha = 9,462^\circ$$

Диференцијална једначина обртања крутог тијела око непокретне осе



$$I_O \varepsilon = \sum M_O$$

$$I_O \varepsilon = -mg \overline{OT} \sin(\alpha + \varphi)$$

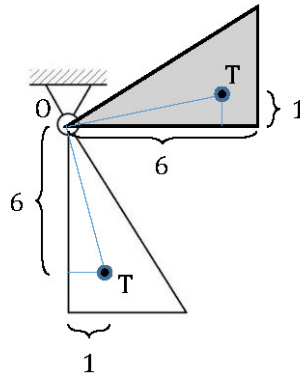
$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{\omega d\omega}{d\varphi} \left. \vphantom{\varepsilon} \right\} \Rightarrow I_O \int_{\frac{7,2494}{\sqrt{90}}}^0 \omega d\omega = -mg \overline{OT} \int_0^{90^\circ} \sin(\alpha + \varphi) d\varphi$$

$$-I_O \frac{7,2494^2}{2} = +mg \overline{OT} [\cos(\alpha + 90^\circ) - \cos(\alpha + 0)]$$

$$I_O = \frac{180mg\overline{OT}[\cos \alpha - \cos(\alpha + 90^\circ)]}{7,2494^2}$$

$$I_O = \frac{180 \cdot 1 \cdot 9,81 \cdot \sqrt{6^2 + 1^2}[\cos 9,462^\circ - \cos(99,462^\circ)]}{7,2494^2} = 235,2 \text{ kgm}^2$$

Закон о промјени кинетичке енергије система



$$E_k = \frac{I_O \omega^2}{2}$$

$$E_{k1} - E_{k0} = A_{0-1}^{mg} + A_{0-1}^{x_0} + A_{0-1}^{y_0}$$

$$\frac{I_O \omega_1^2}{2} - \frac{I_O \omega_0^2}{2} = -mg \cdot 7 + 0 + 0$$

$$\frac{I_O \omega_0^2}{2} = 7mg$$

$$I_O = \frac{14mg}{\omega_0^2} = \frac{14 \cdot 1 \cdot 9,81}{\frac{7,2494^2}{90}} = 235,2 \text{ kgm}^2$$