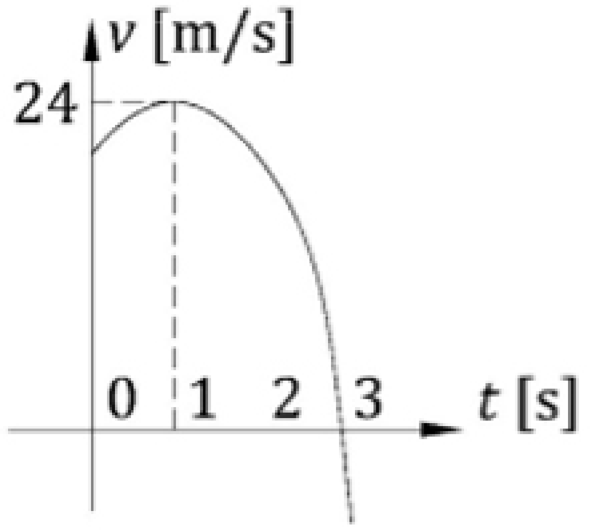
ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Коначна једначина кретања материјалне тачке је $\vec{r} = (100t^2 + 2)\vec{\imath} - 10t\vec{\jmath}$. Одредити:

- путању тачке;
- компоненте и интензитете брзине и убрзања тачке у тренутку $t_2 = 2$ s;
- угао између брзине и убрзања у том тренутку;
- временски тренутак у коме ће пројекције брзине на правац осе x и y бити међусобно једнаке.

2. Брзина тачке која врши кретање по кружници полупречника 2 m мијења се према закону $v = -6t^2 + 12t + 18$ (видјети слику). Одредити:

- положај тачке (дефинисан углом φ) након једне секунде од почетка кретања;
- интензитет убрзања у том тренутку;
- тренутак у коме тачка мијења смјер кретања;
- пут који је тачка прешла за прве четири секунде кретања.



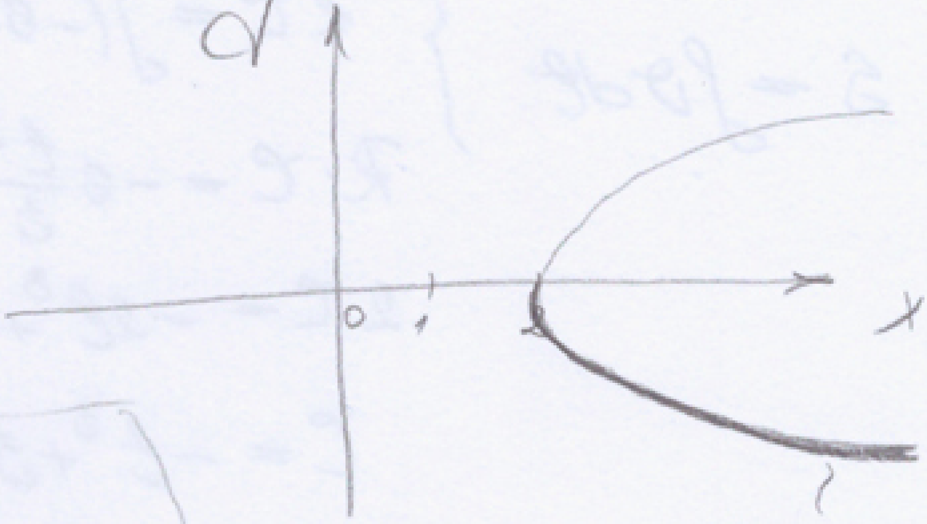
I колоквијум (редовни)

(1) $\vec{r} = (100t^2+2)\vec{i} - 10t\vec{j}$

$$\left.\begin{aligned} x &= 100t^2+2 \\ y &= -10t \end{aligned}\right\} \quad x = 100t^2+2 \Rightarrow \boxed{x = y^2+2}$$

$$y = -10t \;/\,{}^2 \Rightarrow y^2 = 100t^2$$

$$t \in [0, +\infty) \quad \begin{cases} x \in [2, +\infty) \\ y \in (-\infty, 0] \end{cases}$$



$$\dot{x} = 200t \qquad v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{200^2t^2 + 100}$$

$$\dot{y} = -10$$

$$\ddot{x} = 200$$

$$\ddot{y} = 0 \qquad a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = 200\ m/s^2 = const$$

$$\xRightarrow{t_2 = 2s} \quad \begin{aligned} \dot{x}_2 &= 200 \cdot 2 = 400\ m/s \\ \dot{y}_2 &= -10\ m/s \\ \ddot{x}_2 &= 200\ m/s^2 \\ \ddot{y}_2 &= 0 \\ v_2 &= \sqrt{200^2 \cdot 4 + 100} = 400{,}12\ m/s \\ a_2 &= 200\ m/s^2 \end{aligned}$$

$$\vec{a}_2 \cdot \vec{v}_2 = a_2 \cdot v_2 \cdot \cos\alpha_2 \Rightarrow \cos\alpha_2 = \frac{\vec{a}_2 \cdot \vec{v}_2}{a_2 \cdot v_2} = \frac{(200\vec{i} + 0\vec{j}) \cdot (400\vec{i} - 10\vec{j})}{200 \cdot 400{,}12}$$

$$= \frac{200 \cdot 400 + 0 \cdot (-10)}{200 \cdot 400{,}12} = 0{,}9997 \Rightarrow \underline{\alpha_2 = 1{,}43^\circ}$$

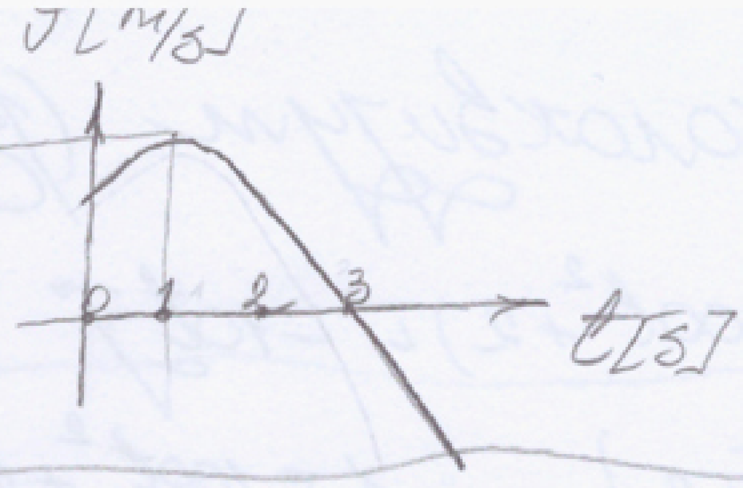
$$\dot{x}^* = \dot{y}^* \Rightarrow 200t^* = -10 \Rightarrow \underline{t^* = -0{,}05\,s} \qquad t^* < 0 \Rightarrow$$

пројекције брзине на правац осе x и y никада неће бити међусобно једнаке у конкретном задатку

② $R = 2m$

$\vartheta = -6t^2 + 12t + 18$

$\varphi_1, a_1, t^*, L_{0\div 4} = ?$



$$\left.\begin{array}{l} s = R\cdot\varphi \\ s = \int \vartheta\, dt \end{array}\right\} \quad R\varphi = \int(-6t^2 + 12t + 18)\,dt$$

$$R\cdot\varphi = -6\frac{t^3}{3} + 12\frac{t^2}{2} + 18t$$

$$2\varphi = -2t^3 + 6t^2 + 18t \,/ : 2$$

$$\varphi = -t^3 + 3t^2 + 9t \Rightarrow \underline{\varphi_1} = -1^3 + 3\cdot 1^2 + 9\cdot 1 = -1 + 3 + 9 = \underline{\underline{11\,rad}}$$

	R
s	φ
ϑ	ω
a_t	ε

izvod ↓ ↑ integral

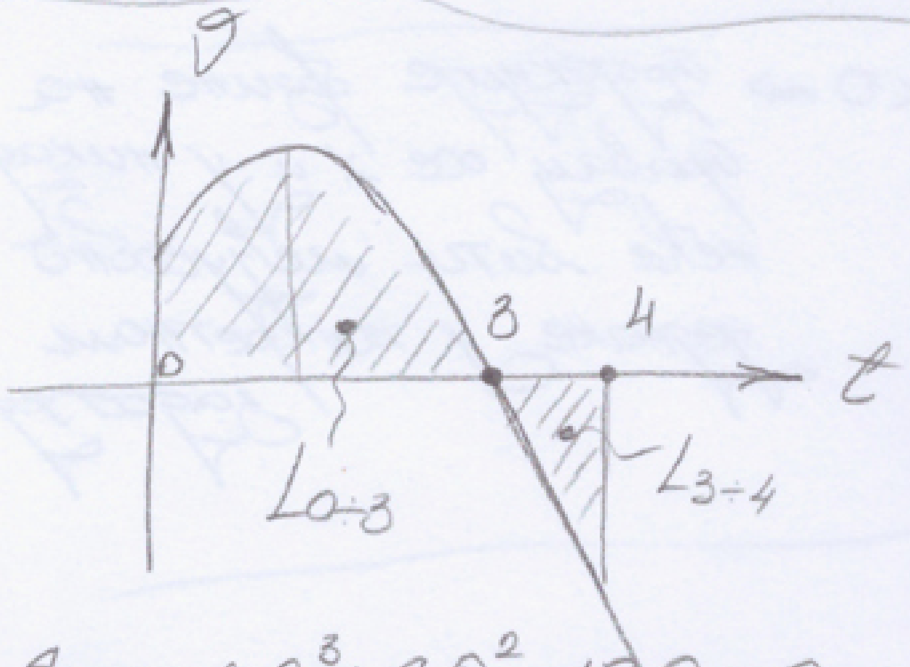
$$a_t = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d}{dt}(-6t^2 + 12t + 18) = -12t + 12 \quad a_{t1} = -12\cdot 1 + 12 = 0\ m/s^2$$

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R} = \frac{(-6t^2 + 12t + 18)^2}{R} \quad a_{n1} = \frac{(-6\cdot 1^2 + 12\cdot 1 + 18)^2}{2} = 288\ m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \Rightarrow \underline{a_1} = \sqrt{a_{t1}^2 + a_{n1}^2} = \sqrt{0^2 + 288^2} = \underline{\underline{288\ m/s^2}}$$

$$\vartheta^* = 0 \Rightarrow -6t^{*2} + 12t^* + 18 = 0 \,/ : (-6)$$

$$t^{*2} - 2t^* - 3 = 0 \Rightarrow t^*_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \cancel{t_1^* = -1} \\ \underline{\underline{t_2^* = 3}} \end{cases}$$



$$s = R\cdot\varphi = 2\cdot(-t^3 + 3t^2 + 9t)$$

$$s = -2t^3 + 6t^2 + 18t$$

$$\underline{\underline{L_{0\div 4}}} = L_{0\div 3} + L_{3\div 4} = |s_3 - s_0| + |s_4 - s_3|$$

$$= |54 - 0| + |40 - 54|$$

$$= |54| + |-14| = 54 + 14 = \underline{\underline{68\,m}}$$

$$s_0 = -2\cdot 0^3 + 6\cdot 0^2 + 18\cdot 0 = 0$$

$$s_3 = -2\cdot 3^3 + 6\cdot 3^2 + 18\cdot 3 = 54$$

$$s_4 = -2\cdot 4^3 + 6\cdot 4^2 + 18\cdot 4 = 40$$