

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Брзина материјалне тачке мијења се према закону $\vec{v} = 4t\vec{i} - 3t\vec{j}$. У почетном тренутку положај тачке дефинисан је координатама $M_0(2,1)$.
 - Одредити вектор положаја тачке у тренутку $t_2 = 2$ s.
 - Одредити компоненте и интензитет убрзања тачке у тренутку $t_2 = 2$ s.
 - Одредити угао између брзине и убрзања у том тренутку.
 - Нацртати дијаграме $a(t)$, $v(t)$ и $s(t)$.
2. Тачка А се креће равномерно промјенљиво по кружници пречника 4 m угаоним убрзањем $\varepsilon_A = -4$ s⁻². Њена почетна брзина је 12 m/s. Одредити:
 - закон промјене угаоне брзине тачке;
 - вријеме потребно да се тачка обрне за 4,5 радијана;
 - интензитет убрзања тачке у почетном тренутку;
 - пут који је тачка прешла у другој секунди кретања.

Кинематика - I координатным (30.08.2019)

① $\vec{v} = 4t\vec{i} - 3t\vec{j}$
 $M_0(2, 1)$
 $\vec{r}_2, \vec{a}_2, v_2 = ?$
 $a(t), v(t), s(t) = ?$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= 4t & \dot{y} &= -3t \\ \frac{dx}{dt} &= 4t & \frac{dy}{dt} &= -3t \\ \int dx &= \int 4t dt & \int dy &= \int -3t dt \end{aligned} \right\}$$

$$x = 2 + 2t^2 \quad y = 1 - \frac{3}{2}t^2$$

$$x_2 = 10 \quad y_2 = -5 \rightarrow \vec{r}_2 = 10\vec{i} - 5\vec{j}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} = 4\vec{i} - 3\vec{j} \rightarrow$$

$$\vec{a}_2 = 4\vec{i} - 3\vec{j}; \quad a_{2x} = 4 \text{ м/с}^2, \quad a_{2y} = -3 \text{ м/с}^2$$

$$|\vec{a}_2| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \rightarrow$$

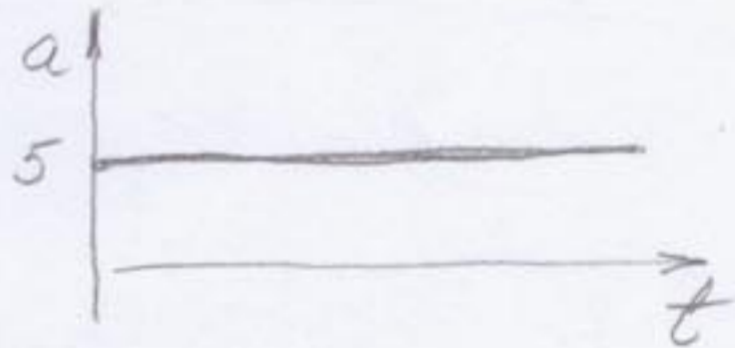
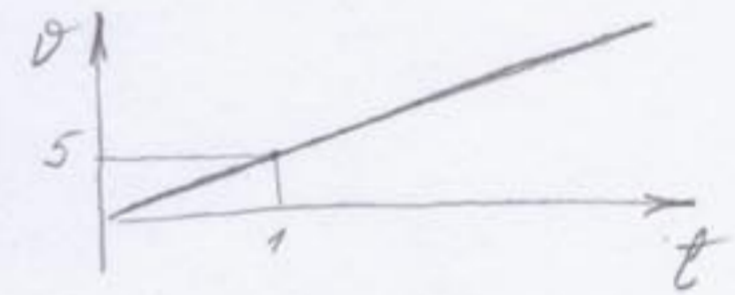
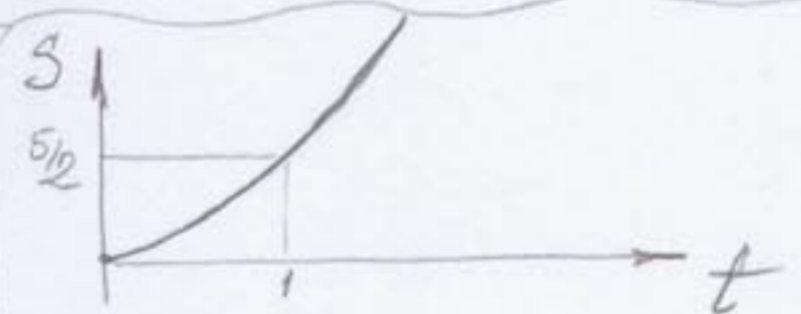
$$|\vec{a}_2| = 5 \text{ м/с}^2$$

$$\vec{a}_2 \cdot \vec{v}_2 = |\vec{a}_2| \cdot |\vec{v}_2| \cdot \cos \alpha_2 \rightarrow \cos \alpha_2 = \frac{\vec{a}_2 \cdot \vec{v}_2}{|\vec{a}_2| \cdot |\vec{v}_2|}$$

$$\vec{v}_2 = 4 \cdot 2\vec{i} - 3 \cdot 2\vec{j} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$|\vec{v}_2| = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ м/с}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{(4\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot (8\vec{i} - 6\vec{j})}{5 \cdot 10} = \frac{32 + 18}{50} = 1 \Rightarrow \alpha_2 = 0$$



$$|\vec{a}| = \sqrt{16 + 9} = 5 = \text{const}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{16t^2 + 9t^2} = 5t$$

$$s = \int |\vec{v}| dt = \int 5t dt = \frac{5t^2}{2}$$

② $D = 4 \text{ m} \rightarrow R = 2 \text{ m}$
 $\epsilon = -4.5 \text{ s}^{-2}$
 $v_0 = 12 \text{ м/с}$
 $\omega(t), t(\epsilon = 4.5 \text{ rad}), a_0, L_{2-1} = ?$

$$\epsilon = \text{const} \rightarrow \omega = \omega_0 + \epsilon t$$

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{12}{2} = 6 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega = 6 - 4t$$

$$d\epsilon = \omega dt \Rightarrow \epsilon = 6t - 2t^2 \quad \left\{ \begin{aligned} 6t_* - 2t_*^2 &= \epsilon_* \rightarrow 2t_*^2 - 6t_* + \epsilon_* = 0 \\ 2t_*^2 - 6t_* + 4.5 &= 0 \rightarrow t_{*1/2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 2 \cdot 4.5}}{4} = \frac{3 \pm 1.5}{2} \end{aligned} \right.$$

$$v = R \cdot \omega = 12 - 8t$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -8$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(12 - 8t)^2}{2} = 8(3 - 2t)^2 \quad \left\{ \begin{aligned} a_{t0} &= -8 \\ a_{n0} &= 8 \cdot 9 = 72 \end{aligned} \right. \quad \underline{a_0} = \sqrt{64 + 64 \cdot 81} = \underline{82.44 \text{ м/с}^2}$$

$$L_{1-2} = L_{1-1/2} + L_{1/2-2} = 15 \frac{3}{2} - 3 \cdot 1 + 15 \frac{3}{2} - 5 \frac{3}{2}$$

$$S = R \cdot t = 12t - 4t^2$$

$$S_1 = 12 - 4 = 8$$

$$S_{3/2} = 12 \cdot \frac{3}{2} - 4 \cdot \frac{9}{4} = 18 - 9 = 9$$

$$S_2 = 24 - 4 \cdot 4 = 8$$

$$\underline{\underline{L_{1-2} = |9 - 8| + |8 - 9| = 2}}$$

