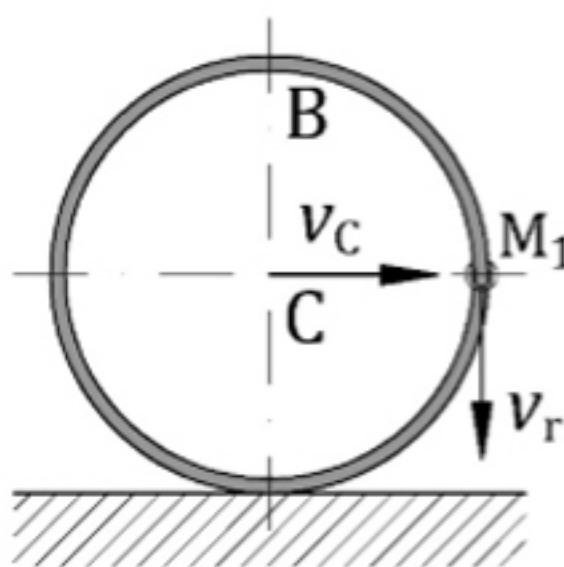


### ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Угаона брзина тачке, која врши кружно кретање по кружници пречника четири метра, мијења се према закону  $\omega = 9 - 2t$ . Одредити:
  - закон пута и пут који је тачка прешла за период  $t \in [3,5]$  s;
  - број обртаја који тачка направи до заустављања;
  - интензитет убрзања тачке у другој секунди;
  - почетну брзину тачке.
2. Прстен М клизи по кружном обручу полупречника 3 m брзином чији се интензитет мијења према закону  $v_r = t$  у односу на обруч. Обруч се по подлози котрља без клизања константном брзином  $v_c = 3$  m/s. Након једне секунде од почетка кретања прстен заузима положај приказан на слици.
  - Одредити интензитет апсолутне брзине прстена у посматраном временском тренутку.
  - Одредити интензитет апсолутног убрзања прстена у посматраном временском тренутку.
  - За колико времена ће центар кружног обруча С прећи пут од 24 метра?
  - Примјеном теореме о брзинама, одредити брзину тачке В преко брзине тачке С у посматраном тренутку.



- П1. Како се одређује убрзање тачке у Декартовом координатном систему у простору?
- П2. Како гласи теорема о брзинама код раванског кретања крутог тијела и која је њена посљедица?



# Задание усложнено (решено)

①  $D = 4m \Rightarrow R = 2m$

$\omega = 9 - 2t$

$s(t) = ?$

$L_{3-5} = ?$

$\omega^* = ? (\omega^* = 0)$

$a_2 = ?$

$v_0 = ?$

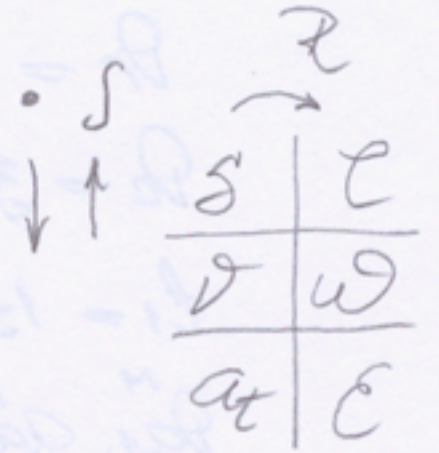
$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

$d\varphi = \omega dt$

$\int_0^t d\varphi = \int_0^t (9 - 2t) dt \Rightarrow \varphi = 9t - t^2$

$s = R \cdot \varphi \Rightarrow \underline{\underline{s = 18t - 2t^2}}$

$v = \dot{s} = 18 - 4t$



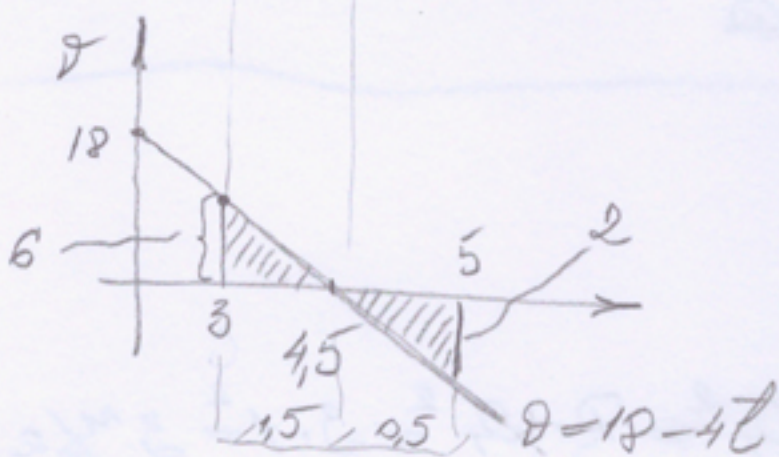
$L_{3-5} = L_{3-4.5} + L_{4.5-5} = |s_{4.5} - s_3| + |s_5 - s_{4.5}|$

$s_3 = 18 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = 36m$

$s_{4.5} = 18 \cdot \frac{9}{2} - 2 \cdot \frac{81}{4} = \frac{81}{2} = 40.5m$

$s_5 = 18 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2 = 40m$

$\underline{\underline{L_{3-5} = |40.5 - 36| + |40 - 40.5| = 4.5 + 0.5 = 5m}}$



упрощена

$\underline{\underline{L_{3-5} = P_{\Delta} + P_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1.5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0.5 = 4.5 + 0.5 = 5}}$

$\omega^* = 0 \Rightarrow 9 - 2t^* = 0 \Rightarrow t^* = \frac{9}{2} s$

$\varphi = 9t - t^2 \Rightarrow \varphi^* = 9 \cdot \frac{9}{2} - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{2} - \frac{81}{4} = \frac{81}{4} rad$

$\underline{\underline{\omega^* = \frac{\varphi^*}{2\pi} = \frac{81/4}{2 \cdot 3.14} = 3.22}}$

$\varepsilon = \dot{\omega} = -2 \Rightarrow \varepsilon_2 = -2$

$\omega_2 = 9 - 2 \cdot 2 = 5 s^{-1}$

$a_t = R \cdot \varepsilon \Rightarrow a_{t2} = R \cdot \varepsilon_2 = -4 m/s^2$

$a_n = R \cdot \omega^2 \Rightarrow a_{n2} = R \cdot \omega_2^2 = 2 \cdot 25 = 50 m/s^2$

$\underline{\underline{a_2 = \sqrt{a_{t2}^2 + a_{n2}^2} = 50.16 m/s^2}}$

$v = 18 - 4t$

за  $t_0 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{v_0 = 18 - 4 \cdot 0 = 18 m/s}}$



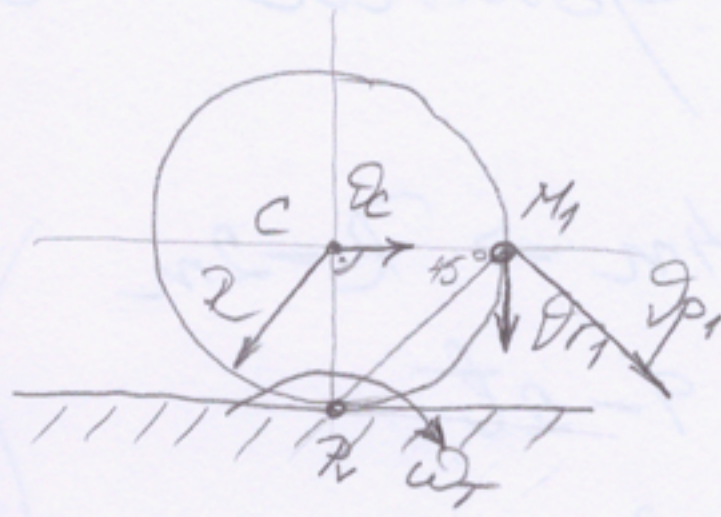
②  $R = 3m$

$v_r = t$  — релативна спз.

$v_c = 3 m/s$  — ово нште брестина спзине татке  $M_1$ !

$t_1 = 1s$

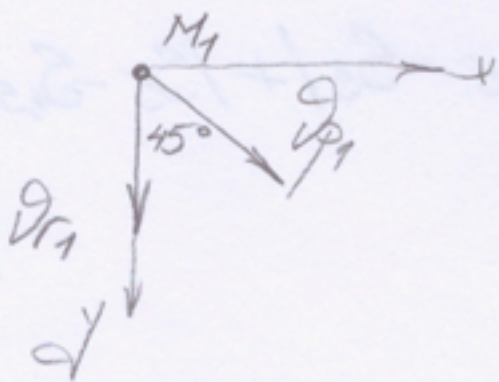
$\vec{v}_{a1}^M, \vec{a}_{a1}^M, t(S_c = 24m), \vec{v}_{B1} = ?$



- релативно кретање — ротација брестина во одбугу
- брестно кретање — равнo кретање татке на одбугу одбуга

$\vec{v}_{p1} \perp \overline{M_1P}$   $\vec{v}_{p1} = \overline{M_1P} \cdot \omega_T = R\sqrt{2} \cdot 1 = 3\sqrt{2} m/s$

$v_c = \overline{CP} \cdot \omega_T = R \cdot \omega_T \Rightarrow \omega_T = \frac{v_c}{R} = \frac{3}{3} = 1 s^{-1}$   $v_r = t \Rightarrow v_{r1} = 1 m/s$



$\vec{v}_{ax1}^M = v_{p1} \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 m/s$

$\vec{v}_{ay1}^M = v_{p1} \cdot \cos 45^\circ + v_{r1} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 4 m/s$

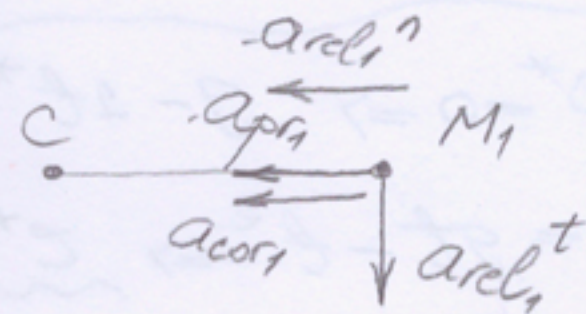
$\vec{v}_{a1}^M = \sqrt{v_{ax1}^2 + v_{ay1}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 m/s$

$v_c = const \Rightarrow a_c = 0$

$v_c = R \cdot \omega_T \Rightarrow \frac{d}{dt} \Rightarrow a_c = R \cdot \epsilon_T \Rightarrow \epsilon_T = \frac{a_c}{R} = 0$

$\vec{a}_{M1}^r = \vec{a}_c + \vec{a}_{M1c}^r + \vec{a}_{M1n}^c \Rightarrow \vec{a}_{M1}^r = \vec{a}_{M1n}^c = \overline{M1C} \cdot \omega_T^2 = R \cdot \omega_T^2 = 3 \cdot 1^2 = 3 m/s^2$   
 брестно  $\circ \circ (\epsilon_T = 0)$  антер је од  $M_1$  ка  $C$

$v_r = t \Rightarrow \begin{cases} a_{rel}^t = v_r = 1 \\ a_{rel}^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{1^2}{3} \Rightarrow a_{rel}^n = \frac{1}{3} \end{cases}$



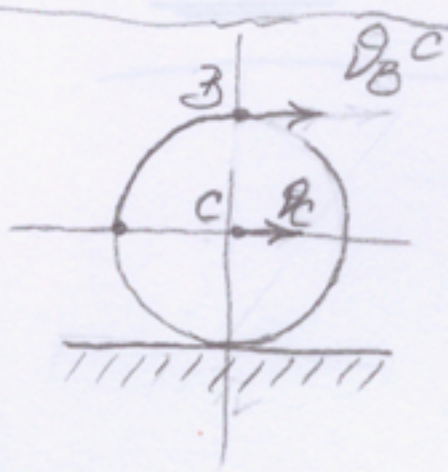
$a_{cor1} = 2 \cdot \omega_{p1} \cdot v_{rel1} \cdot \sin 90^\circ = 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2 m/s^2$

$\vec{a}_{a1}^M = \sqrt{(a_{p1} + a_{cor1} + a_{rel}^n)^2 + a_{rel}^t^2}$

$= \sqrt{(\frac{16}{3})^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{265}{9}} = 5.43 m/s^2$

$v_c = const \Rightarrow S_c = \int v_c dt = v_c \int dt = 3t$

за  $S_c^* = 24m \Rightarrow t^* = \frac{S_c^*}{3} = 8s$



$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_B^c$

$\vec{v}_C = \overline{BC} \cdot \omega_T = R \cdot \omega_T = 3 \cdot 1 = 3 m/s$

$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_B^c$  (без вектора, јер је  $\vec{v}_B \parallel \vec{v}_C \parallel \vec{v}_B^c$ )  
 $= 3 + 3 = 6 m/s$

