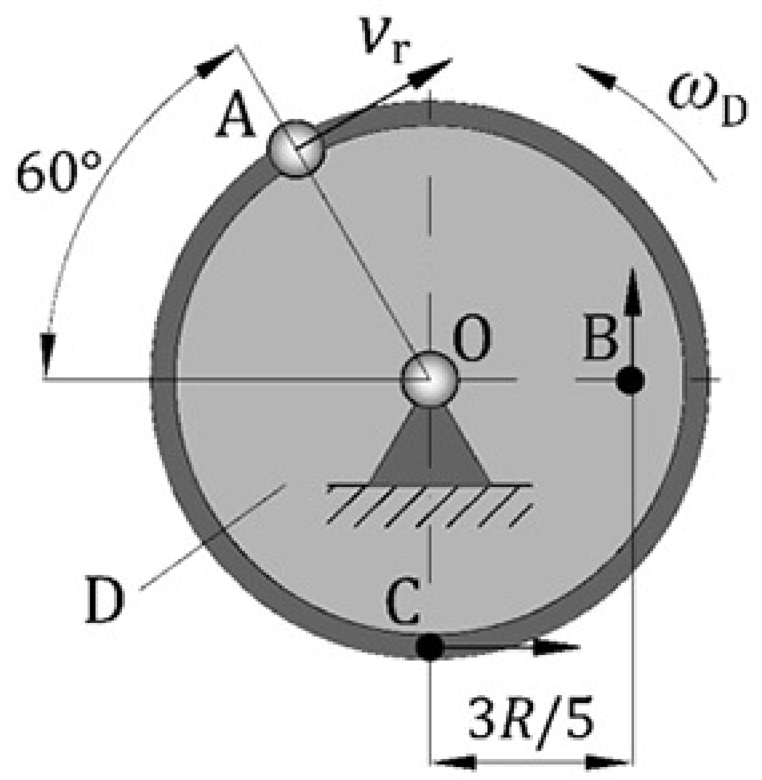
ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Материјална тачка се обрће по кружници полупречника један метар према закону $s = -2t^2 + 7t$. Одредити:

- почетну угаону брзину тачке;
- пут који је тачка прешла у току друге секунде;
- вријеме потребно да тачка направи $49/(16\pi)$ обртаја;
- временски тренутак у коме тачка има убрзање $\sqrt{97}\ \mathrm{m/s^2}$.

2. Диск D, полупречника један метар, обрће се око тачке O константном угаоном брзином $\omega_\mathrm{D} = 5\,\mathrm{s}^{-1}$. Истовремено се по ободу диска креће куглица A тако да јој се интензитет брзине у односу на диск мијења према закону $v_\mathrm{r} = 2t$. Након двије секунде од почетка кретања систем заузима положај приказан на слици.

- Одредити апсолутну брзину куглице у посматраном положају.
- Одредити интензитет апсолутног убрзања куглице у посматраном положају.
- Написати закон кретања диска.
- Примјеном посљедице теореме о брзинама, одредити брзину тачке B на основу брзине тачке C.



Кинематика (задачи)

09.06.2017г.

① $R = 1m$

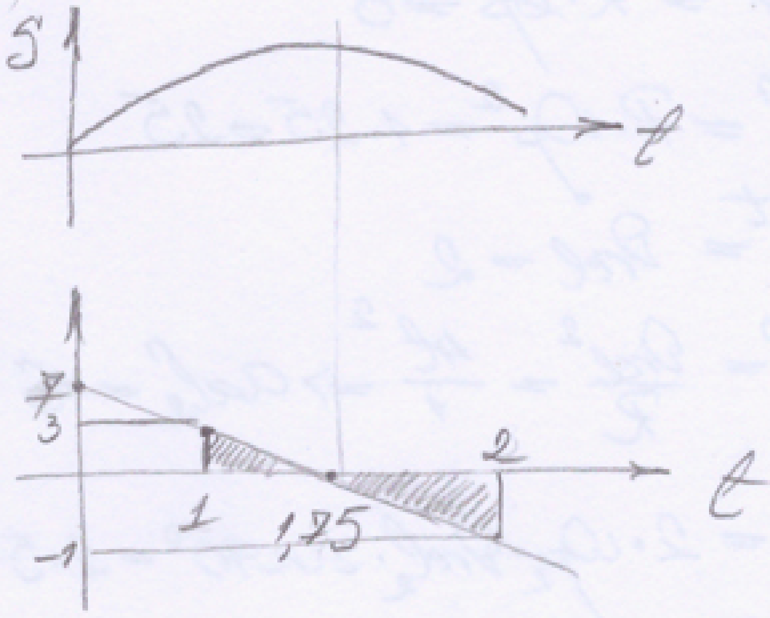
$S = -2t^2 + 7t$

$\omega_0, L_{1\div2}, t^*(N^* = \frac{49}{16\pi}), t(a = \sqrt{97}\, m/s^2) = ?$

$S = R\cdot\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{S}{R}$

$\varphi = -2t^2 + 7t$

$\omega = \dot{\varphi} = -4t + 7$



$t_0 = 0 \rightarrow \underline{\omega_0} = -4\cdot0 + 7 = \underline{7s^{-1}}$

$\vartheta = R\cdot\omega = -4t + 7$

$\boxed{L_{1\div2} = \frac{1}{2}\,0{,}75\cdot3 + \frac{1}{2}\,0{,}25\cdot1 = 1{,}25m}$

$\underline{L_{1\div2}} = L_{1\div1{,}75} + L_{1{,}75\div2} = |S_{1{,}75} - S_1| + |S_2 - S_{1{,}75}|$

$= |6{,}125 - 5| + |6 - 6{,}125| = 1{,}125 + 0{,}125 = \underline{1{,}25m}$

$S_1 = -2\cdot1^2 + 7\cdot1 = 5$

$S_{1{,}75} = -2\cdot1{,}75^2 + 7\cdot1{,}75 = 6{,}125$

$S_2 = -2\cdot2^2 + 7\cdot2 = 6$

$N^* = \frac{\varphi^*}{2\pi} = \frac{-2t^{*2} + 7t^*}{2\pi} \Rightarrow -2t^{*2} + 7t^* = 2\pi N^* \Rightarrow 2t^{*2} - 7t^* + 2\pi N^* = 0$

$\underline{t^*_{1/2}} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4\cdot2\cdot2\pi\cdot\frac{49}{16\pi}}}{4} = \frac{7 \pm 0}{4} = \underline{1{,}75s}$

$a_t = \frac{d\vartheta}{dt} = -4$

$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Rightarrow$

$a_n = \frac{\vartheta^2}{R} = (-4t + 7)^2$

$(-4t + 7)^2 = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Rightarrow -4t + 7 = \sqrt[4]{a^2 - a_t^2} \Rightarrow$

$t = \frac{7 - \sqrt[4]{a^2 - a_t^2}}{4}$

за $a = \sqrt{97} \Rightarrow \underline{t} = \frac{7 - \sqrt[4]{97 - 16}}{4} = \frac{7 - 3}{4} = \underline{1s}$

(2)

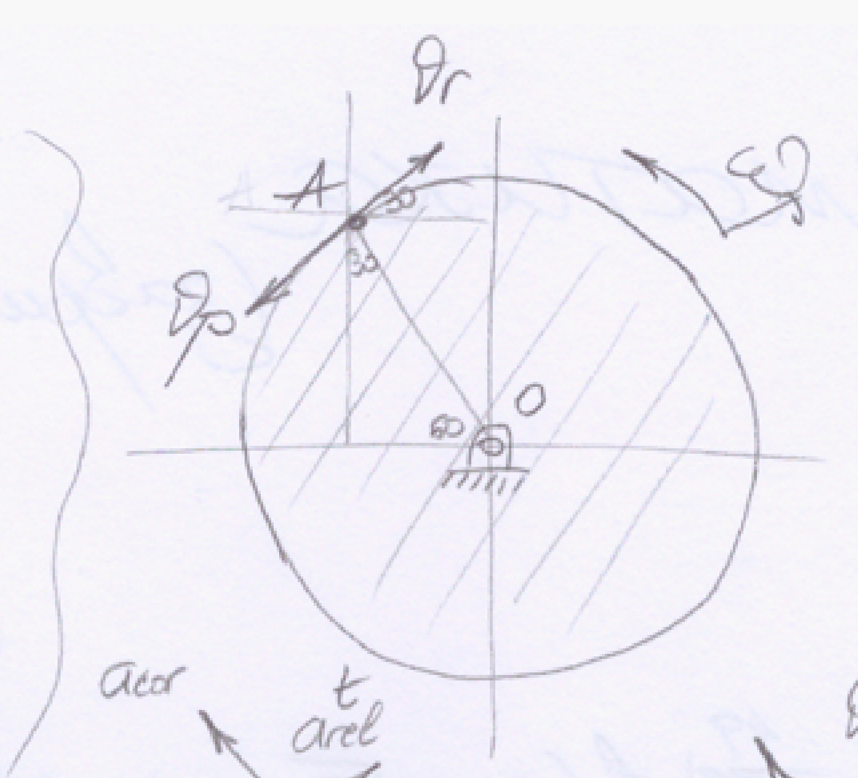
$R = 1m$

$\omega_p = 5s^{-1} = const$

$v_r = 2t$

$t_2 = 2s$

$v_{a_2}, a_{a_2}, \varphi_D, \vec{v}_B = ?$

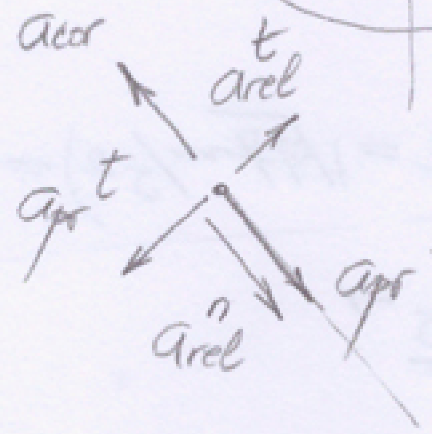


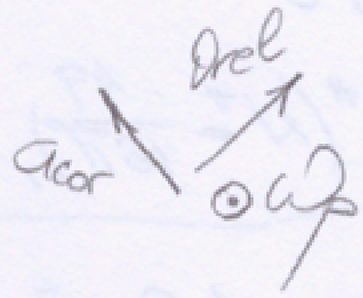
$v_{r_2} = 2 \cdot 2 = 4$

$v_{p_2} = R \cdot \omega_{p_2} = 5$

$\underline{v_{a_2} = 1 \, m/s}$

$(v_{pr} \parallel v_{rel})$





$a_{pr}^t = R \cdot \varepsilon_p = 0 \; (\omega_p = const)$

$a_{pr}^n = R \cdot \omega_p^2 = 1 \cdot 25 = 25$

$a_{rel}^t = \dot{v}_{rel} = 2$

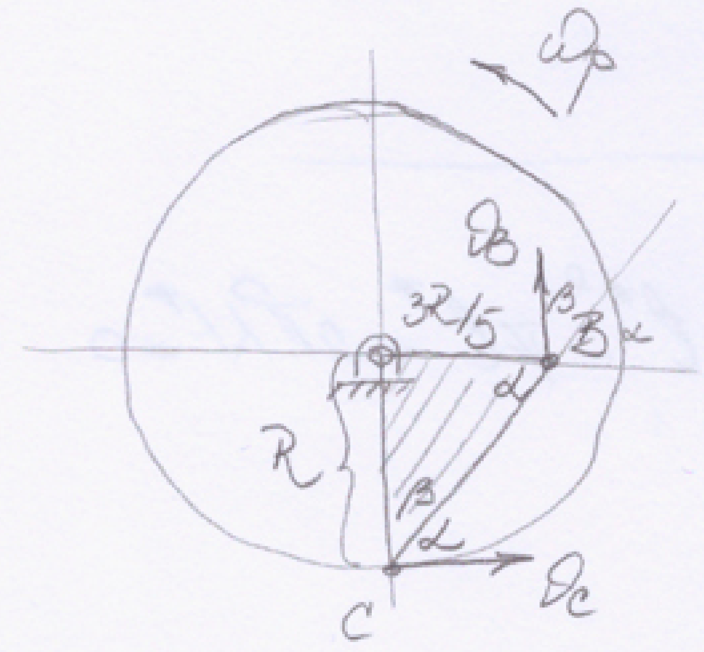
$a_{rel}^n = \frac{v_{rel}^2}{R} = \frac{4t^2}{1} \Rightarrow a_{rel_2}^n = 16$

$a_{cor_2} = 2 \cdot \omega_{p_2} \cdot v_{rel_2} \cdot \sin 90° = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 = 40$

$$a_{a_2} = \sqrt{(a_{pr_2}^n + a_{rel_2}^n - a_{cor_2})^2 + (a_{rel_2}^t - a_{pr_2}^t)^2}$$

$$= \sqrt{(25+16-40)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5} = \underline{\underline{2{,}24}}$$

$$\underline{\underline{\varphi_D}} = \int_0^t \omega_D \, dt = \int_0^t 5 \, dt = \underline{\underline{5t}}$$



$tg\alpha = \frac{R}{3R/5} = 5/3 \Rightarrow \alpha = arctg \frac{5}{3} = \underline{59{,}04°}$

$\beta = 90 - \alpha = 30{,}96°$

$v_C = R \cdot \omega = 5 \, m/s$

$v_C \cos\alpha = v_B \cos\beta$

$= v_B \cos(90 - \alpha)$

$= v_B \sin\alpha \Rightarrow v_C = \frac{v_B \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} = v_B \cdot tg\alpha$

$$\underline{\underline{v_B}} = \frac{v_C \cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{5 \cdot \cos 59{,}04°}{\cos 30{,}96°} = \underline{\underline{3 \, m/s}}$$

$v_C = \frac{5}{3} v_B \Rightarrow \underline{\underline{v_B = \frac{3}{5} v_C}} = \frac{3}{5} \cdot 5 = \underline{\underline{3 \, m/s}}$