

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

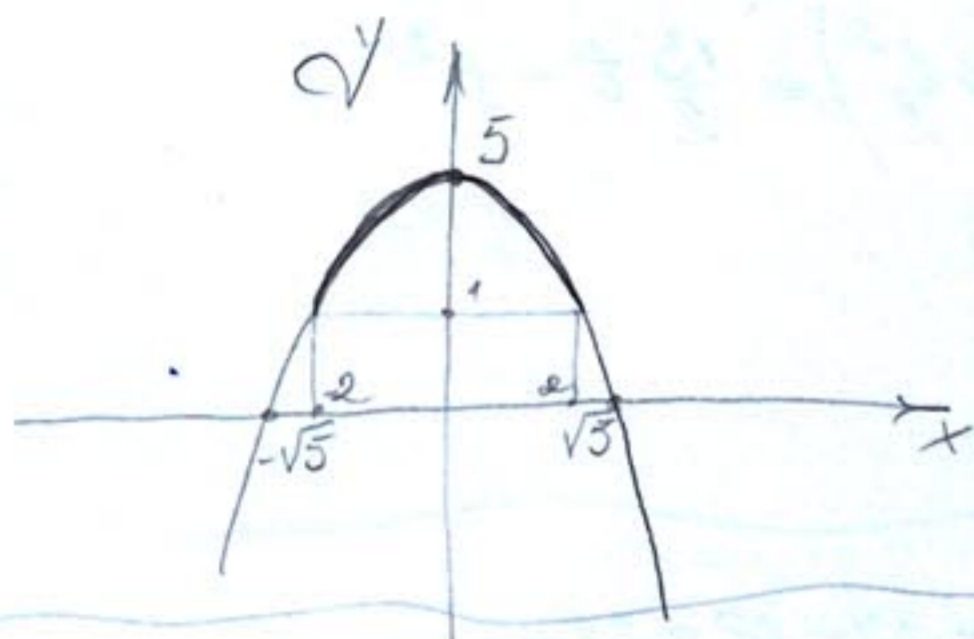
1. Положај тачке мијења се према закону $\vec{r} = 2 \cos t \vec{i} + (4 \sin^2 t + 1) \vec{j}$.
Одредити:
 - линију путање и путању тачке;
 - убрзање тачке након π секунди од почетка кретања;
 - угао између брзине и убрзања у произвољном тренутку;
 - тангенцијално убрзање у тренутку $\pi/3$ s.
2. Брзина материјалне тачке која се креће по кружници полупречника 2 m мијења се према закону $v = 13 - 4t$. Одредити:
 - угаоно убрзање тачке;
 - број обртаја тачке до тренутка заустављања;
 - пут који тачка пређе у четвртој секунди;
 - угао између брзине и убрзања након двије секунде од почетка кретања.

Знайти конюху вугну

Здача 1

$$\textcircled{1} \vec{r} = 2\cos t \vec{i} + (4\sin^2 t + 1) \vec{j}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2\cos t \\ y = 4\sin^2 t + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^2 = 4\cos^2 t \\ y - 1 = 4\sin^2 t \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x^2 + y - 1 = 4 \\ \underline{y = 5 - x^2} \end{array}$$



$$t \in [0, +\infty) \quad \begin{array}{l} x \in [-2, 2] \\ y \in [1, 5] \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dot{x} = -2\sin t \\ \dot{y} = 8\sin t \cos t = 4\sin 2t \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -2\cos t \\ \ddot{y} = 8\cos 2t \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \ddot{r} = 2 \\ \ddot{r} = 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} a_p = \sqrt{4+64} = \sqrt{68} \\ a_p = 8,25 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

$$L = r(\vec{v}, \vec{a})$$

$$\cos L = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{v \cdot a} = \frac{(-2\sin t \vec{i} + 4\sin 2t \vec{j}) \cdot (-2\cos t \vec{i} + 8\cos 2t \vec{j})}{\sqrt{4\sin^2 t + 16\sin^2 2t} \cdot \sqrt{4\cos^2 t + 64\cos^2 2t}} = \frac{2\sin 2t + 16\sin 4t}{\dots}$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{4\sin^2 t + 16\sin^2 2t}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{8\sin t \cos t + 64 \sin 2t \cos 2t}{2\sqrt{4\sin^2 t + 16\sin^2 2t}} = \frac{2\sin 2t + 16\sin 4t}{2\sqrt{\sin^2 t + 4\sin^2 2t}}$$

$$a_{t|_3} = \frac{\sin \frac{2\pi}{3} + 8\sin \frac{4\pi}{3}}{\sqrt{\sin^2 \frac{2\pi}{3} + 4\sin^2 \frac{4\pi}{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 8\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{3}{4} + 4\frac{3}{4}}} = \frac{-7\sqrt{3}}{\sqrt{3+12}} = \frac{-7\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 5}} = \frac{-7}{\sqrt{5}} = -\frac{7\sqrt{5}}{5} = -3,13$$

$$\textcircled{2} \quad R=2\text{m} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vartheta = R \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{\dot{\vartheta}}{R} = \frac{1}{2}(13-4t) \\ \vartheta = 13-4t \end{array} \right.$$

$$\epsilon = \dot{\omega} = \frac{1}{2}(0-4) = -2 \text{ rad/s}^2$$

$$\dot{\vartheta}^* = 0 \Rightarrow 13-4t^* = 0 \Rightarrow t^* = \frac{13}{4} = 3,25\text{s}$$

$$\vartheta = \int_0^t \omega dt = \int_0^t \frac{1}{2}(13-4t) dt = \frac{1}{2} \left(13t - 4 \frac{t^2}{2} \right) = \frac{13}{2}t - t^2$$

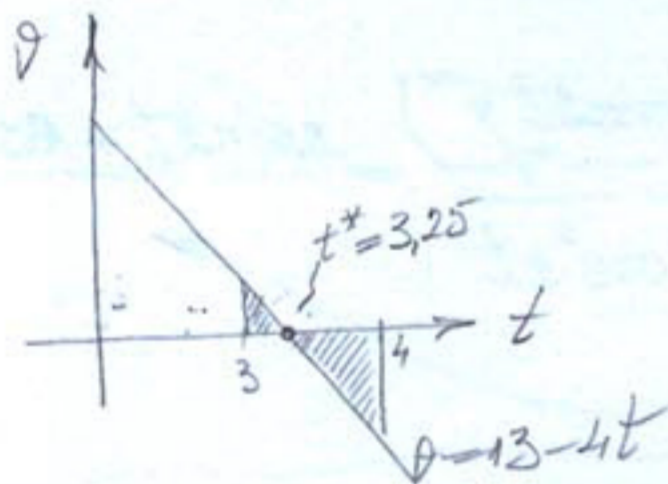
$$\vartheta^* = \frac{13}{2} \cdot \frac{13}{4} - \frac{13^2}{4^2} = \frac{13^2}{4^2} = \frac{169}{16} = 10,56 \text{ rad}$$

$$L^* = \frac{\vartheta^*}{2\pi} = 1,69 \text{ obr}$$

$$\dot{\vartheta}^* = 0 \Rightarrow t^* = 3,25\text{s} !$$

$$S = R\vartheta = 13t - 2t^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} S_3 = 13 \cdot 3 - 2 \cdot 9 = 39 - 18 = 21\text{m} \\ S_{3,25} = 13 \cdot 3,25 - 2 \cdot 3,25^2 = 21,125\text{m} \\ S_4 = 13 \cdot 4 - 2 \cdot 16 = 20\text{m} \end{array} \right.$$

$$S_{3 \div 4} = S_{3-3,25} + S_{3,25-4} = |S_{3,25} - S_3| + |S_4 - S_{3,25}| = |21,125 - 21| + |20 - 21,125| = 0,125 + 1,125 = 1,25\text{m}$$



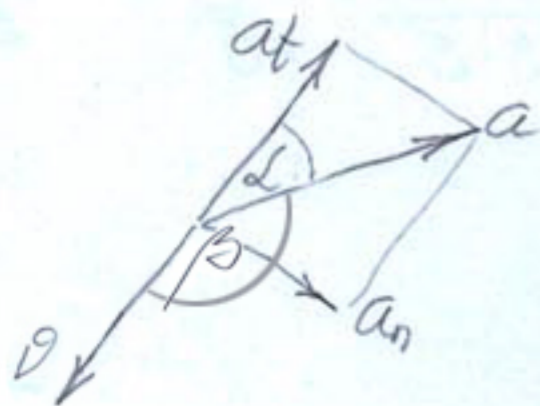
$$a_t = R \cdot \epsilon = -4 \text{ m/s}^2$$

$$a_{t2} = -4$$

$$a_n = R\omega^2 = 2 \cdot \frac{1}{4}(13-4t)^2$$

$$a_{n2} = \frac{1}{2} \cdot 25 = \frac{25}{2}$$

$$\vec{a}_t \parallel \vec{v}$$



$$\cos L = \frac{|a_t|}{a} = \frac{4}{\sqrt{16 + \frac{25^2}{4}}} = \frac{8}{\sqrt{64 + 625}} = \frac{8}{\sqrt{689}} = 0,305$$

$$L = 72,26^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - L = 180^\circ - 72,26^\circ = 107,74^\circ$$