

ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Почевши кретање без почетне брзине из положаја $\vec{r}_0 = -\vec{i} + 2\vec{j}$, тачка се креће тако да јој се убрзање мијења према закону $\vec{a} = -3t\vec{i} + 4t\vec{j}$.
Одредити:
 - линију путање и путању тачке;
 - вектор положаја тачке у тренутку $t_2 = 2 \text{ s}$;
 - интензитет тангенцијалног убрзања тачке у тренутку $t_2 = 2 \text{ s}$;
 - вектор тангенцијалног убрзања.
2. Угаона брзина тачке која се креће по кружници пречника 4 m мијења се према закону $\omega = 2 + 4t - 8t^2 \text{ [s}^{-1}\text{]}$. Одредити:
 - интензитет убрзања тачке у тренутку $t_{0,5} = 0,5 \text{ s}$;
 - угао који тачка опише након двије секунде од почетка кретања;
 - техничку угаону брзину након једне секунде од почетка кретања;
 - максималну брзину тачке.

$$\textcircled{1} \vec{r}_0 = 0\vec{i} + 0\vec{j}$$

$$\vec{r}_0 = -t\vec{i} + 2t\vec{j}$$

$$\vec{a} = -3t\vec{i} + 4t\vec{j}$$

$$\left. \begin{aligned} a_x &= -3t \\ a_x &= \frac{dv_x}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^x dv_x = \int_0^t -3t dt \Rightarrow v_x = -\frac{3}{2}t^2$$

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -\frac{3}{2}t^2 \\ v_x &= \frac{dx}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_1^x dx = -\int_0^t \frac{3}{2}t^2 dt \Rightarrow x = -\frac{t^3}{2} - 1$$

$$\Downarrow \\ t^3 = 2(-x-1)$$

$$\left. \begin{aligned} a_y &= 4t \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^y dv_y = \int_0^t 4t dt \rightarrow v_y = 2t^2$$

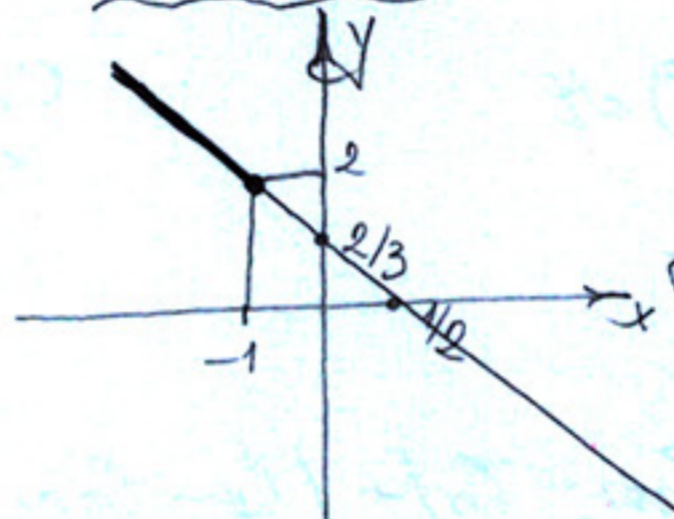
$$\left. \begin{aligned} v_y &= 2t^2 \\ v_y &= \frac{dy}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_2^y dy = \int_0^t 2t^2 dt \rightarrow y = \frac{2}{3}t^3 + 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot 2(-x-1) + 2$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} + \frac{6}{3}$$

$$y = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}x$$

$$t \in [0, +\infty) \quad x \in (-\infty, -1] \\ y \in [2, +\infty)$$



$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -\frac{8}{2} - 1 = -5 \\ y_2 &= \frac{2}{3} \cdot 8 + 2 = \frac{22}{3} \end{aligned} \right\} \vec{r}_2 = -5\vec{i} + \frac{22}{3}\vec{j}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{9}{4}t^4 + 4t^4} = t^2 \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}} = \frac{5}{2}t^2$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{5}{2} \cdot 2t = 5t \quad \boxed{a_{t_2} = 10 \text{ m/s}^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{9t^2 + 16t^2} = 5t \quad a_2 = 10 \text{ m/s}^2 \quad \left. \begin{aligned} a_t &= a \rightarrow a_n = 0 \\ \text{Путь} & \text{есть пара} \\ \text{мгнов} & \end{aligned} \right\}$$

регулярные берем направление на путь:

$$\vec{e}_t = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{-\frac{3}{2}t^2\vec{i} + 2t^2\vec{j}}{\frac{5}{2}t^2} = -\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{a}_t = a_t \vec{e}_t = -\frac{3}{5}5t\vec{i} + \frac{4}{5}5t\vec{j} = -3t\vec{i} + 4t\vec{j} = \vec{a}}$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{aligned} R &= 4/2 = 2 \text{ m} \\ \omega &= 2 + 4t - 8t^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \epsilon &= \dot{\omega} = 4 - 16t; \quad \epsilon_{0,5} = 4 - 16 \cdot \frac{1}{2} = -4 \text{ s}^{-2} \\ \omega_{0,5} &= 2 + 4 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot \frac{1}{4} \\ &= 2 + 2 - 2 = 2 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{t_{0,5}} &= R \epsilon_{0,5} = -2 \cdot 4 = -8 \text{ m/s}^2 \\ a_{r_{0,5}} &= R \omega_{0,5}^2 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} \rightarrow \underline{a_{0,5}} = 8\sqrt{2} = \underline{11,31 \text{ m/s}^2}$$

$$\omega^* = 0 \Rightarrow 2 + 4t^* - 8t^{*2} = 0 \quad | :(-2) \quad t^{*2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{20}}{8} \\ \frac{2 + \sqrt{20}}{8} = \underline{0,815} \end{cases}$$

✓ Обом інтервалах швидкість руху є протилежною

$$\varphi = \int_0^t \omega dt = \int_0^t (2 + 4t - 8t^2) dt = 2t + 2t^2 - \frac{8}{3}t^3$$

$$\underline{\varphi_{0,2}} = \varphi_{0,931} + \varphi_{0,931-2} = |\varphi_{0,931} - \varphi_0| + |\varphi_2 - \varphi_{0,931}| = |1,52 - 0| + |-9,33 - 1,52| = \underline{12,37 \text{ rad}}$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$\varphi_{0,931} = 1,52 \text{ rad}$$

$$\varphi_2 = -9,33 \text{ rad}$$

$$\omega_1 = 2 + 4 - 8 = -2 \text{ s}^{-1}$$

$$1 \text{ min} = 1 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi}{30} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$n_1 = -2 \cdot \frac{30}{\pi} \frac{\text{min}}{\text{min}} = -\frac{60}{\pi} \frac{\text{min}}{\text{min}}$$

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{30}{\pi} \frac{\text{min}}{\text{min}}$$

$$= \underline{-19,1 \frac{\text{min}}{\text{min}}}$$

Екстремна зручності φ є наразі се φ швидкості φ коштує
тільки због φ зростає швидко

$$\epsilon = 0 \Rightarrow 4 - 16t^* = 0 \Rightarrow t^* = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$\omega_{\max} = 2 + 4 \cdot \frac{1}{4} - 8 \cdot \frac{1}{16} = 2 + 1 - \frac{1}{2} = 2,5 \text{ s}^{-1} \rightarrow v_{\max} = R \omega_{\max} = 5 \text{ m/s}$$

$$v = R \omega = 4 + 8t - 16t^2$$

