ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Вектор брзине тачке, која је кретање започела из положаја $\mathrm{M}_0(0;1)$, мијења се према закону $\vec{v} = (2-t)\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$.

- Одредити угао између вектора положаја и вектора убрзања у тренутку $t_1 = 1$ s.
- Скицирати график $a(t)$.
- Одредити интензитет нормалног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1$ s.
- Одредити линију путање.

2. Нормално убрзање тачке која се креће по кружници полупречника 0,5 m мијења се према закону $a_\mathrm{n} = 2(4t^2 - 4t + 1)\left[\mathrm{m/s^2}\right]$, гдје је t вријеме у секундама. Одредити:

- интензитет убрзања тачке у тренутку $t_3 = 3$ s;
- угаоно убрзање тачке у произвољном временском тренутку;
- положај тачке у тренутку $t_3 = 3$ s;
- пут који тачка пређе до заустављања.

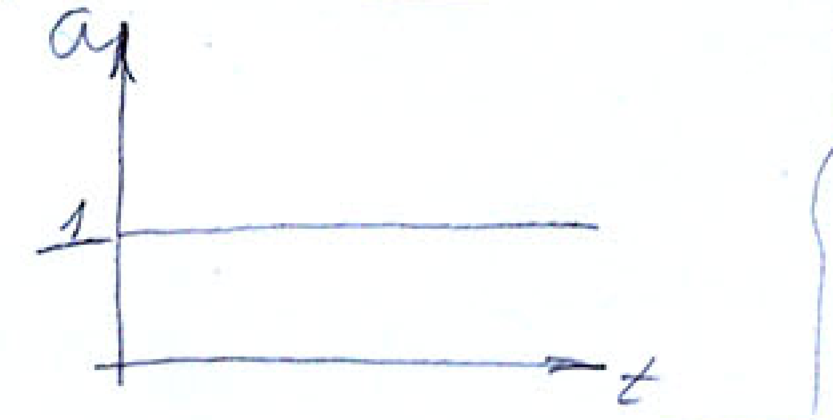
① $M_0(0;1)$ $\quad \vec{\vartheta}=(2-t)\vec{i}+3\vec{j}$

$$\begin{cases}\vartheta_x=2-t\\ \vartheta_y=3\end{cases}\quad \begin{cases}\int_0^x dx=\int_0^t(2-t)dt\\ \int_1^y dy=\int_0^t 3dt\end{cases}\quad \boxed{\begin{cases}x=2t-\frac{t^2}{2}\\ y=3t+1\end{cases}}\quad \begin{matrix}x_1=2-\frac{1}{2}=3/2\\ y_1=4\end{matrix}$$

$$\begin{cases}a_x=\dot{\vartheta}_x=-1\\ a_y=\dot{\vartheta}_y=0\end{cases}\quad a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=1=const$$

$$\cos\sphericalangle(\vec{r_1},\vec{a_1})=\frac{\vec{r_1}\cdot\vec{a_1}}{r_1\cdot a_1}=\frac{(\frac{3}{2}\vec{i}+4\vec{j})\cdot(-\vec{i})}{\sqrt{\frac{9}{4}+16}\cdot 1}=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{73}}{2}}=-\frac{3}{\sqrt{73}}=-0{,}35$$

$$\sphericalangle(\vec{r_1},\vec{a_1})=\arccos(-0{,}35)=\underline{\underline{110{,}56^\circ}}$$



$$\vartheta=\sqrt{(2-t)^2+9}$$

$$a_t=\frac{d\vartheta}{dt}=\frac{2(2-t)\cdot(-1)}{2\sqrt{(2-t)^2+9}},\quad a_{t1}=\frac{-1}{\sqrt{1+9}}=\frac{-1}{\sqrt{10}}$$

$$a^2=a_t^2+a_n^2\rightarrow a_{n1}=\sqrt{a_1^2-a_{t1}^2}=\sqrt{1-\frac{1}{10}}=\sqrt{\frac{9}{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}=0{,}95\ m/s^2$$

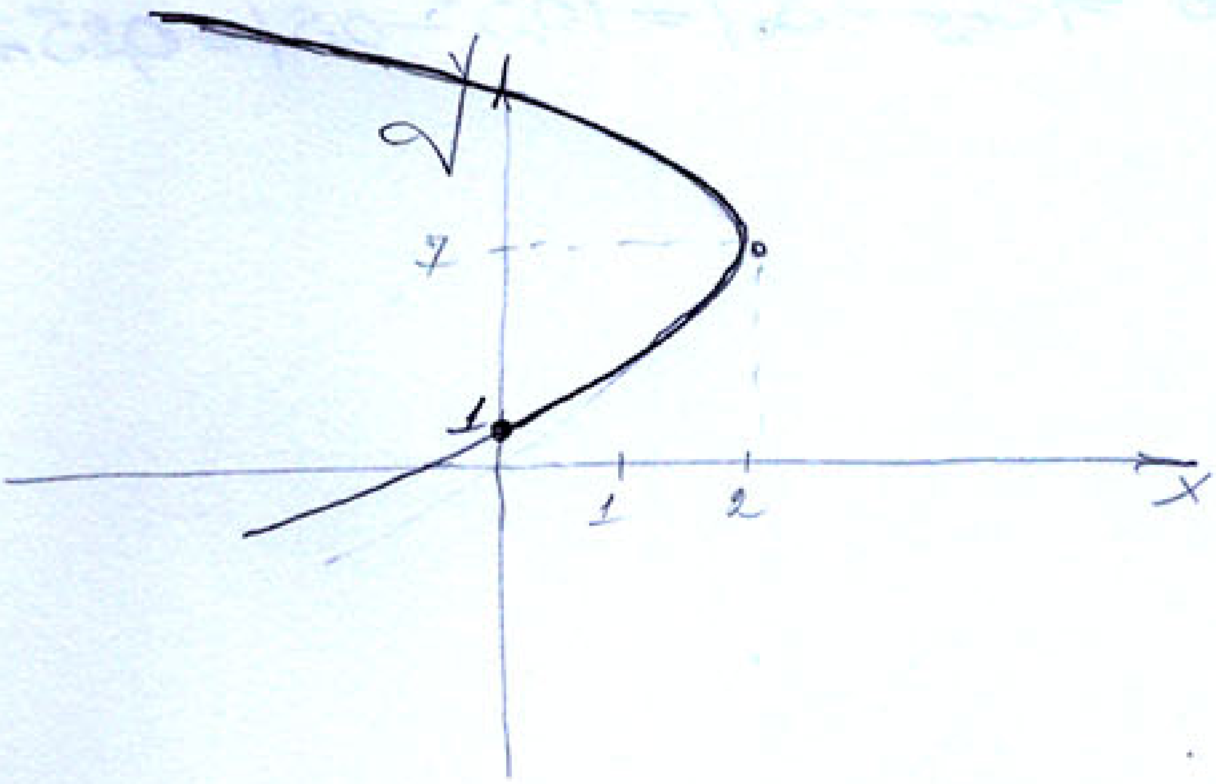
$$y=3t+1\Rightarrow t=\frac{y-1}{3}$$

$$x=2t-\frac{t^2}{2}=2\frac{y-1}{3}-\frac{1}{2}\frac{(y-1)^2}{9}=\frac{2}{3}y-\frac{2}{3}-\frac{1}{18}(y^2-2y+1)$$

$$x=\frac{2}{3}y-\frac{2}{3}-\frac{1}{18}y^2+\frac{1}{9}y-\frac{1}{18}$$

$$x=-\frac{1}{18}y^2+\frac{7}{9}y-\frac{13}{18}$$

$T\left(-\frac{D}{4a},-\frac{b}{2a}\right)$ – теме параболе са отвором налево/десно



$$-\frac{7/9}{-1/9}=7$$

$$-\frac{\frac{49}{81}-\frac{4\cdot 13}{18^2}}{-\frac{4}{18}}=2$$

$t\in[0,+\infty)$

$y\in[1,+\infty)$

$x\in(-\infty,2]$

2) $R=0{,}5m$ $\quad a_n=2(4t^2-4t+1)$

$4t^2-4t+1=4(t-t_1)(t-t_2)=4(t-\frac{1}{2})(t-\frac{1}{2})=2(t-\frac{1}{2})2(t-\frac{1}{2})$

$=(2t-1)(2t-1)=(2t-1)^2$

$t_{1/2}=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{8}=\frac{1}{2}$

$a_n=2(2t-1)^2$

$a_n=\frac{\vartheta^2}{R}$

$\underbrace{\vartheta^2=2R(2t-1)^2=(2t-1)^2}$

$\vartheta=2t-1$

$a_t=\dot{\vartheta}=2;\ a_{t_3}=2\ m/s^2$

$a_{n_3}=2(4\cdot9-12+1)=50\ m/s^2$

$a_3=\sqrt{2^2+50^2}=50{,}04\ m/s^2$

$a_t=R\varepsilon$

$a_t=3$

$\varepsilon=3/R=6\,s^{-2}$

$\omega=\vartheta/R=2\vartheta=4t-2$

$\varphi=\int_0^t\omega dt=\int_0^t(4t-2)dt=2t^2-2t$

$\varphi_3=2\cdot9-6=12\ rad$

$\vartheta^*=0\Rightarrow 2t^*-1=0\Rightarrow t^*=1/2=0{,}5s$

$s=R\cdot\varphi=0{,}5(2t^2-2t)=t^2-t$

$s^*=|S_{0,5}-S_0|=|0{,}5^2-0{,}5|=0{,}25m$