

ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Положај материјалне тачке мијења се према закону:

$$\vec{r} = \sin(2t)\vec{i} - [\cos^2(2t) + 1]\vec{j}$$

Одредити:

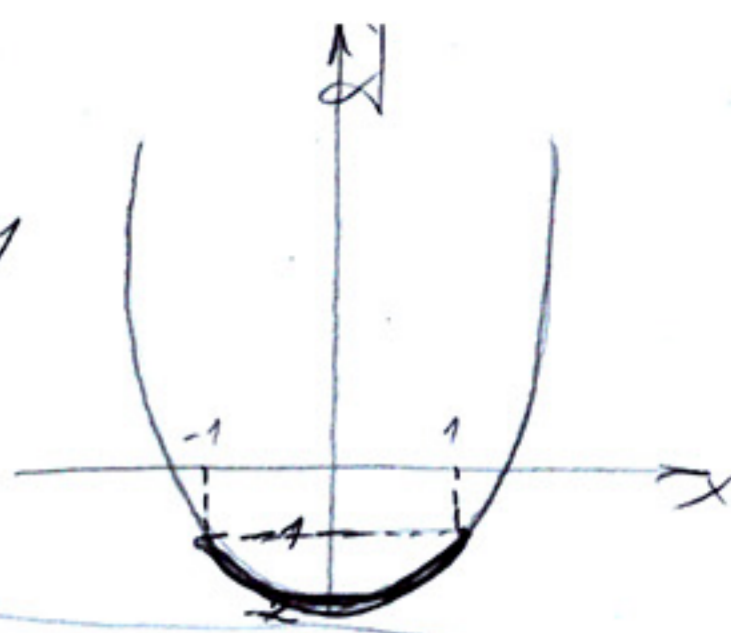
- линију путање и путању (нацртати је);
- угао између вектора положаја и вектора брзине у тренутку $t_1 = 1$ s;
- полупречник кривине путање у том тренутку;
- пут који је тачка прешла у четвртој секунди.

2. Закон промјене положаја материјалне тачке, која се креће по кружници пречника 4 m, гласи $\varphi = 3t + 2 - 4t^3$. Одредити:

- вријеме након кога ће се тачка зауставити;
- интензитет убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1$ s;
- угао који заклапа вектор убрзања са правцем нормале на путању у тренутку $t_1 = 1$ s;
- број обртаја који тачка направи у првој секунди кретања.

$$\textcircled{1} \quad \vec{r} = \sin(2t)\vec{i} - [\cos^2(2t) + 1]\vec{j}$$

$$\begin{cases} x = \sin(2t) \\ y = -\cos^2(2t) - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \sin^2(2t) \\ -y - 1 = \cos^2(2t) \end{cases} \quad \textcircled{+} \quad \begin{cases} x^2 - y - 1 = 1 \\ y = x^2 - 2 \end{cases}$$



$$\vec{r}_1 = \sin(2 \text{ rad})\vec{i} - [\cos^2(2 \text{ rad}) + 1]\vec{j} = 0,91\vec{i} - 1,17\vec{j} \quad r = 1,48$$

$$\dot{r}_x = \dot{x} = 2\cos(2t)$$

$$\dot{r}_y = +2\cos(2t)\sin(2t) \cdot 2 = 2\sin(4t) \quad \begin{cases} \dot{r}_{x1} = -0,83 \\ \dot{r}_{y1} = -1,51 \end{cases} \quad \dot{r}_1 = 1,73$$

$$\alpha = \angle(\vec{r}, \dot{\vec{r}})$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{r}_1 \cdot \dot{\vec{r}}_1}{r_1 \dot{r}_1} = \frac{(0,91\vec{i} - 1,17\vec{j}) \cdot (-0,83\vec{i} - 1,51\vec{j})}{1,48 \cdot 1,73} = 0,395 \Rightarrow \alpha = 66,73^\circ$$

$$v = \sqrt{4\cos^2(2t) + 4\sin^2(4t)}$$

$$a_t = \dot{v} = \frac{-8\cos(2t)\sin(2t) \cdot 2 + 8\sin(4t)\cos(4t) \cdot 4}{2\sqrt{\dots}} \Rightarrow a_{t1} = 8,33 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = -4\sin(2t) \\ a_y = \dot{v}_y = 8\cos(4t) \end{cases} \Rightarrow a_1 = \sqrt{16\sin^2 2 + 64\cos^2 4} = 6,37 \text{ m/s}^2$$

$$a_{n1} = \sqrt{a_1^2 - a_{t1}^2} = 0,71 \text{ m/s}^2 \quad \underline{\underline{R_{k1}}} = \frac{v_1^2}{a_{n1}} = \underline{\underline{4,21 \text{ m}}}$$

$$S_{3-4} = \pm \int_3^4 \sqrt{4\cos^2(2t) + 4\sin^2(4t)} dt$$

$$\textcircled{2} \quad 2R = 4\text{m} \Rightarrow R = 2\text{m} \quad c = 3t + 2 - 4t^3$$

$$\begin{cases} \omega = \dot{c} = 3 - 12t^2 \\ \omega^* = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{t^* = 1/2}}$$

$$E = \dot{\omega} = -24t$$

$$a_t = RE = -48t$$

$$a_n = R\omega^2 = 2(3 - 12t^2)^2 \quad \begin{cases} a_{t1} = -48 \\ a_{n1} = 162 \end{cases} \quad a_1 = \underline{\underline{168,96 \text{ m/s}^2}}$$

$$\alpha = \angle(\vec{a}, \vec{e}_n)$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}_n}{a \cdot 1} = \frac{(-48\vec{e}_t + 162\vec{e}_n) \cdot \vec{e}_n}{168,96 \cdot 1} = 0,96 \Rightarrow \alpha = \underline{\underline{16,5^\circ}}$$

$$c_{0 \rightarrow 1} = c_{0 \rightarrow t^*} + c_{t^* \rightarrow 1} = |c^* - c_0| + |c_1 - c^*| = |3 - 2| + |1 - 3| = 1 + 2 = 3 \text{ rad}$$

$$c_0 = 2$$

$$c^* = 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 - 4 \cdot \frac{1}{8} = 3$$

$$H_{0 \rightarrow 1} = \frac{c_{0 \rightarrow 1}}{2\pi} = \frac{3}{2\pi} = \underline{\underline{0,477}}$$

$$c_1 = 3 + 2 - 4 = 1$$