

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Брзина материјалне тачке, која је кретање започела из положаја $M_0(2; 1)$, мијења се према закону:

$$\vec{v} = 3t\vec{i} - 4t\vec{j}$$

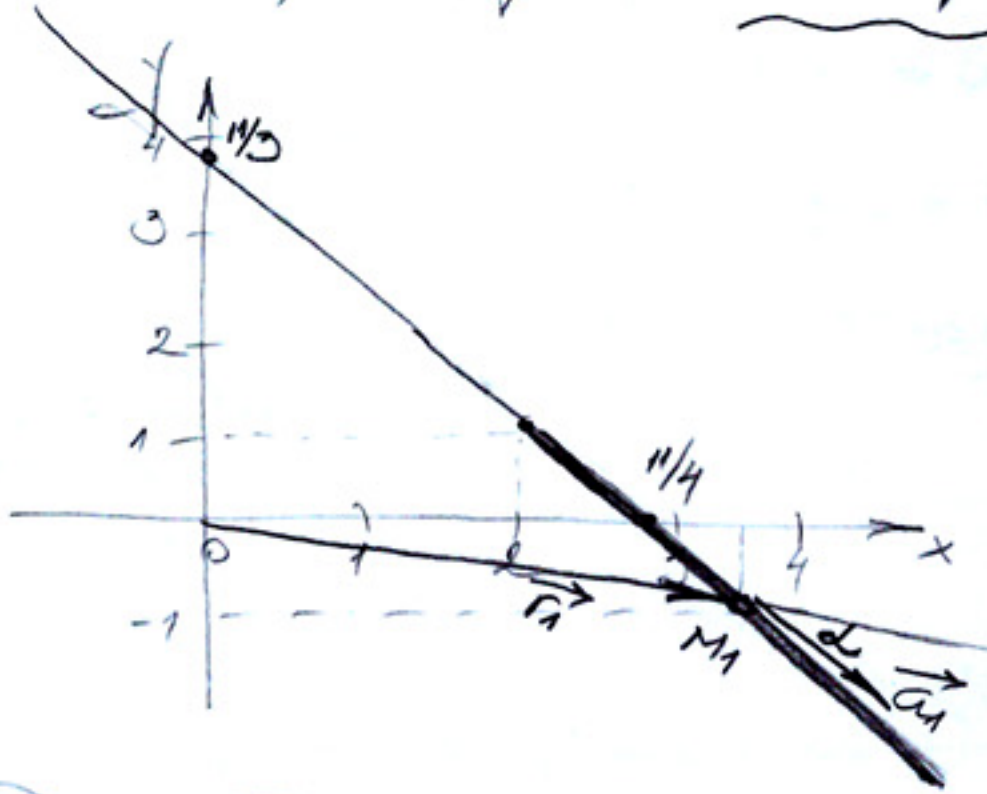
Одредити:

- линију путање (нацртати је);
 - угао између вектора положаја и вектора убрзања у тренутку $t_1 = 1$ s;
 - полупречник кривине путање у том тренутку;
 - пут који је тачка прешла у четвртој секунди.
2. Закон промјене положаја материјалне тачке, која се креће по кружници пречника 4 m, гласи $s = 2 + 3t - 4t^3$. Одредити:
- угаону брзину тачке у тренутку $t_1 = 1$ s;
 - интензитет убрзања тачке у том тренутку;
 - угао који заклапа вектор убрзања са тангенцијалним правцем у том тренутку;
 - број обртаја који тачка направи до тренутка заустављања.

① $\vec{v} = 3t\vec{i} - 4t\vec{j}$ $M_0(2, 1)$

$\left. \begin{aligned} v_x = 3t \\ v_x = dx/dt \end{aligned} \right\} \rightarrow \int dx = \int 3t dt \rightarrow x = 2 + \frac{3}{2}t^2 \rightarrow x = 2 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{1-y}{2}}$
 $\left. \begin{aligned} v_y = -4t \\ v_y = dy/dt \end{aligned} \right\} \rightarrow \int dy = \int -4t dt \rightarrow y = 1 - 2t^2 \rightarrow t^2 = \frac{1-y}{2}$

$x = 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}y \Rightarrow x = \frac{11}{4} - \frac{3}{4}y$ $3^2 - y = 0 \Rightarrow x = 11/4$
 $3^2 x = 0 \Rightarrow y = 11/3$



$t \in [0, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} x \in [2, +\infty) \\ y \in (-\infty, 1] \end{cases}$

$\vec{a} = \vec{v}' = 3\vec{i} - 4\vec{j}$
 $\vec{a}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j} \rightarrow a_1 = 5$
 $\vec{r}_1 = (2 + 3/2)\vec{i} + (1 - 2)\vec{j} = \frac{7}{2}\vec{i} - \vec{j}$
 $r_1 = \sqrt{\frac{49}{4} + 1} = \frac{\sqrt{53}}{2}$

$L = \angle(\vec{r}_1, \vec{a}_1) \quad \cos L = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{a}_1}{r_1 a_1} = \frac{(\frac{7}{2}\vec{i} - \vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 4\vec{j})}{\frac{\sqrt{53}}{2} \cdot 5} = \frac{14,5 \cdot 2}{5\sqrt{53}} = 0,7994 \Rightarrow L = 37,18^\circ$

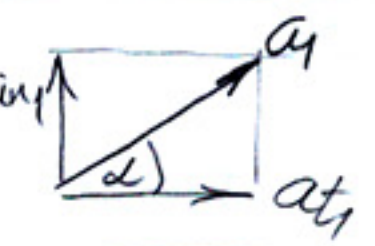
$v = \sqrt{9t^2 + 16t^2} = 5t$
 $a_n = \sqrt{a_1^2 - a_t^2} = 0$
 $a_t = \dot{v} = 5 \quad a_{t1} = 5 \text{ m/s}^2$
 $a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(5 \cdot 1)^2}{0} = \infty$
} Π حرکت
 بڑھتا ہے
 مینو، وہاں
 $R = \infty$

حرکت: ρ یوں ہے، یا تاکہ نہ میرا سفر ہے
 $S_0 = 4 - \int_0^4 v dt = \int_0^4 5t dt = \frac{5}{2}t^2 \Big|_0^4 = \frac{5}{2}(16 - 0) = \frac{5}{2} \cdot 16 = 40 = 17,5 \text{ m}$

② $R = 4 \text{ m} \Rightarrow r = 2 - 2 \text{ m} \quad s = 2 + 3t - 4t^3$

$\left. \begin{aligned} v = \dot{s} = 3 - 12t^2 \\ v = R\omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = \frac{3 - 12t^2}{2} \Rightarrow \omega_1 = \frac{3 - 12}{2} = -4,5 \text{ rad/s}$

$\epsilon = \dot{\omega} = \frac{-24t}{2} = -12t \Rightarrow \epsilon_1 = -12 \text{ s}^{-2}$
 $a_{t1} = R\epsilon_1 = 2 \cdot (-12) = -24 \text{ m/s}^2$
 $a_{n1} = R\omega_1^2 = 2 \cdot (-4,5)^2 = 40,5 \text{ m/s}^2$
 $a_1 = 47,08 \text{ m/s}^2$



$\cos \alpha = \frac{a_{t1}}{a_1} = \frac{24}{47,08} \Rightarrow \alpha = 59,35^\circ$

$\left. \begin{aligned} \omega^* = 0 \\ \omega = \frac{3 - 12t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t^* = \frac{1}{2}$

$s_{1/2} = 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{8} = 2 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 3 \text{ m}$
 $s_0 = 2 + 3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 = 2 \text{ m}$
 $s^* = |s_{1/2} - s_0| = 1 \text{ m}$
 $\theta^* = \frac{s^*}{R} = \frac{1}{2} \text{ rad}$
 $N^* = \frac{\theta^*}{2\pi} = \frac{1}{4\pi} = 0,08$