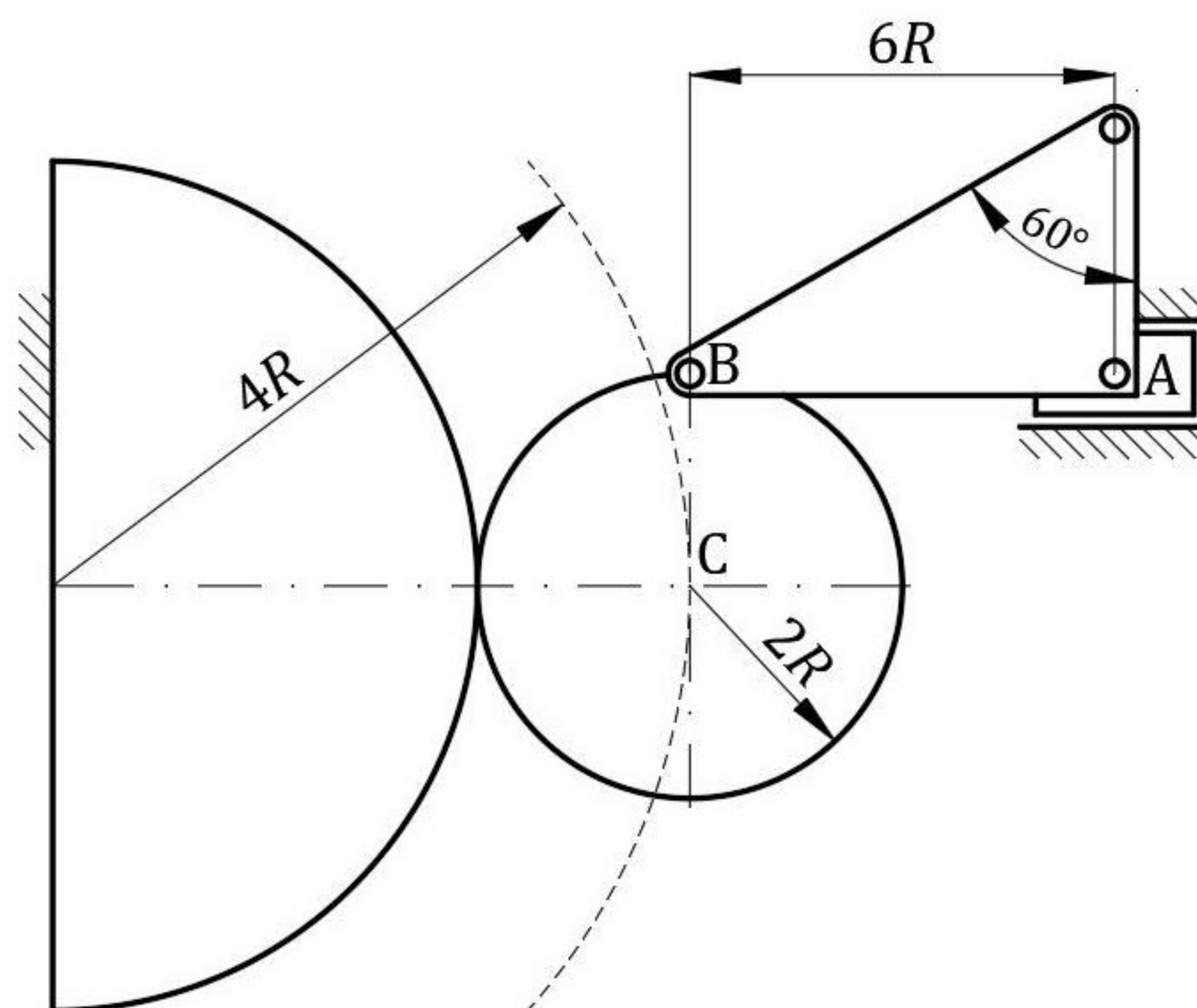
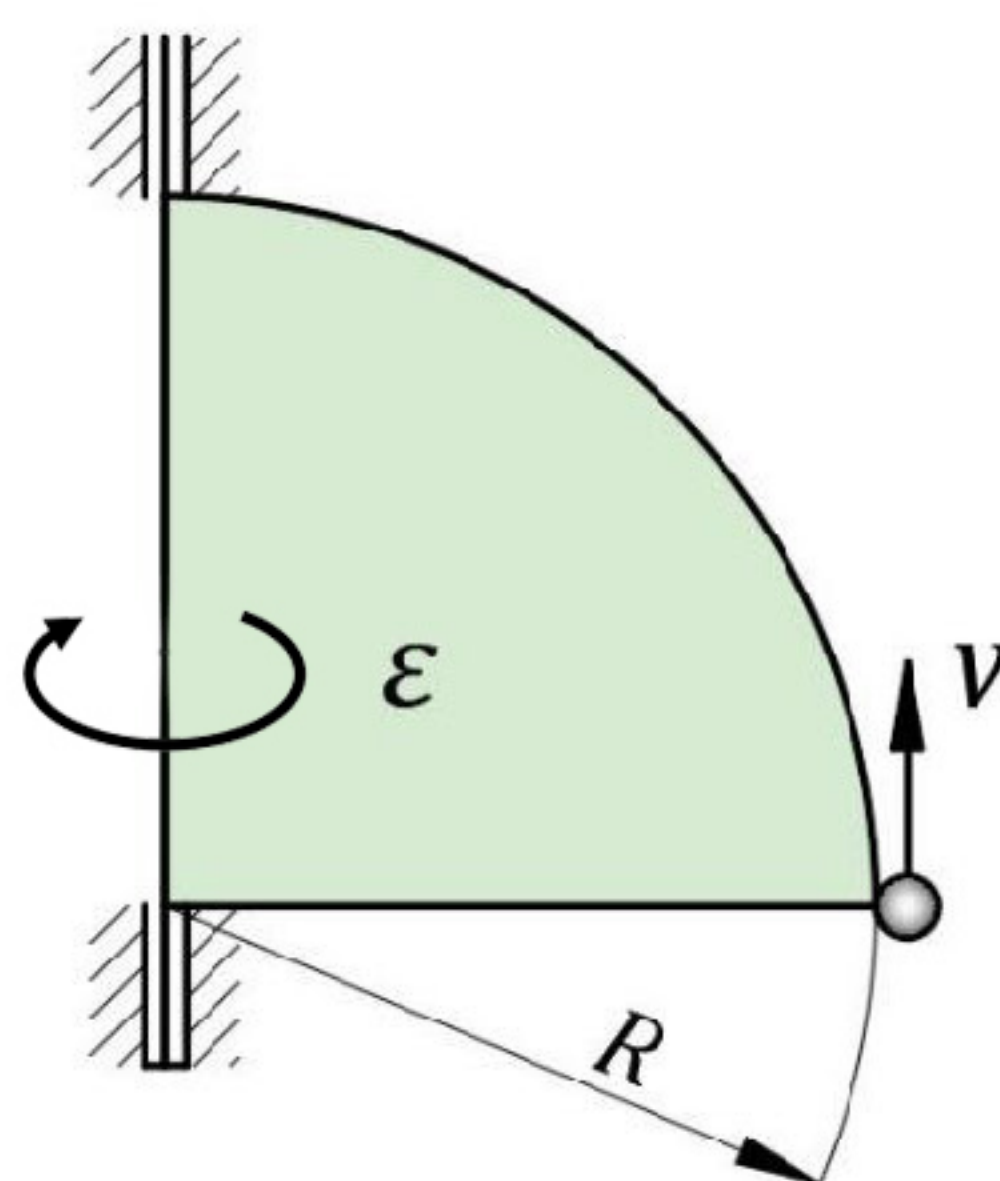


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. У положају система приказаном на слици средиште диска, који може да се котрља без клизања по непомичној полукружној вези, има брзину од 2 m/s (навише) и извод интензитета брзине по времену од 1 m/s^2 (навише). Узимајући да је $R = 0,5 \text{ m}$, за приказани положај одредити:
- брзину клизача А и
 - убрзање зглоба В.



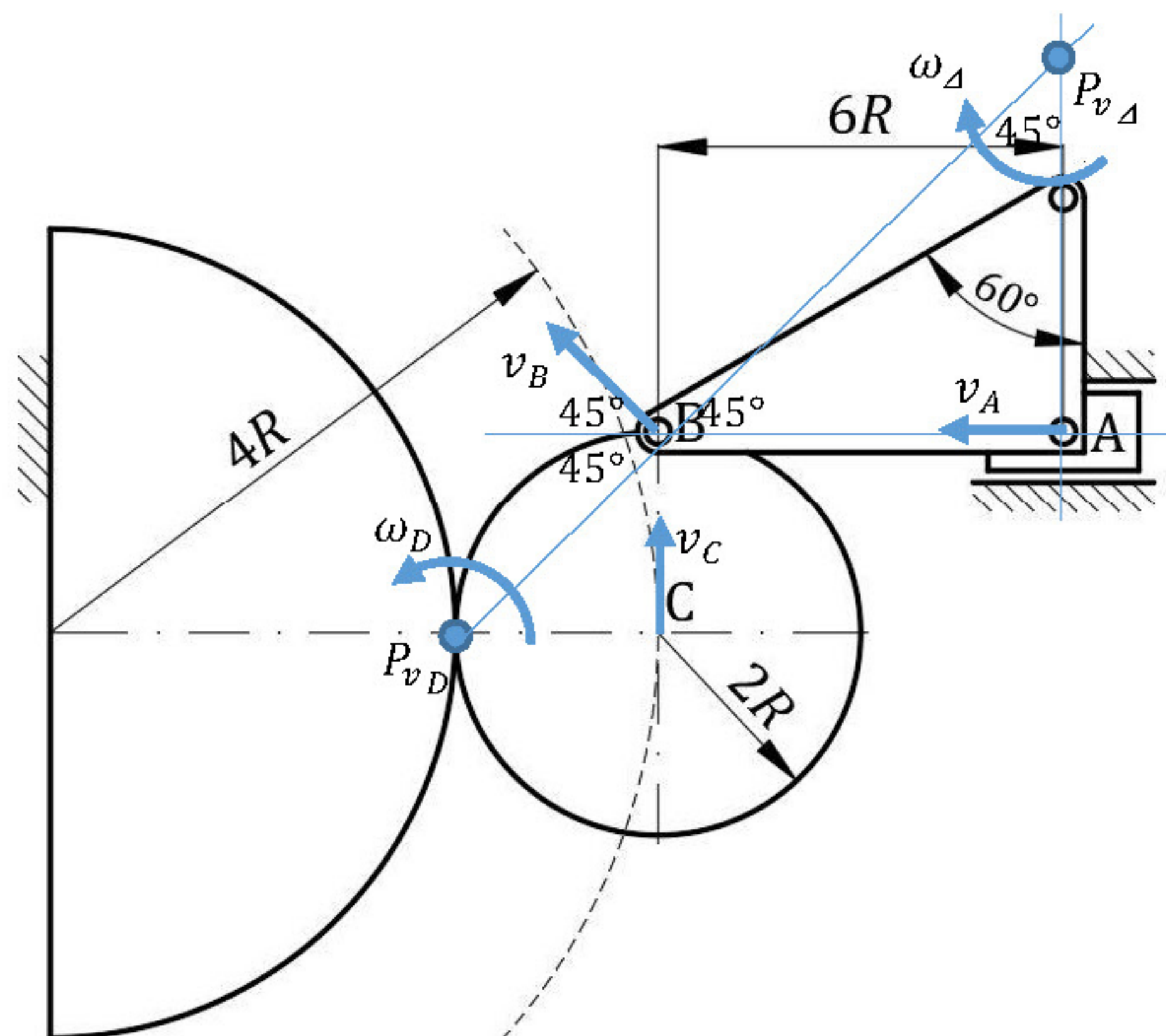
2. Плоча полупречника $R = 0,5 \text{ m}$ почиње кретање око вертикалне осе из положаја приказаног на слици угаоном брзином од 1 s^{-1} у смјеру угаоног убрзања које се мијења према закону $\varepsilon = 2t$. По ободу плоче креће се тачка брзином која се мијења према закону $v = \pi t/3$ у односу на плочу, почевши кретање из приказаног положаја. Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања тачке у тренутку $t_1 = 1 \text{ s}$.



ПРВИ ЗАДАТАК

$$v_C = 2 \text{ m/s}, \quad a_{Ct} = 1 \text{ m/s}^2, \quad R = 0,5 \text{ m}$$

брзина клизача A



I НАЧИН

Диск

$$\overline{BP_{vD}}^2 = \overline{CP_{vD}}^2 + \overline{CB}^2 = (2R)^2 + (2R)^2 = 2 \cdot (2R)^2$$

$$\overline{BP_{vD}} = \sqrt{2 \cdot (2R)^2} = 2R\sqrt{2}$$

$$v_C = \overline{CP_{vD}} \omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{v_C}{\overline{CP_{vD}}} = \frac{v_C}{2R} = \frac{2}{1} = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$v_B = \overline{BP_{vD}} \omega_D = 2R\sqrt{2} \omega_D = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Троугао

$$\overline{AP_{v\Delta}} = \overline{AB} = 6R$$

$$\overline{BP_{v\Delta}} = \sqrt{\overline{AP_{v\Delta}}^2 + \overline{AB}^2} = 6R\sqrt{2}$$

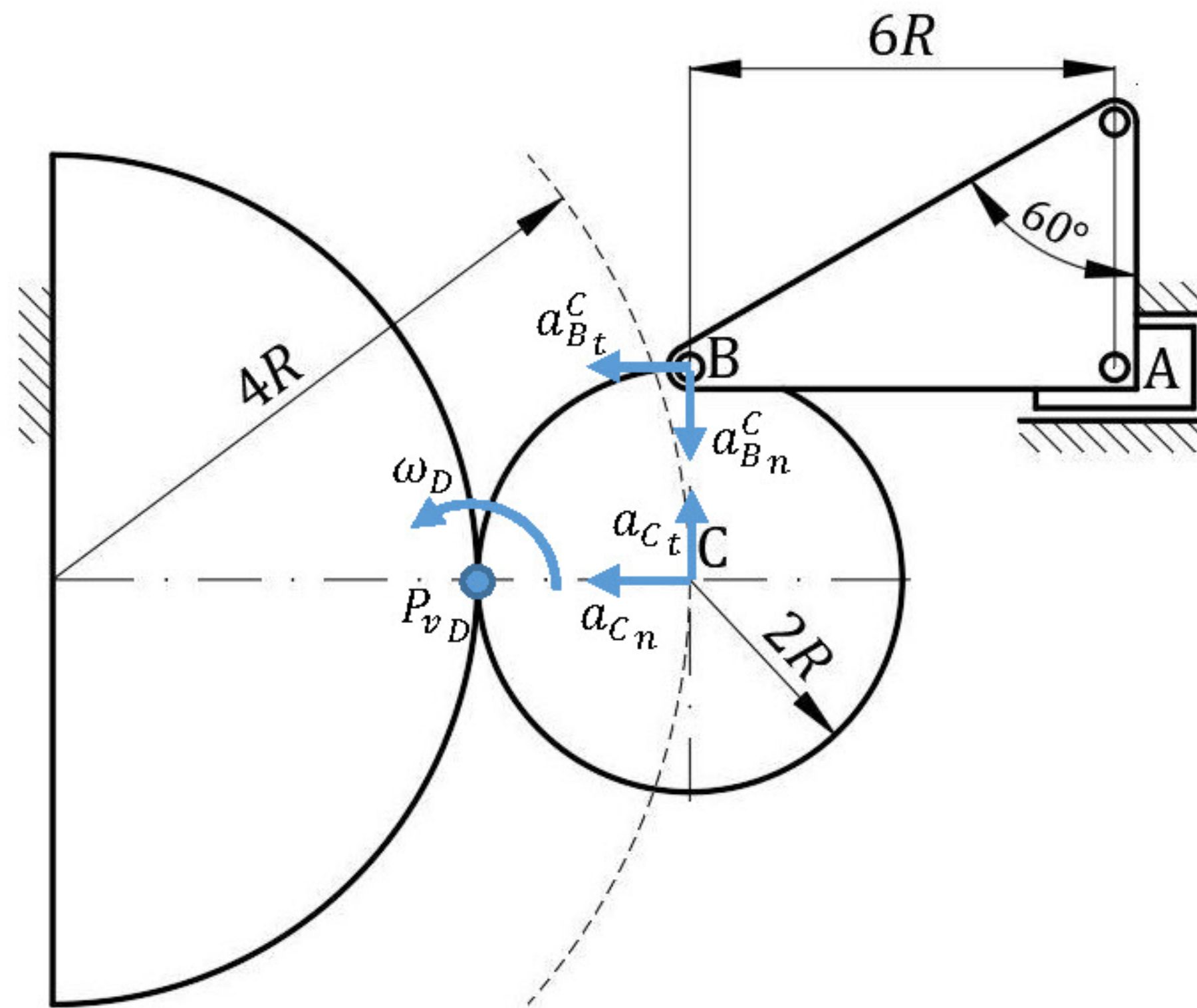
$$v_B = \overline{BP_{v\Delta}} \omega_{\Delta} \Rightarrow \omega_{\Delta} = \frac{v_B}{\overline{BP_{v\Delta}}} = \frac{v_B}{6R\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3} \text{ s}^{-1}$$

$$v_A = \overline{AP_{v\Delta}} \omega_{\Delta} = 6R \omega_{\Delta} = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2 \text{ m/s}$$

II НАЧИН

$$\left. \begin{array}{l} v_B \cos 45^\circ = v_C \cos 0^\circ \\ v_B \cos 45^\circ = v_A \cos 0^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_B = \frac{v_C \cos 0^\circ}{\cos 45^\circ} \\ v_A = \frac{v_B \cos 45^\circ}{\cos 0^\circ} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_B = \frac{2}{1} = 2\sqrt{2} \\ v_A = \frac{2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = 2 \end{array} \right\}$$

убрзање зглоба В



$$v_C = \underbrace{\overline{CP_{vD}}}_{\text{const}} \omega_D \Rightarrow \frac{d}{dt} dv_C = \underbrace{\overline{CP_{vD}}}_{\text{const}} \frac{d\omega_D}{dt} \Rightarrow a_{Ct} = \underbrace{\overline{CP_{vD}}}_{\text{const}} \varepsilon_D \Rightarrow a_{Ct} = 2R\varepsilon_D$$

$$\varepsilon_D = \frac{a_{Ct}}{2R} = \frac{1}{1} = 1 \text{ s}^{-2}$$

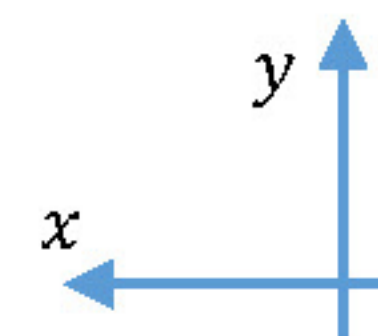
$$\boxed{\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_B^C = \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Bt}^C + \vec{a}_{Bn}^C}$$

$$a_{Cn} = \frac{v_C^2}{R_k} = \frac{v_C^2}{4R} = \frac{4}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{Bt}^C = \overline{BC} \varepsilon_D = 2R \cdot \varepsilon_D = 1 \cdot 1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{Bn}^C = \overline{BC} \omega_D^2 = 2R \cdot \omega_D^2 = 1 \cdot 4 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_B^C = \underbrace{\vec{a}_{Ct}}_{\uparrow} + \underbrace{\vec{a}_{Cn}}_{\leftarrow} + \underbrace{\vec{a}_{Bt}^C}_{\leftarrow} + \underbrace{\vec{a}_{Bn}^C}_{\downarrow}$$



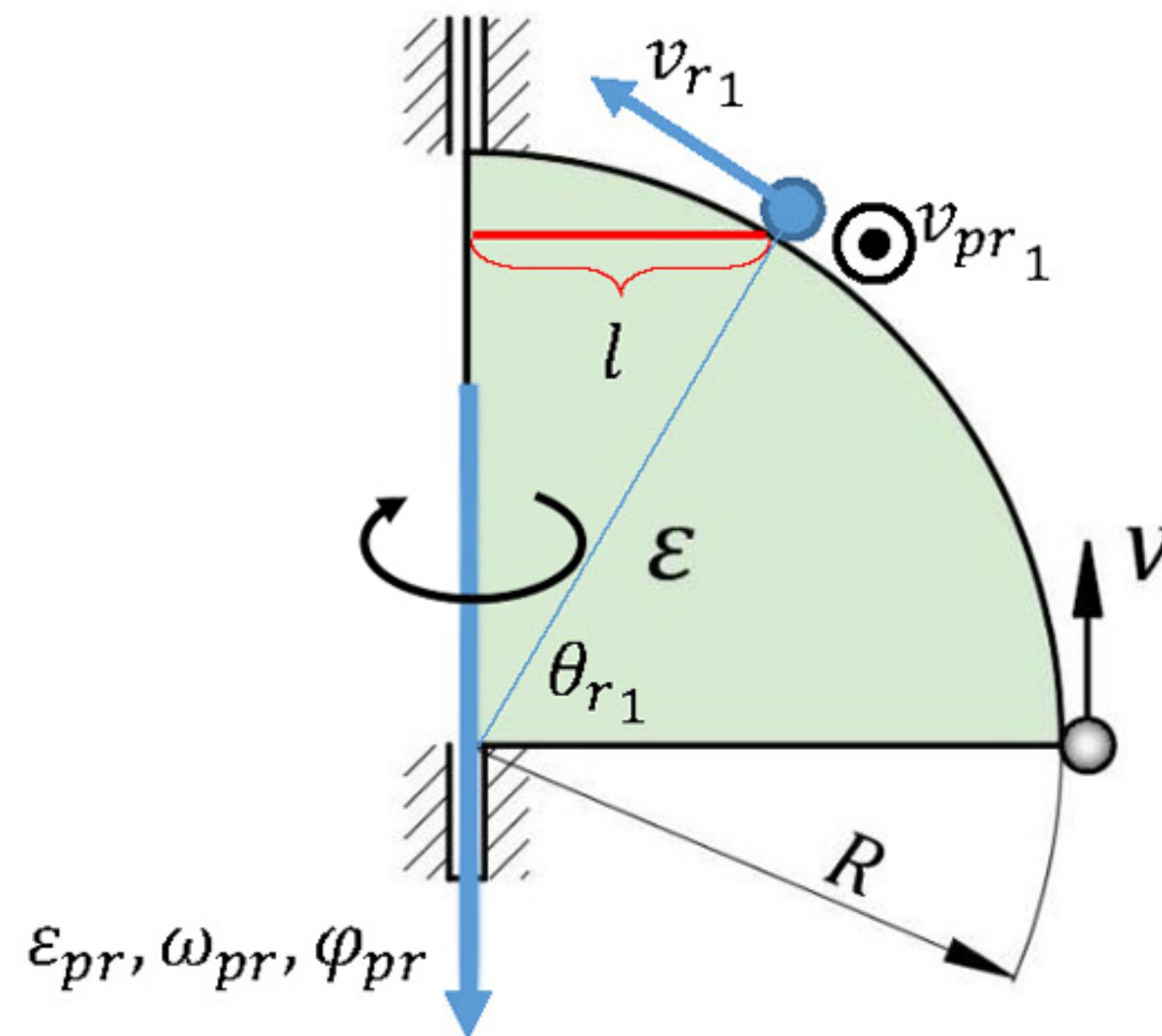
$$\left. \begin{aligned} a_{Bx} &= a_{Cn} + a_{Bt}^C = 2 + 1 = 3 \\ a_{By} &= a_{Ct} - a_{Bn}^C = 1 - 4 = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_B = 3\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

$$R = 0,5 \text{ m}, \quad \omega_0 = 1 \text{ s}^{-1}, \quad \varepsilon = 2t, \quad v = \pi t/3, \quad t_1 = 1 \text{ s}$$

Преносно	Релативно
$\omega_{pr_0} = 1 \text{ s}^{-1}$ $\varepsilon_{pr} = 2t$	$v_r = \pi t/3$

апсолутна брзина



$$s_r = s_{r_0} + \int_0^t v_r dt = \int_0^t \frac{\pi t}{3} dt = \frac{\pi t^2}{6} \Rightarrow s_{r_1} = \frac{\pi}{6} \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} s_{r_1} = \frac{\pi}{6} \text{ m} \\ s_{r_1} = R\theta_{r_1} \end{array} \right\} \Rightarrow R\theta_{r_1} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta_{r_1} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\boxed{v_{r_1}} = \frac{\pi t_1}{3} = \boxed{\frac{\pi}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

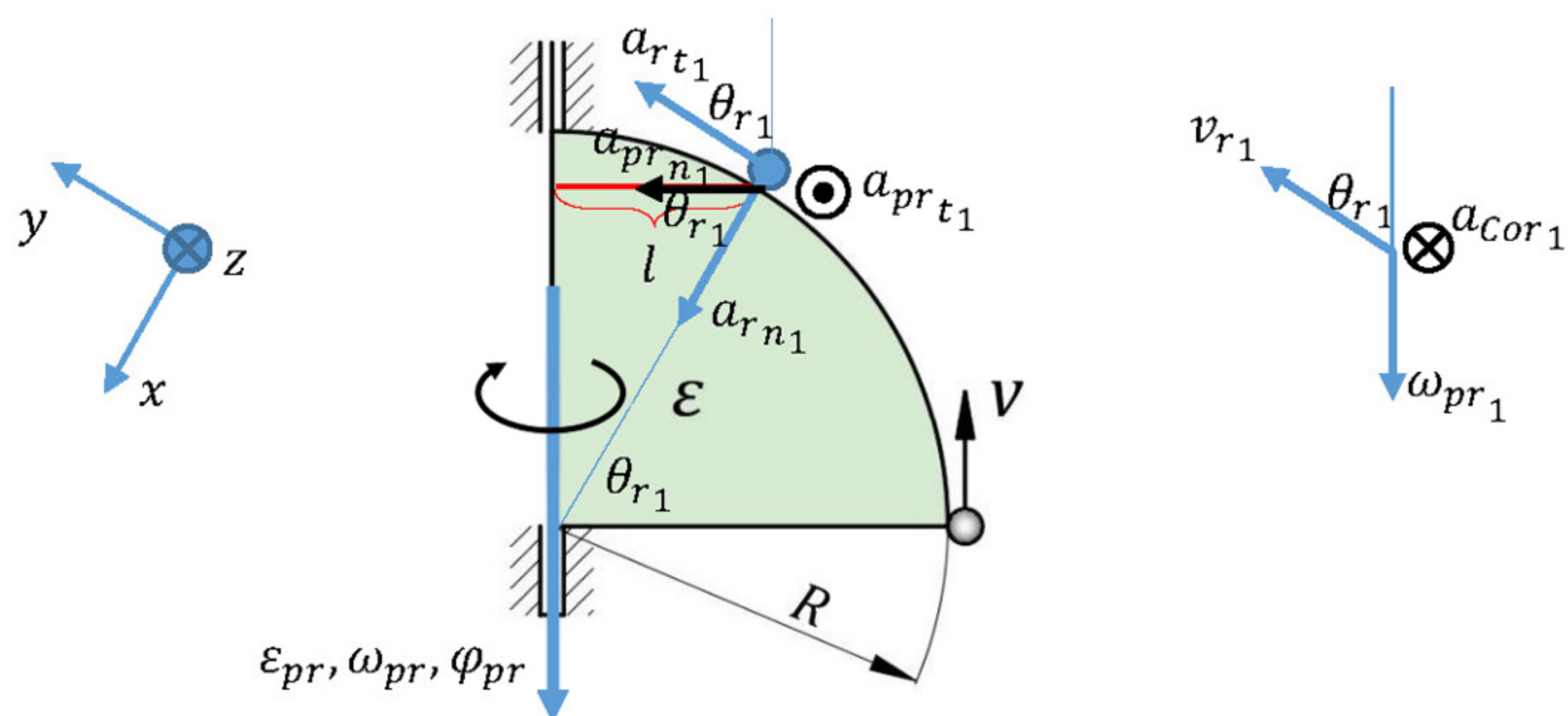
$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{pr} = 2t \\ \varepsilon_{pr} = \frac{d\omega_{pr}}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow d\omega_{pr} = 2t dt \Rightarrow \int_{\omega_{pr_0}=1}^{\omega_{pr}} d\omega_{pr} = \int_0^t 2t dt \Rightarrow \omega_{pr} = 1 + t^2 \Rightarrow \omega_{pr_1} = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$\boxed{v_{pr_1}} = l \cdot \omega_{pr_1} = R \cos \theta_{r_1} \cdot \omega_{pr_1} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 2 = \boxed{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\vec{v}_a = \vec{v}_{pr} + \vec{v}_r$$

$$\vec{v}_{pr_1} \perp \vec{v}_{r_1} \Rightarrow \boxed{v_{a_1}} = \sqrt{v_{pr_1}^2 + v_{r_1}^2} = \sqrt{0,5^2 + \left(\frac{\pi}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\pi^2}{9}} = \sqrt{\frac{9 + 4\pi^2}{36}} = \frac{\sqrt{9 + 4\pi^2}}{6} = \boxed{1,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

апсолутно убрзање



$$a_{rt} = \frac{dv_r}{dt} = \frac{d\left(\frac{\pi t}{3}\right)}{dt} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{a_{rt1} = \frac{\pi}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\boxed{a_{rn1}} = \frac{v_{r1}^2}{R} = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2}{0,5} = \boxed{\frac{2}{9} \pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\boxed{a_{prt1}} = l \cdot \varepsilon_{pr1} = 0,25 \cdot 2 = \boxed{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\boxed{a_{prn1}} = l \cdot \omega_{pr1}^2 = 0,25 \cdot 2^2 = \boxed{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\boxed{a_{cor1}} = 2 \cdot \omega_{pr1} \cdot v_{r1} \cdot \sin(\pi - \theta_{r1}) = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \boxed{\frac{2\sqrt{3}}{3} \pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{ax1} &= a_{rn1} + a_{prn1} \cos \theta_{r1} = \frac{2}{9} \pi^2 + \frac{1}{2} \\ a_{ay1} &= a_{rt1} + a_{prn1} \sin \theta_{r1} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a_{az1} &= a_{cor1} - a_{prt1} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi - 0,5 \end{aligned} \right\}$$

$$\boxed{a_{a1}} = \sqrt{\left(\frac{2}{9} \pi^2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \pi - 0,5\right)^2} = \boxed{4,549 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$