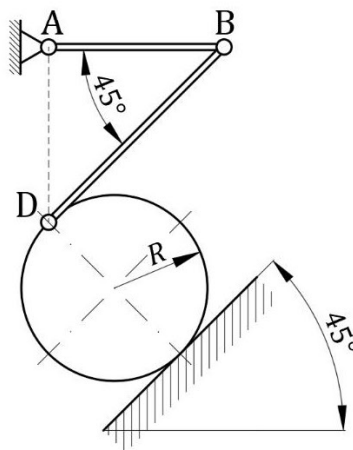
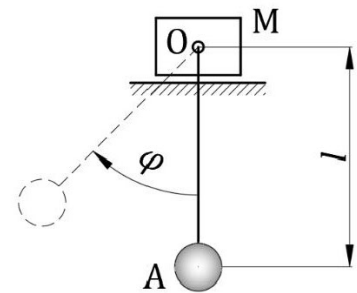


### ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Диск полупречника  $R$  се по подлози клиза без котрљања. У положају приказаном на слици брзина његовог центра износи  $2 \text{ m/s}$ , а убрзање  $1 \text{ m/s}^2$  низ стрму раван. Дужина штапа  $AB$  је  $1,5R = 0,75 \text{ m}$ . За приказани положај механизма одредити:
- угаону брзину штапа  $AB$  и
  - угаоно убрзање штапа  $AB$ .



2. Тијело  $M$  се креће улијево по хоризонталној подлози према закону  $s_M = 2 + 2t^2 \text{ [m]}$ , док се математичко клатно  $A$  дужине  $l = 2 \text{ m}$  креће у односу на тијело  $M$  константним угаоним убрзањем  $\varepsilon = \pi/8 \text{ rad/s}^2$ , при чему је кретање започето из најнижег (равнотежног) положаја угаоном брзином од  $\pi/4 \text{ rad/s}$ . Одредити интензитет апсолутне брзине и апсолутног убрзања клатна у тренутку  $t_2 = 2 \text{ s}$ .

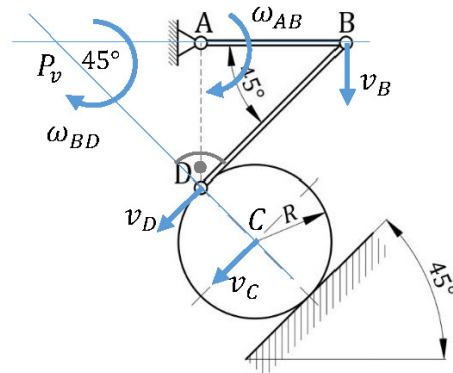


## ПРВИ ЗАДАТАК

$$v_C = 2 \text{ m/s}, \quad a_C = 1 \text{ m/s}^2, \quad \overline{AB} = 1,5R = 0,75 \text{ m}$$

Диск врши чисто клизање, без котрљања, што значи да врши транслаторно кретање, што даље значи да се свака његова тачка креће на исти начин. Према томе, брзина и убрзање зглоба D су исти као брзина и убрзање средишта диска.

### угаона брзина штапа АВ



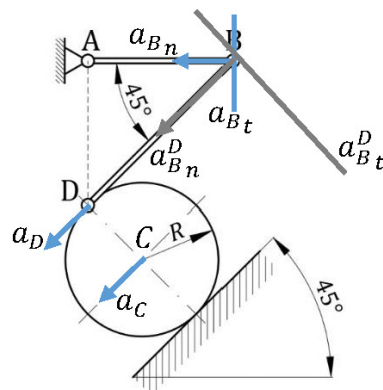
$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} \Rightarrow \overline{DB} = \frac{\overline{AB}}{\cos 45^\circ} = 0,75\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ m}$$

$$\overline{DP_v} = \overline{DB} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_D = v_C = 2 \text{ m/s} \\ v_D = \overline{DP_v} \omega_{BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_{BD} = \frac{2}{\overline{DP_v}} = \frac{2}{\frac{3\sqrt{2}}{4}} = \frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ s}^{-1} = 1,886 \text{ s}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_B = \overline{BP_v} \omega_{BD} = 2\overline{BA} \omega_{BD} \\ v_B = \overline{BA} \omega_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow 2\overline{BA} \omega_{BD} = \overline{BA} \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = 2\omega_{BD} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ s}^{-1} = 3,771 \text{ s}^{-1}$$

### угаоно убрзање штапа АВ



$$a_D = a_C = 1 \text{ m/s}^2$$

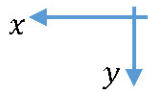
$$a_{Bn} = \overline{AB} \omega_{AB}^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{64 \cdot 2}{9} = \frac{32}{3}$$

$$a_{Bt} = \overline{AB} \epsilon_{AB}$$

$$a_{Bn}^D = \overline{BD} \omega_{BD}^2 = \frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{16 \cdot 2}{9} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

$$a_{Bt}^D = \overline{BD} \epsilon_{BD}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{B_t}^D + \vec{a}_{B_n}^D$$



$$\vec{a}_{B_t} + \vec{a}_{B_n} = \vec{a}_D + \vec{a}_{B_t}^D + \vec{a}_{B_n}^D$$

$$\left. \begin{aligned} a_{B_n} &= a_D \frac{\sqrt{2}}{2} - a_{B_t}^D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_n}^D \frac{\sqrt{2}}{2} \\ a_{B_t} &= a_D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_t}^D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_n}^D \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a_{B_t}^D &= \frac{2}{\sqrt{2}} \left( -a_{B_n} + a_D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_n}^D \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \\ a_{B_t} &= a_D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_t}^D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_n}^D \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} a_{B_t}^D &= \frac{2}{\sqrt{2}} \left( -\frac{32}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{8\sqrt{2}\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{2}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - 8 \right) = 1 - 8\sqrt{2} \\ a_{B_t} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + (1 - 8\sqrt{2}) \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{8\sqrt{2}\sqrt{2}}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$a_{B_t} = \sqrt{2} - 8 + \frac{8}{3} = \sqrt{2} - \frac{16}{3}$$

$$a_{B_t} = \overline{AB} \varepsilon_{AB} \Rightarrow \varepsilon_{AB} = \frac{a_{B_t}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2} - \frac{16}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{12\sqrt{2} - 64}{9} \text{ s}^{-2} = -5,225 \text{ s}^{-2}$$

## ДРУГИ ЗАДАТАК

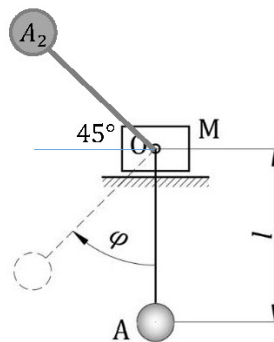
$$s_M = 2 + 2t^2, \quad l = 2 \text{ m}, \quad \varepsilon = \pi/8 \text{ rad/s}^2, \quad \omega_0 = \pi/4 \text{ rad/s}$$

релативни положај

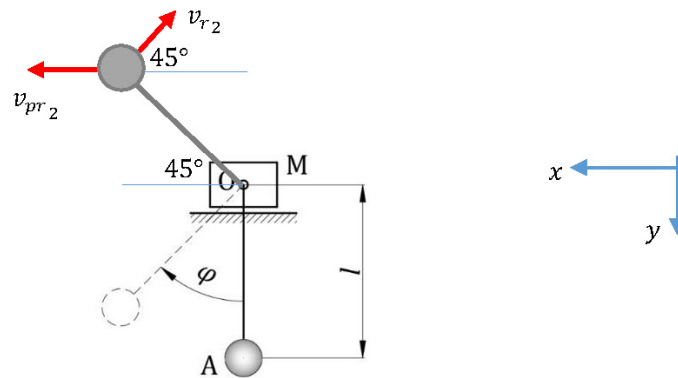
$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_r = \frac{\pi}{8} \\ \varepsilon_r = \frac{d\omega_r}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow d\omega_r = \frac{\pi}{8} dt \Rightarrow \int_{\pi/4}^{\omega_r} d\omega_r = \frac{\pi}{8} \int_0^t dt \Rightarrow \omega_r = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}t$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_r = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}t \\ \omega_r = \frac{d\varphi}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow d\varphi = \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}t\right) dt \Rightarrow \int_0^\varphi d\varphi = \int_0^t \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}t\right) dt \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{16}t^2$$

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$



апсолутна брзина

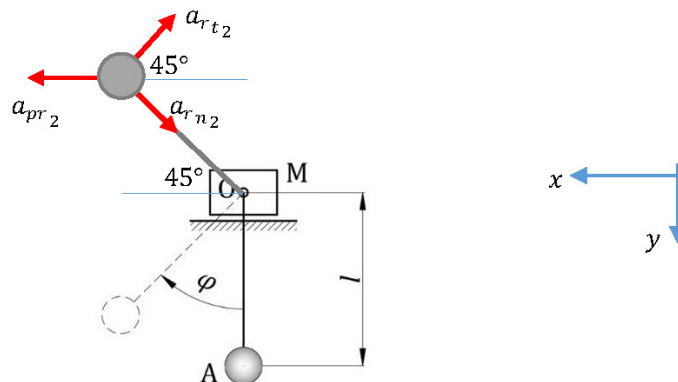


$$v_{pr} = \frac{ds_M}{dt} = \frac{d}{dt}(2 + 2t^2) = 4t \Rightarrow v_{pr_2} = 8 \text{ m/s}$$

$$v_r = l\omega_r = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}t \Rightarrow v_{r_2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_{ax_2} = v_{pr_2} - v_{r_2} \cos 45^\circ = 8 - \pi \frac{\sqrt{2}}{2} \\ v_{ay_2} = -v_{r_2} \sin 45^\circ = -\pi \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow v_{a_2} = \sqrt{\left(8 - \pi \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-\pi \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \mathbf{6,191 \text{ m/s}}$$

апсолутно убрзање



$$a_{pr} = \frac{dv_{pr}}{dt} = 4 \Rightarrow a_{pr_2} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a_{rt} = \frac{dv_r}{dt} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow a_{rt_2} = \frac{\pi}{4} \text{ m/s}^2$$

$$a_{rn_2} = \frac{v_{r_2}^2}{l} = \frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_{Cor} = 2\vec{\omega}_{pr} \times \vec{v}_r = 0$$

$$\left. \begin{aligned} a_{ax_2} &= a_{pr_2} - a_{rt_2} \cos 45^\circ - a_{rn_2} \cos 45^\circ = 4 - \frac{\pi \sqrt{2}}{4} - \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{2} \\ a_{ay_2} &= a_{rn_2} \sin 45^\circ - a_{rt_2} \sin 45^\circ = \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{2} - \frac{\pi \sqrt{2}}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$a_{a_2} = \sqrt{\left(4 - \frac{\pi \sqrt{2}}{4} - \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\pi^2 \sqrt{2}}{2} - \frac{\pi \sqrt{2}}{4}\right)^2} = 2,934 \text{ m/s}$$