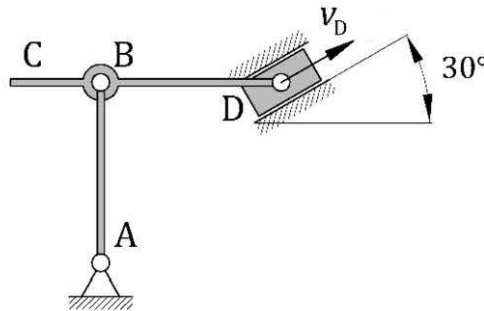
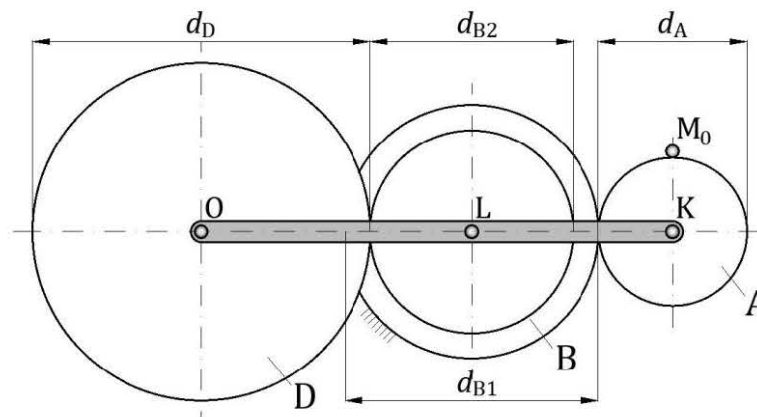


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. У положају приказаном на слици брзина клизача износи 4 m/s , а убрзање -2 m/s^2 . Одредити брзину и убрзање средишта полуге АВ у датом положају система. Дато је: $\overline{AB} = \sqrt{3} \text{ m}$, $\overline{CB} = 0,5 \text{ m}$ и $\overline{BD} = 1 \text{ m}$.

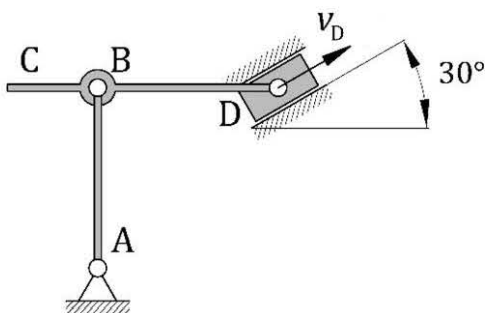


2. Систем почиње кретање из положаја приказаног на слици. Брзина тачке К усмјерена је наниже и мијења се према закону $0,1\pi^2 \cos(\pi t/6)$. По ободу диска А креће се тачка М у позитивном математичком смјеру. Њено релативно угаоно убрзање је константно и износи $\pi \text{ s}^{-2}$, при чему је кретање започела релативом брзином од $0,05\pi \text{ m/s}$. Ако су пречници $d_A = 0,2 \text{ m}$, $d_{B1} = 0,4 \text{ m}$, $d_{B2} = 0,3 \text{ m}$ и $d_D = 0,6 \text{ m}$, одредити апсолутну брзину и апсолутно убрзање тачке М након једне секунде од почетка кретања.

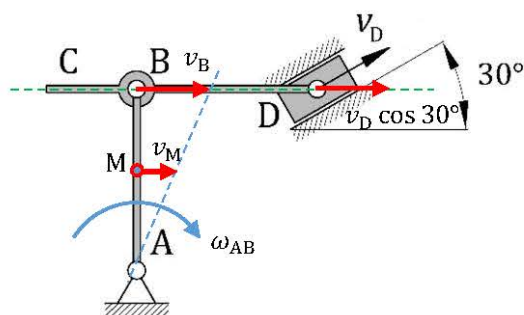


ПРВИ ЗАДАТАК

У положају приказаном на слици брзина клизача износи 4 m/s , а убрзање -2 m/s^2 . Одредити брзину и убрзање средишта полуге AB у датом положају система. Дато је: $\overline{AB} = \sqrt{3} \text{ m}$, $\overline{CB} = 0,5 \text{ m}$ и $\overline{BD} = 1 \text{ m}$.



Брзина тачке М

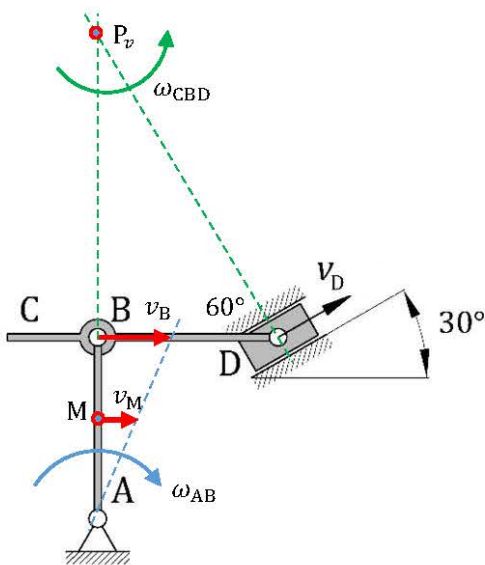


I начин (последица теореме о брзинама)

$$\left. \begin{aligned} v_B &= v_D \cos 30^\circ = 4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \\ v_B &= \overline{AB} \omega_{AB} = \sqrt{3} \omega_{AB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$v_M = \overline{AM} \omega_{AB} = \frac{\overline{AB}}{2} \omega_{AB} = \frac{v_B}{2} = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

II начин (пол брзина)

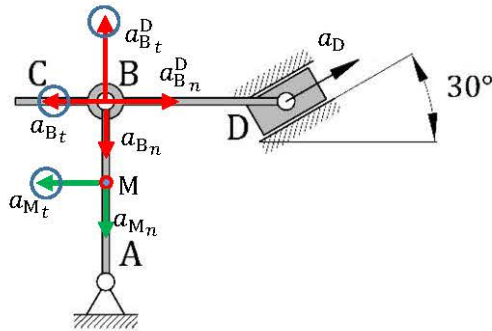


$$\overline{DP_v} \cos 60^\circ = \overline{BD} \Rightarrow \overline{DP_v} = \frac{\overline{BD}}{\cos 60^\circ} = 2\overline{BD} = 2 \text{ m}, \quad \overline{BP_v} = \overline{DP_v} \sin 60^\circ = \sqrt{3} \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} v_D &= \overline{DP}_v \omega_{CBD} = 2\omega_{CBD} \Rightarrow \omega_{CBD} = \frac{v_D}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ v_B &= \overline{BP}_v \omega_{CBD} = \sqrt{3}\omega_{CBD} = 2\sqrt{3} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} v_B &= \overline{AB}\omega_{AB} = \sqrt{3}\omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{v_B}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \\ v_M &= \overline{AM}\omega_{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}2 = \sqrt{3} \text{ m/s} \end{aligned} \right\}$$

Убрзање тачке М



$$\vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{Bt}^D + \vec{a}_{Bn}^D \Rightarrow \underline{\underline{a_{Bt}}} + \underline{\underline{a_{Bn}}} = \underline{\underline{a_D}} + \underline{\underline{a_{Bt}^D}} + \underline{\underline{a_{Bn}^D}}$$

$$a_{Bn}^D = \overline{BD}\omega_{CBD}^2 = 4$$

Пројектовање претходне релације на правац хоризонтале даје:

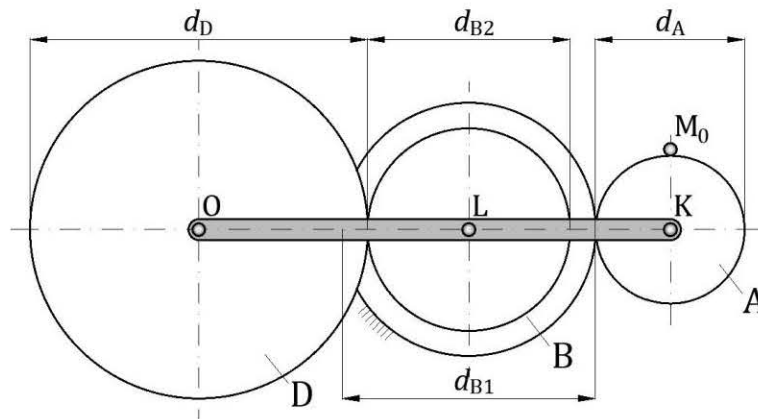
$$-a_{Bt} = a_D \cos 30^\circ + a_{Bn}^D \Rightarrow a_{Bt} = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 = \sqrt{3} - 4 = -2,27 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} a_{Bt} &= -2,27 \\ a_{Bt} &= \overline{AB}\varepsilon_{AB} = \sqrt{3}\varepsilon_{AB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{AB} = -\frac{2,27}{\sqrt{3}} = -1,31$$

$$\left. \begin{aligned} a_{Mt} &= \overline{AM}\varepsilon_{AB} = -\frac{\sqrt{3}}{2}1,31 = -1,13 \\ a_{Mn} &= \overline{AM}\omega_{AB}^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}2^2 = 2\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_M = \sqrt{a_{Mt}^2 + a_{Mn}^2} = 3,64 \text{ m/s}^2$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

Систем почиње кретање из положаја приказаног на слици. Брзина тачке К усмјерена је наниже и мијења се према закону $0,1\pi^2 \cos(\pi t/6)$. По ободу диска А креће се тачка М у позитивном математичком смјеру. Њено релативно угаоно убрзање је константно и износи $\pi \text{ s}^{-2}$, при чему је кретање започела релативом брзином од $0,05\pi \text{ m/s}$. Ако су пречници $d_A = 0,2 \text{ m}$, $d_{B1} = 0,4 \text{ m}$, $d_{B2} = 0,3 \text{ m}$ и $d_D = 0,6 \text{ m}$, одредити апсолутну брзину и апсолутно убрзање тачке М након једне секунде од почетка кретања.



Положај система

$$\left. \begin{aligned} v_K &= 0,1\pi^2 \cos(\pi t/6) \\ v_K &= \overline{KL}\omega_{OLK} = \left(\frac{d_{B1}}{2} + \frac{d_A}{2}\right)\omega_{OLK} = 0,3\omega_{OLK} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{OLK} = \frac{0,1\pi^2 \cos(\pi t/6)}{0,3} = \frac{\pi^2 \cos(\pi t/6)}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{OLK} &= \frac{\pi^2}{3} \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) \\ \omega_{OLK} &= \frac{d\varphi_{OLK}}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^{\varphi_{OLK}} d\varphi_{OLK} = \frac{\pi^2}{3} \int_0^t \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) dt \Rightarrow \varphi_{OLK} = \frac{\pi^2}{3} \frac{6}{\pi} \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$$

$$\varphi_{OLK} = 2\pi \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) \Rightarrow \boxed{\varphi_{OLK1}} = 2\pi \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\pi \frac{1}{2} = \boxed{\pi \text{ rad}}$$

$$\left. \begin{aligned} v_K &= \overline{KP}_v\omega_A = \frac{d_A}{2}\omega_A = 0,1\omega_A \\ v_K &= \overline{KL}\omega_{OLK} = \left(\frac{d_{B1}}{2} + \frac{d_A}{2}\right)\omega_{OLK} = 0,3\omega_{OLK} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_A = \frac{0,3\omega_{OLK}}{0,1} = 3\omega_{OLK} \Rightarrow \varphi_A = 3\varphi_{OLK}$$

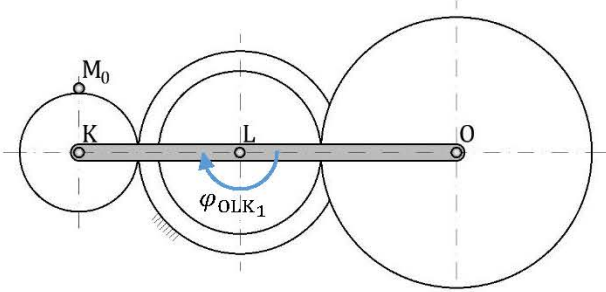
$$\boxed{\varphi_{A1}} = 3\varphi_{OLK1} = \boxed{3\pi \text{ rad}}$$

$$\left. \begin{aligned} v_{r0} &= 0,05\pi \\ v_r &= \frac{d_A}{2}\omega_r = 0,1\omega_r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{r0} = \frac{0,05\pi}{0,1} = 0,5\pi$$

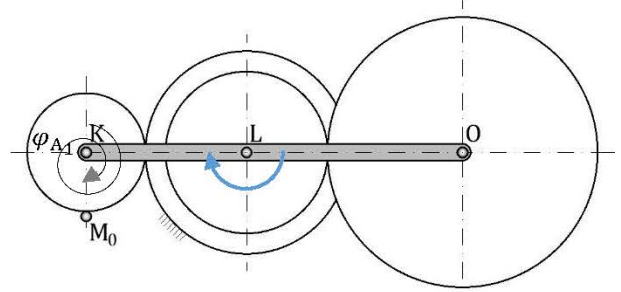
$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \pi \\ \varepsilon_r &= \frac{d\omega_r}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_{0,5\pi}^{\omega_r} d\omega_r = \pi \int_0^t dt \Rightarrow \omega_r = 0,5\pi + \pi t = \pi(0,5 + t)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_r &= \pi(0,5 + t) \\ \omega_r &= \frac{d\varphi_r}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^{\varphi_r} d\varphi_r = \pi \int_0^t (0,5 + t) dt \Rightarrow \varphi_r = \pi \left(\frac{1}{2}t + \frac{t^2}{2} \right)$$

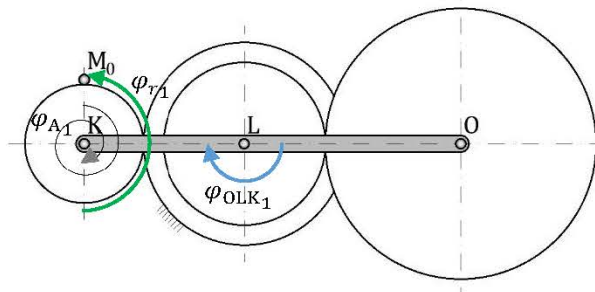
$$\boxed{\varphi_{r1}} = \pi \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \boxed{\pi \text{ rad}}$$



положај након translације

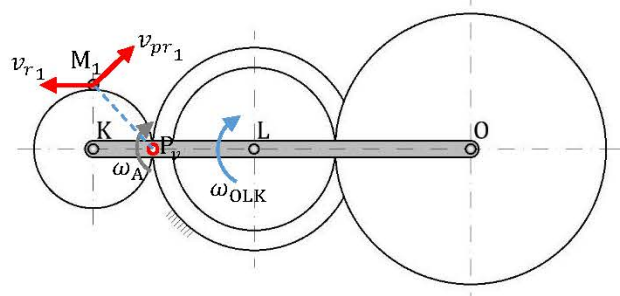


положај након translације и ротације



положај након translације, ротације и релативног обртања тачке

Апсолутна брзина



$$\left. \begin{aligned} \omega_{OLK} &= \frac{\pi^2 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)}{3} \\ \omega_A &= 3\omega_{OLK} = 3 \frac{\pi^2 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)}{3} = \pi^2 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{A1} = \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$v_{pr1} = \overline{M_1 P} \omega_{A1} = \frac{d_A}{2} \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{0,2 \pi^2 \sqrt{3}}{2} = 0,05 \pi^2 \sqrt{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{r1} &= 1,5\pi \\ v_r &= \frac{d_A}{2} \omega_r \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{r1} = \frac{d_A}{2} 1,5\pi = \frac{0,2}{2} 1,5\pi = 0,15\pi$$

$$v_{a1} = \sqrt{\left(v_{pr1} \frac{\sqrt{2}}{2} - v_{r1} \right)^2 + \left(v_{pr1} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} = \sqrt{\left(0,05 \pi^2 \sqrt{3} \frac{\sqrt{2}}{2} - 0,15\pi \right)^2 + \left(0,05 \pi^2 \sqrt{3} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} = \mathbf{0,619 \frac{m}{s}}$$

