

ПРВИ ПОПРАВНИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Убрзање тачке се мијења према закону $\vec{a} = -\cos t \vec{i} - \sin t \vec{j}$. Ако је кретање започето из положаја $M_0(1,0)$ брзином $\vec{v}_0 = \vec{j}$, одредити:
 - брзину тачке и њен положај на путањи у произвољном тренутку;
 - линију путање и путању;
 - угао који брзина заклапа са вертикалом у тренутку $t_{\pi/4} = \pi/4$ s;
 - интензитет вектора положаја, вектора брзине и вектора убрзања у почетном тренутку и графички их представити на путањи тачке
 - колики је интензитет нормалног, а колики тангенцијалног убрзања у почетном тренутку;
 - закон пута.

2. Тачка започиње равномерно промјенљиво кретање по кружници полупречника 2 m брзином од 24 m/s. Ако је у тренутку $t_1 = 1$ s угаона брзина тачке 4 s^{-1} , одредити:
 - угаоно убрзање тачке;
 - вријеме до заустављања;
 - брзину тачке у произвољном временском тренутку;
 - пут који тачка пређе до заустављања;
 - везу између угаоне брзине и броја обртаја;
 - број обртаја до заустављања;
 - кинематске дијаграме $(\varphi(t), \omega(t), \varepsilon(t))$.

$$1. \vec{a} = -\cos t \vec{i} - \sin t \vec{j}$$

$$M_0(1,0), \vec{v}_0 = \vec{j}$$

$$a) \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a} dt \Rightarrow \int d\vec{v} = \int \vec{a} dt \Rightarrow \int_0^t d\vec{v} = \int_0^t (-\cos t \vec{i} - \sin t \vec{j}) dt$$

$$\Rightarrow \vec{v} - \vec{j} = -\sin t \vec{i} + (\cos t - 1) \vec{j} \Rightarrow \vec{v} = -\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} dt \Rightarrow \int d\vec{r} = \int (-\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j}) dt$$

$$\vec{r} - \vec{i} = (\cos t - 1) \vec{i} + \sin t \vec{j} \Rightarrow \vec{r} = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j}$$

$$b) \begin{cases} x = \cos t \Rightarrow x^2 = \cos^2 t \\ y = \sin t \Rightarrow y^2 = \sin^2 t \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

$$x \in [-1, 1], y \in [-1, 1]$$

$$c) \cos \alpha = \frac{\vec{v} \cdot \vec{j}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{\cos t}{1} = \cos t$$

$$\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$d) \vec{v}_0 = -\sin 0 \vec{i} + \cos 0 \vec{j} = \vec{j}$$

$$v_0 = 1 \frac{m}{s}$$

$$\vec{r}_0 = \cos 0 \vec{i} + \sin 0 \vec{j} = \vec{i}$$

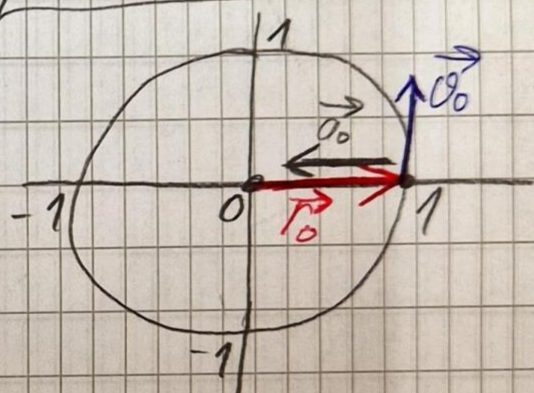
$$r_0 = 1 m$$

$$a_0 = -\cos 0 \vec{i} - \sin 0 \vec{j} = -\vec{i} \Rightarrow a_0 = 1 \frac{m}{s^2}$$

Вектор скорости нормальный убывает у поворота
угла $\frac{\pi}{4}$ и $1 \frac{m}{s^2}$, а тангенциальный 0.

$$[s = \int v dt = t] - \text{закон пути}$$

$$v = \sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = 1$$



2. $R=2\text{ m}$ $\omega_0=24 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ $\omega_1=4.5^{-1}$
 $\omega_0=12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Пошто је кретање кружно и равномерно промијенљиво
 кретање $\epsilon = \text{const}$, односно

$$\omega = \omega_0 + \epsilon \cdot t \Rightarrow \epsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\underline{\epsilon = \epsilon_1 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t} = \frac{4.5 - 12}{1} = \underline{\underline{-8.5^{-2}}}}$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= 12t - 4t^2 \\ \omega &= 12 - 8t \\ \epsilon &= -8 \end{aligned}$$

* брзине го заустављања $\Rightarrow \omega_2 = 0$

$$0 = \omega_0 + \epsilon t \Rightarrow 0 = 12 - 8t_2 \Rightarrow 12 = 8t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ s}}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \boxed{v = 24 - 16t}$$
 - брзина у тачк. покретању

* пут го заустављања

$$s = \omega_0 t - \frac{at^2}{2} \Rightarrow s_2 = \omega_0 t_2 + \frac{at_2^2}{2}, a = \epsilon \cdot R = -16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\underline{\underline{s_2 = \frac{12}{2} \cdot \frac{9}{2} - \frac{16}{2} \cdot \frac{9}{4} = 36 - 18 = 18 \text{ m}}}}$$

* број N (окретања)

$$N = \frac{\phi}{2\pi} \Rightarrow \boxed{\phi = N \cdot 2\pi}$$

$$\phi = \omega_0 t + \frac{\epsilon t^2}{2}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\epsilon\phi$$

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 4\epsilon N\pi} \Rightarrow \omega = \sqrt{144 - 32\pi N}$$

$$N \text{ го заустављања} \Rightarrow N_2 = \frac{\phi_2}{2\pi} = \frac{s_2}{R} = \frac{18}{2} = 1.43 \text{ окретања}$$

