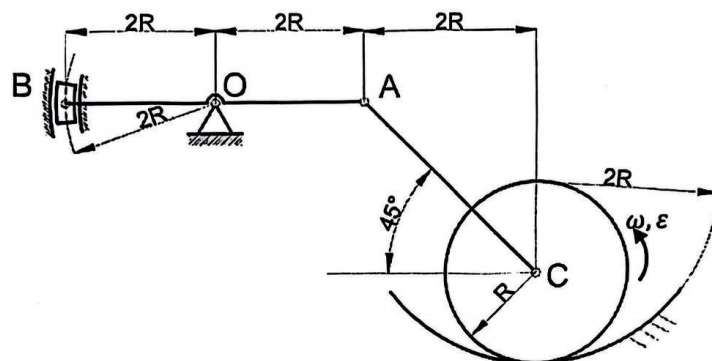
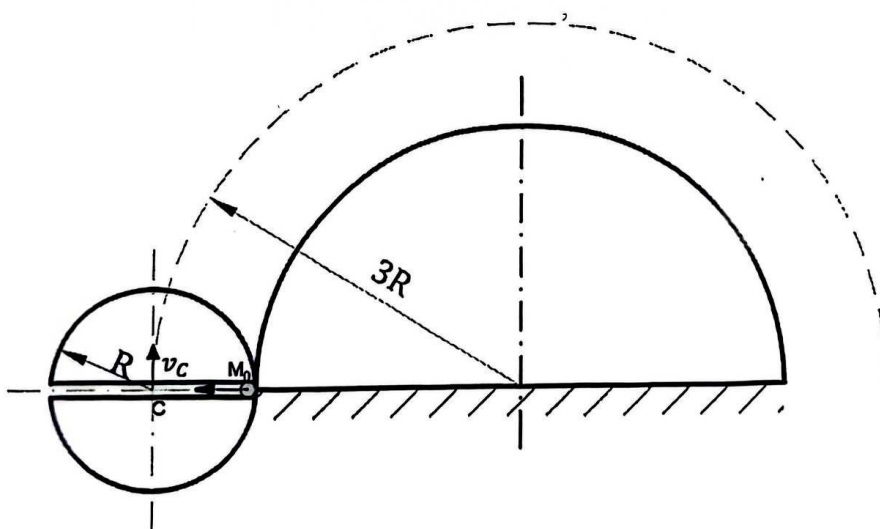


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ КИНЕМАТИКЕ

1. Механизам приказан на слици састоји се од диска, полуге АС и полуге АВ. Диск може да се котрља без клизања по непокретном цилиндру полупречника $2R$, као на слици. Везе у тачкама А, В, О и С су зглобне. Ако је у положају приказаном на слици $\omega = \omega_0$ и $\varepsilon = \omega_0^2$ одредити брзину и убрзање клизача В. Дато је: $R = \sqrt{2} \text{ m}$, $\omega_0 = 5 \text{ s}^{-1}$.

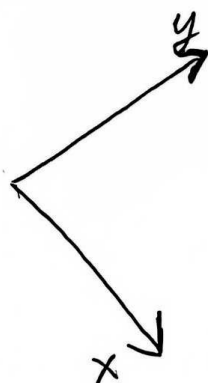


2. Тачка М креће се по жилијebu који је урезан унутар цилиндра по закону $s = 2 \sin(\pi t/2)$ почев од тренутка $t_0 = 0 \text{ s}$. У истом тренутку започиње котрљање без клизања цилиндра по полукружној куполи полупречника $2R = 4 \text{ m}$. Тачка С се креће по закону $\varphi_C = \pi/6 (t^2 + t + 1)$. Одредити брзину и убрзање тачке М у тренутку $t_1 = 1 \text{ s}$.



Предметни наставник:
Доц. др Раде Грујић

Сарадник:
Филип Филиповић



$$X: -a_A^T \frac{\sqrt{2}}{2} - a_A^n \frac{\sqrt{2}}{2} = -a_C^T \frac{\sqrt{2}}{2} - a_C^n \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + a_A^{cm}$$

$$-E_{AB} 2R \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\omega_0^2}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = -\omega_0^2 \frac{\sqrt{2}}{2} - \omega_0^2 R \frac{\sqrt{2}}{2} + \omega_0^2 R \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-E_{AB} = -\frac{\omega_0^2}{2} + \frac{\omega_0^2}{4}$$

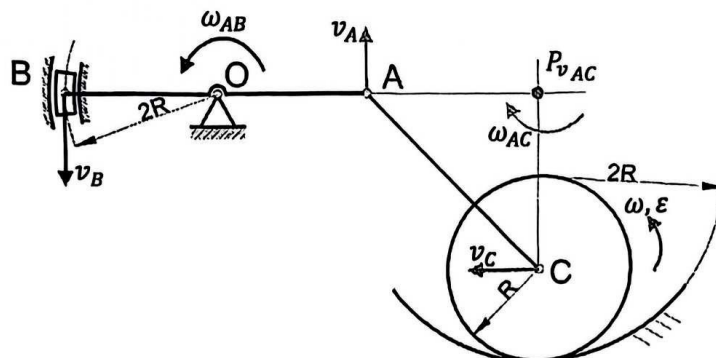
$$-E_{AB} = -\frac{\omega_0^2}{4} \Rightarrow \boxed{E_{AB} = \frac{\omega_0^2}{4}}$$

$$a_B^T = E_{AB} \cdot 2R = \frac{\omega_0^2}{4} \cdot 2R = \frac{5}{24} \cdot \sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$a_B^n = \omega_{AB}^2 \cdot 2R = \frac{\omega_0^2}{24} \cdot 2R = \frac{25}{2} \sqrt{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2}$$

$$\underline{\underline{a_B = \sqrt{(a_B^T)^2 + (a_B^n)^2} = \sqrt{\frac{25 \cdot 2}{4} + \frac{625 \cdot 2}{4}} = \sqrt{325} \approx 18 \frac{m}{s^2}}}$$

1. задатак



Брзина клизача В:

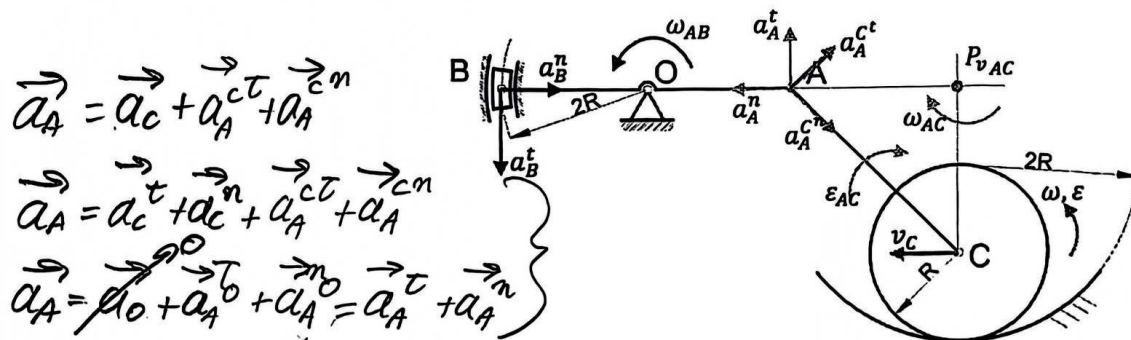
$$\omega = \omega_0, \epsilon = \omega_0^2$$

$$\left. \begin{aligned} v_C &= \omega_0 R \\ v_C &= \omega_{AC} 2R \end{aligned} \right\} \omega_0 R = \omega_{AC} 2R \Rightarrow \boxed{\omega_{AC} = \frac{\omega_0}{2} = 2,5 \text{ s}^{-1}}$$

$$v_A = \omega_{AC} \overline{AP_{vAC}} = \frac{\omega_0}{2} \cdot 2R = \omega_0 \cdot R$$

$$\left. \begin{aligned} v_A &= \omega_{AB} \cdot 2R \\ v_B &= \omega_{AB} \cdot 2R \end{aligned} \right\} v_A = v_B \Rightarrow \boxed{v_B = \omega_0 R = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \boxed{\omega_{AB} = \frac{v_B}{2R} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 2,5 \text{ s}^{-1}}$$

Убрзање клизача В:



$$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_A^{ct} + \vec{a}_A^{cn}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_C^t + \vec{a}_A^{ct} + \vec{a}_A^{cn}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_A^t + \vec{a}_A^n = \vec{a}_A^t + \vec{a}_A^n$$

$$\vec{a}_A^t + \vec{a}_A^n = \vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n + \vec{a}_A^{ct} + \vec{a}_A^{cn}$$

$$a_A^t = \epsilon_{AB} \cdot 2R, \epsilon_{AB} = ?$$

$$a_A^n = \omega_{AB}^2 \cdot 2R = \frac{\omega_0^2}{24} \cdot 2R$$

$$a_C^t = \epsilon \cdot R = \omega_0^2 \cdot R$$

$$a_C^n = \omega_0^2 \cdot R = \omega_0^2 \cdot R$$

$$a_A^{ct} = \epsilon_{AC} \cdot 2R\sqrt{2}, \epsilon_{AC} = ?$$

$$\begin{aligned} a_A^{cn} &= \omega_{AC}^2 \cdot 2R\sqrt{2} = \\ &= \frac{\omega_0^2}{24} \cdot 2R\sqrt{2} = \frac{\omega_0^2 R\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Предметни наставник:

Доц. др Раде Грујић

Сарадник:

Филип Филиповић

2. задатак

$$\mathcal{L}_C = \frac{\pi}{6}(t^2 + t + 1) \quad \boxed{\mathcal{L}_{C1} = \frac{\pi}{6}(1+1+1) = \frac{\pi}{2}}$$

$$\omega_C = \frac{\pi}{6}(2t+1)$$

$$\left. \begin{array}{l} v_C = \omega_C \cdot 3R \\ v_C = \omega_{cil} \cdot R \end{array} \right\} \omega_{cil} = 3\omega_C \Rightarrow \omega_{cil} = 3 \cdot \frac{\pi}{6}(2t+1) \Rightarrow \boxed{\omega_{cil} = \frac{\pi}{2}(2t+1)}$$

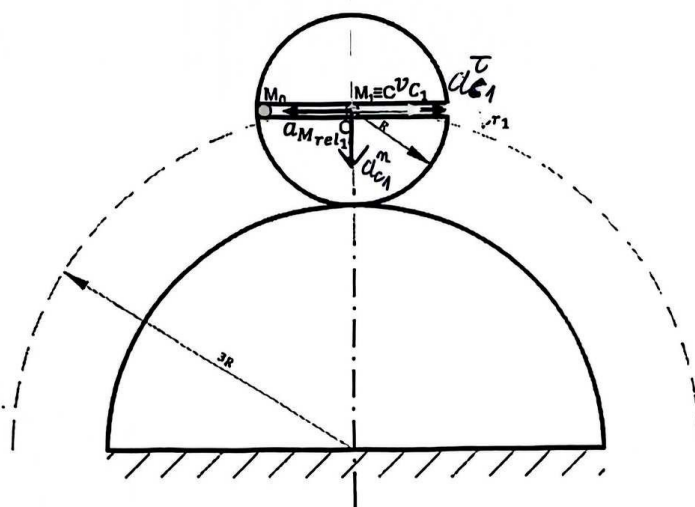
$$\omega_{cil} = \frac{d\mathcal{L}_{cil}}{dt} \Rightarrow d\mathcal{L}_{cil} = \omega_{cil} dt \int \Rightarrow \int d\mathcal{L}_{cil} = \int_0^t \frac{\pi}{2}(2t+1) dt$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{cil} = \frac{\pi}{2}(t^2 + t)} \quad \boxed{\mathcal{L}_{cil1} = \frac{\pi}{2}(1+1) = \pi}$$

$$s_{REL} = 2 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \Rightarrow \boxed{s_{REL1} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2}$$

$$\boxed{R=2 \Rightarrow C \equiv M_1}$$

Цилиндар врши раванско кретање које можемо подијелити на кружну translацију око центра полукружне куполе и ротацију око своје осе која пролази кроз тачку С, па на основу израчунатих вриједности механизам у тренутку $t_1 = 1$ s заузима положај приказан на слици испод.



Релативна брзина тачке у траженом тренутку је 0 па је апсолутна брзина тачке једнака преносној брзини тачке у којој се куглица М налази у каналу, дакле једнака је брзини тачке С.

Пошто је релативна брзина нула, нема Кориолисовог убрзања, а преносно убрзање је убрзање тачке С. Међутим, релативно убрзање није нула, па се укупно убрзање добија као збир убрзања тачке С и релативног убрзања куглице у жлијебу.

$$v_{REL} = \dot{s}_{REL} = \cancel{2} \frac{\pi}{\cancel{2}} \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \Rightarrow \boxed{v_{REL} = \pi \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0}$$

$$a_{REL} = \dot{v}_{REL} = -\frac{\pi^2}{2} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \Rightarrow \boxed{a_{REL} = -\frac{\pi^2}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi^2}{2}}$$

$$\underline{v_{M1} = v_{C1} = \frac{\pi}{2} (2t+1) \cdot R = \frac{\pi}{2} \cdot 3 \cdot \cancel{2} = 3\pi = 9,42 \frac{m}{s}}$$

$$\vec{a}_{PM} = \vec{a}_{C1} \quad \vec{a}_{M1} = \vec{a}_{PM1} + \vec{a}_{REL1} + \vec{a}_{COR1} \rightarrow 0$$

$$a_c^T = \dot{v}_c = \frac{\pi}{2} \cdot \cancel{2} \cdot R = R\pi = 6,28 \frac{m}{s^2} = const \Rightarrow a_{C1}^T = 6,28 \frac{m}{s^2} =$$

$$a_c^n = \frac{v_c^2}{R} = \frac{\frac{\pi^2}{4} (2t+1)^2 \cdot R^2}{\cancel{3R}} \Rightarrow a_{C1}^n = \frac{\pi^2 (2+1)^2}{12} = \frac{\pi^2 9 \cdot 2}{12} = \frac{18 \pi^2}{12} = 1,5 \pi^2 = 14,8$$

$$a_{M1} = \sqrt{(a_{C1}^T - a_{REL1})^2 + a_{C1}^{n2}} = 14,86 \frac{m}{s^2}$$