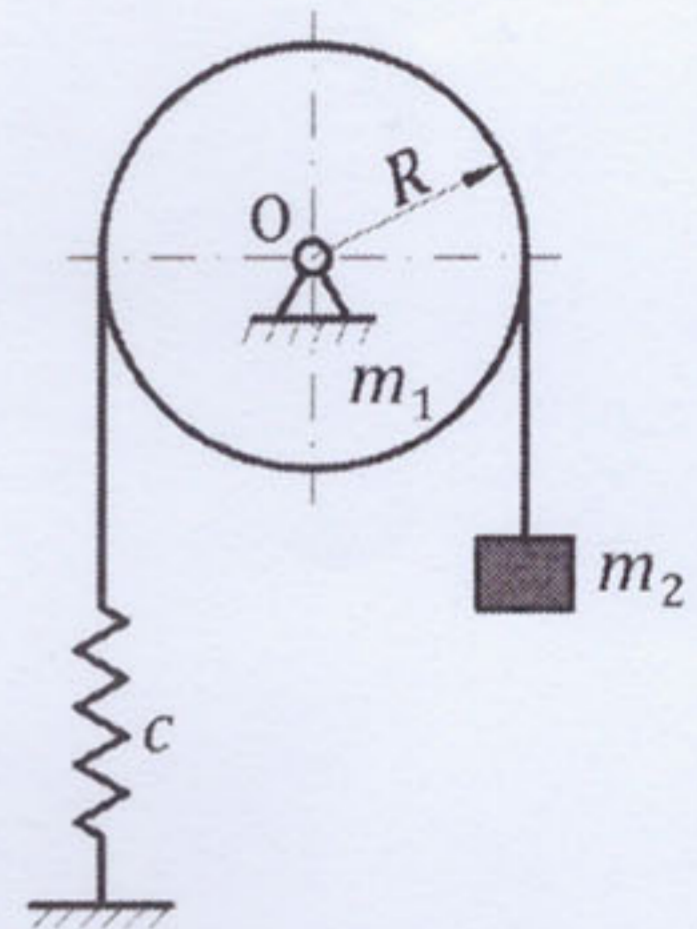


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ОСЦИЛАЦИЈА У МАШИНСТВУ

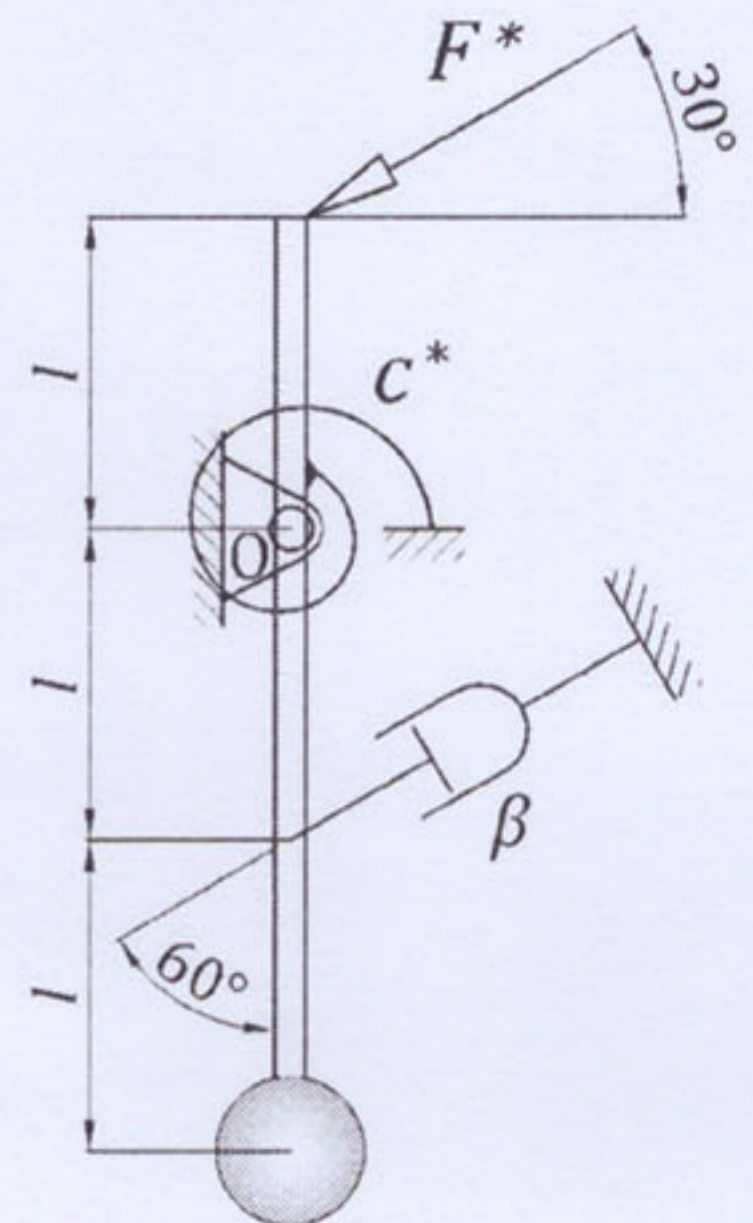
1. Осцилаторни систем састоји се из хомогеног кружног диска полупречника $R = 0,5 \text{ m}$ и масе $m_1 = 1 \text{ kg}$ и тијела масе $m_2 = 2 \text{ kg}$. Неистегљиво уже, које је пребачено преко диска, једним крајем је везано за опругу крутости $c = 50 \text{ N/m}$, а другим за тијело масе m_2 .



- Формирати диференцијалну једначину осциловања система.
- Одредити положај система и брзину диска након двије секунде од почетка кретања ако се тијелу масе m_2 из положаја статичке равнотеже саопшти брзина $v_0 = 0,25 \text{ m/s}$ вертикално наниже.

За генералисану координату одабрати угаоно помјерање диска.

2. Осцилаторни систем се састоји из лаког штапа дужине $3l$, који се у вертикалној равни обрће око тачке O . За један крај штапа везана је концентрисана маса m , док на другом крају штапа дјелује принудна сила $F^* = 4 \sin(12t)$. За штап је везана торзиона опруга крутости c^* и пригушница коефицијента пригушења β . Одредити:



- кинетичку и потенцијалну енергију система и дисипативну функцију у околини равнотежног положаја;
- општу једначину осциловања за приказани систем.

Дато је: $c^* = 100 \text{ N/rad}$, $\beta = 60 \text{ Ns/m}$, $m = 3 \text{ kg}$, $l = 0,5 \text{ m}$.

$$1. \quad R = 0,5 \text{ m}$$

$$g = 9,8$$

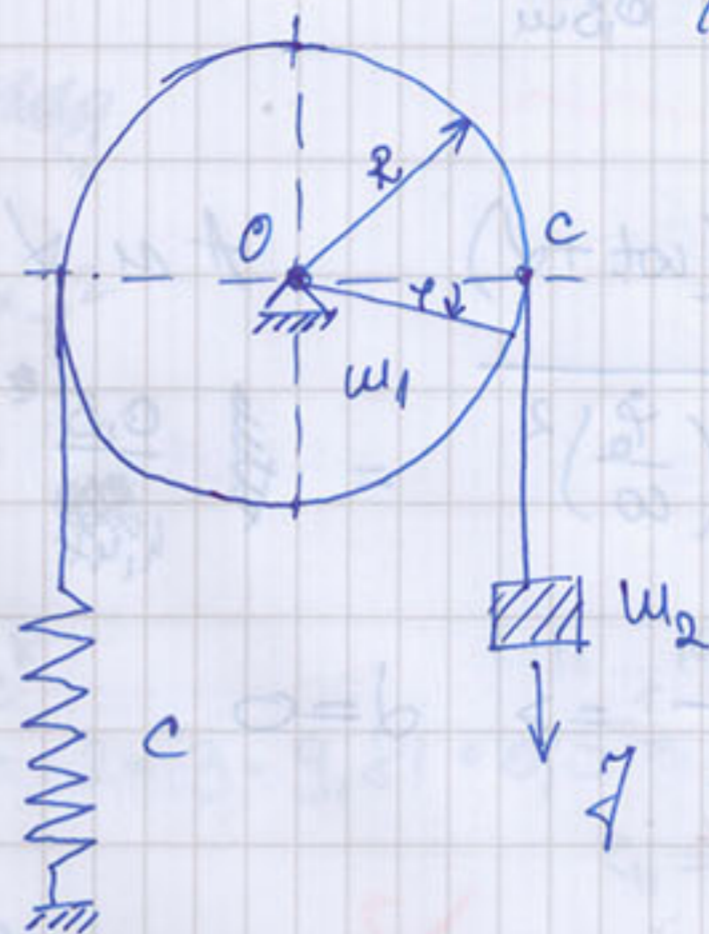
$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$c = 50 \text{ N/m}$$

$$R_c = R \cdot \dot{\varphi} \quad \dot{y} = R \dot{\varphi}$$

$$y = R \varphi$$



$$E_k = \frac{1}{2} \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 R^2}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 \dot{\varphi}^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \left(\frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2 \right) \dot{\varphi}^2 \Rightarrow a_{11} = \frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2$$

$$a_{11} = \frac{1 \cdot (0,5)^2}{2} + 2 \cdot (0,5)^2 = 0,625$$

$$E_p = -m_2 g y + \frac{1}{2} c (\Delta s + y)^2 = -m_2 g R \varphi + \frac{1}{2} c (\Delta s + R \varphi)^2$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \varphi} = -m_2 g R + c (\Delta s + R \varphi) \cdot R$$

$$\frac{\partial^2 E_p}{\partial \varphi^2} = c R^2 \Rightarrow c_{11} = c R^2 = 50 \cdot (0,5)^2 = 12,5$$

дискретизирани једначина:

$$0,625 \ddot{\varphi} + 12,5 \varphi = 0 \quad | : 0,625$$

$$\ddot{\varphi} + 20 \varphi = 0$$

$$\omega^2 = 20 \text{ s}^{-2}$$

$$\omega = 4,47$$

$$\varphi = 0,11186 \cdot \sin(4,47t)$$

$$\varphi_2 = 0,11186 \cdot \sin(4,47 \cdot 2)$$

$$\dot{\varphi} = 0,11186 \cdot 4,47 \cdot \cos(4,47 - t)$$

$$\dot{y} = 0,25 \text{ m/s}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\dot{y}}{R} = \frac{0,25 \text{ m/s}}{0,5 \text{ m}} = 0,5 \text{ 1/s}$$

$$\varphi = A \sin(\omega t + \alpha)$$

A и α се određuju из почетних услова

$$A = \sqrt{\left(\frac{\varphi_0}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}_0}{\omega}\right)^2} = \frac{0,5}{4,47} = 0,11186$$

$$\sin \alpha = \frac{\dot{\varphi}_0}{A} \Rightarrow \alpha = 0$$

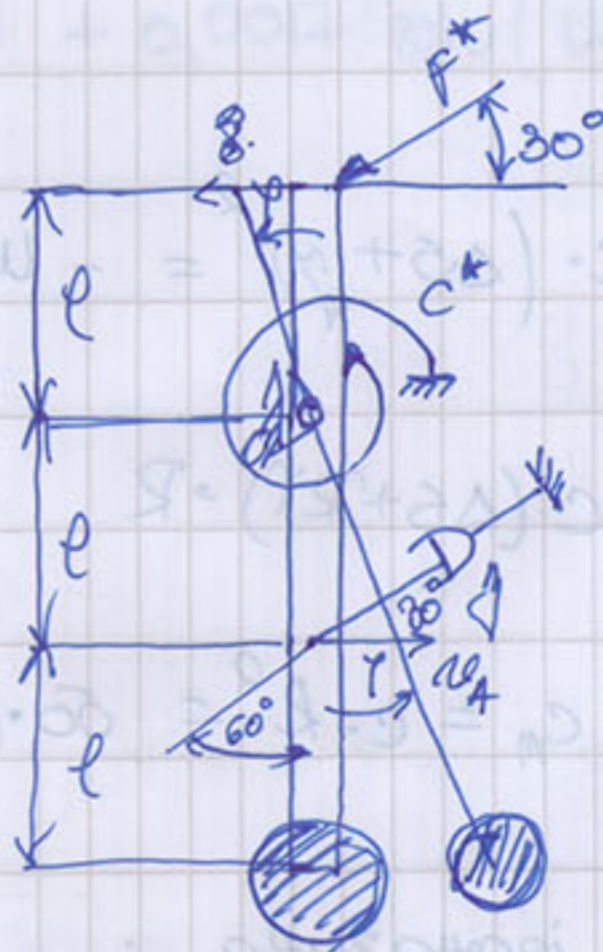
2. $C^* = 100 \text{ N/rad}$

$$g = 60 \text{ Ns/m}$$

$$m = 3 \text{ kg}$$

$$l = 0,5 \text{ m}$$

$$F^* = 4 \sin(2t)$$



$$\delta z = l \sin \theta \delta \theta$$

$$\delta z = l \delta \theta$$

$$F_x = \frac{1}{2} \nabla_0 \cdot \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} m \cdot (2l)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 m l^2 \dot{\varphi}^2$$

$$a_m = 4 m l^2 = 4 \cdot 3 \cdot (0,5)^2 = 3$$

$$E_p = m \cdot g \cdot (2l - 2l \cos \varphi) + \frac{1}{2} c^* \cdot (\varphi)^2 = m \cdot g \cdot 2l (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2} c^* \cdot (\varphi)^2$$

$$E_p = m \cdot g \cdot 2l \left(1 - \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right)\right) + \frac{1}{2} c^* \varphi^2$$

$$E_p = m \cdot g \cdot 2l \cdot \frac{\varphi^2}{2} + \frac{1}{2} c^* \varphi^2 = m g l \varphi^2 + \frac{1}{2} c^* \varphi^2$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \varphi} = 2 m g l \varphi + c^* \varphi$$

$$\frac{\partial^2 E_p}{\partial \varphi^2} = 2 m g l + c^* \Rightarrow c_{11} = 2 m g l + c^* = 2 \cdot 3 \cdot 9,81 \cdot 0,5 + 100 = 29,43 + 100$$

$$c_{11} = 129,43$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \eta \cdot Q_z^2 \quad ; \quad Q_z = Q_A \cos 30^\circ$$

$$\delta A^* = \vec{F}^* \cdot \delta \vec{z} = F^* \cdot \delta z \cos 30^\circ$$

$$\delta A^* = 4 \sin(12t) \cdot l \delta \varphi \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow Q_0 = 4 \cdot l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} l$$

$$Q_0 = 2\sqrt{3} \cdot 0,5 = \sqrt{3} = 1,73$$