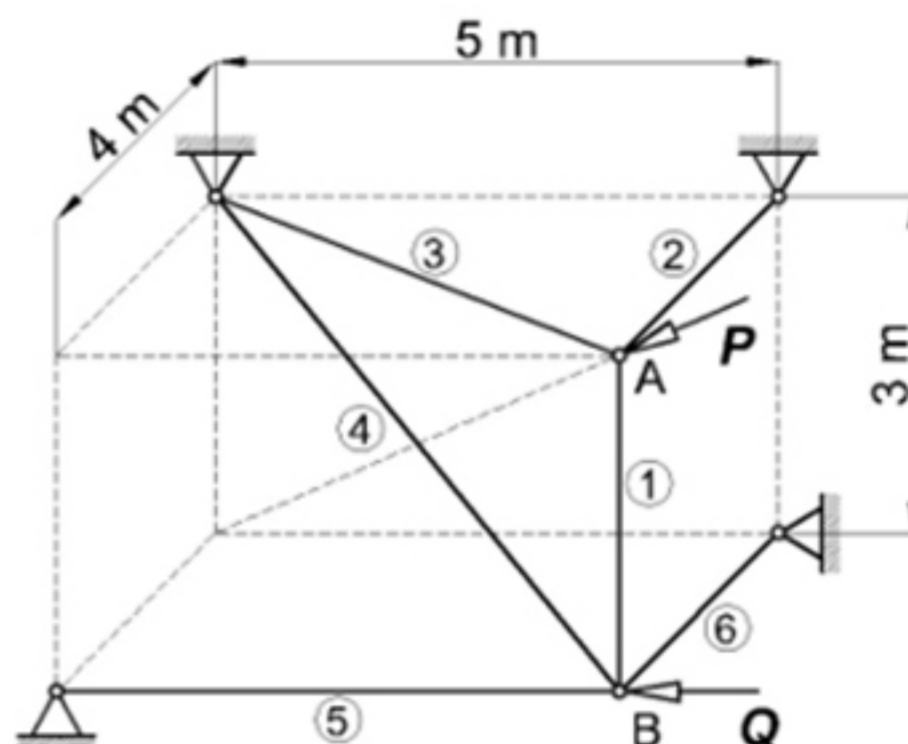
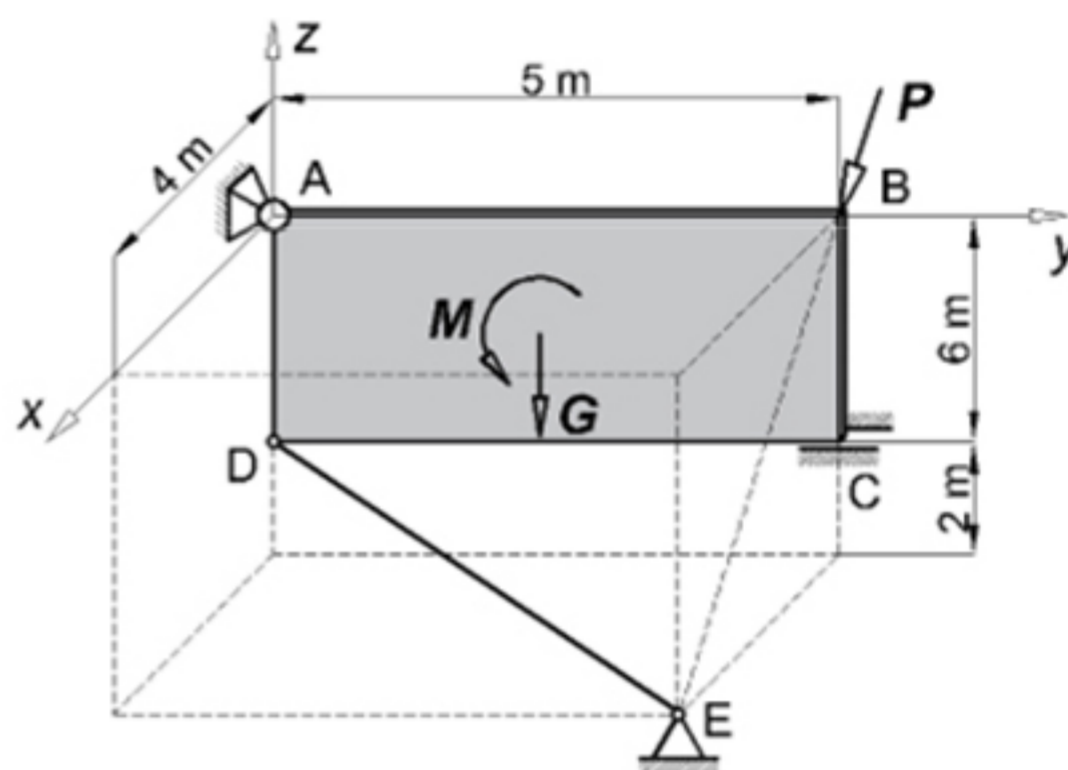


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ СТАТИКЕ

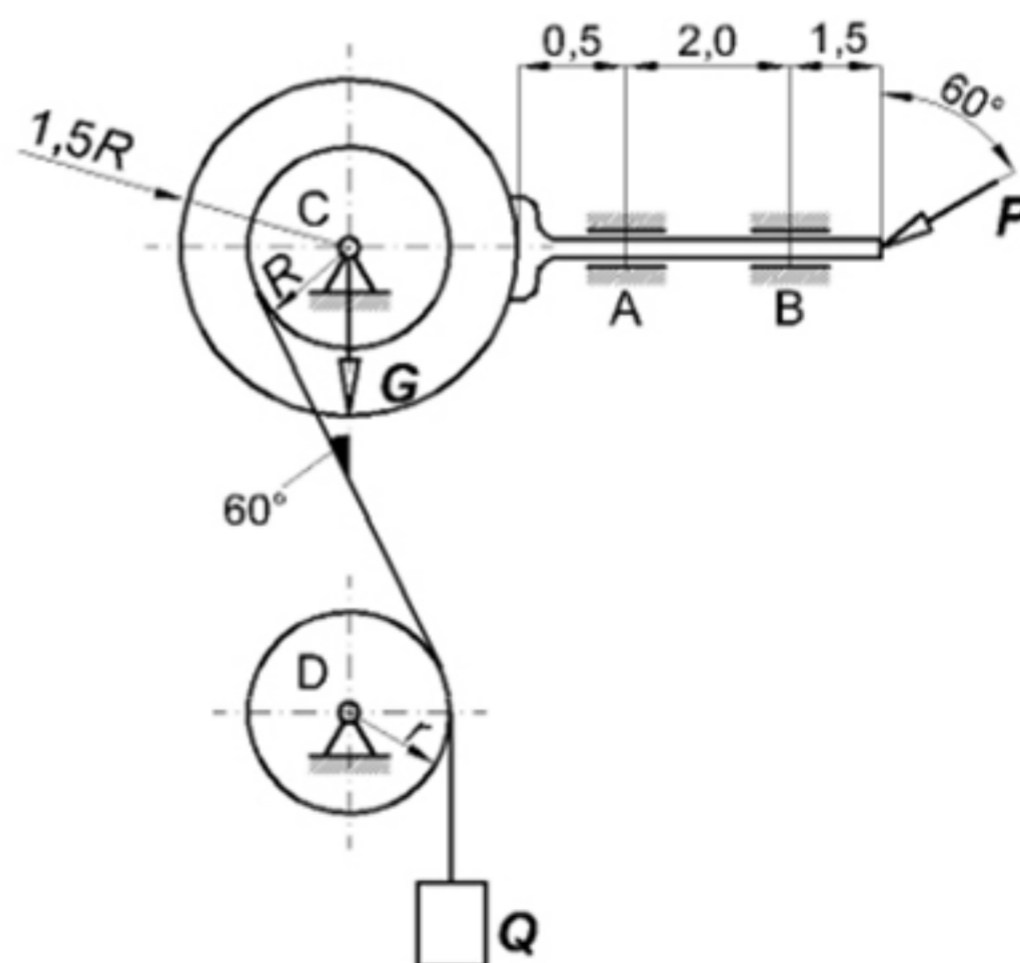
1. Одредити интензитет сила у штаповима конструкције приказане на слици методом исијецања чворова и тип оптерећења коме су штапови изложени. Интензитет силе P је 12 kN , а правац њеног дејства поклапа се са правцем дијагонале квадрата. Интензитет силе Q је 8 kN . Сматрати да су штапови лаки и крути.



2. Одредити реакције веза хомогене плоче тежине $G = 2 \text{ kN}$ приказане на слици. На плочу у тачки В дјелује сила P интензитета 8 kN , док у равни плоче дјелује момент M интензитета 4 kNm , чији је смјер дејства приказан на слици. У тачки А је плоча везана за сферни зглоб, у тачки С за цилиндрично лежиште, а у тачки D за лаки крути штап DE.



3. Одредити минималну вриједност силе P за коју ће систем приказан на слици бити у равнотежи, а потом реакције веза. Коефицијент трења клизања између додирних површина је $\mu = 0,3$. Занемарити трење између ужета и диска С и трење у лежиштима. Трење између ужета и диска D није занемарљиво! Маса диска D се може занемарити. Дато је: $Q = 10 \text{ kN}$ и $G = 6 \text{ kN}$.

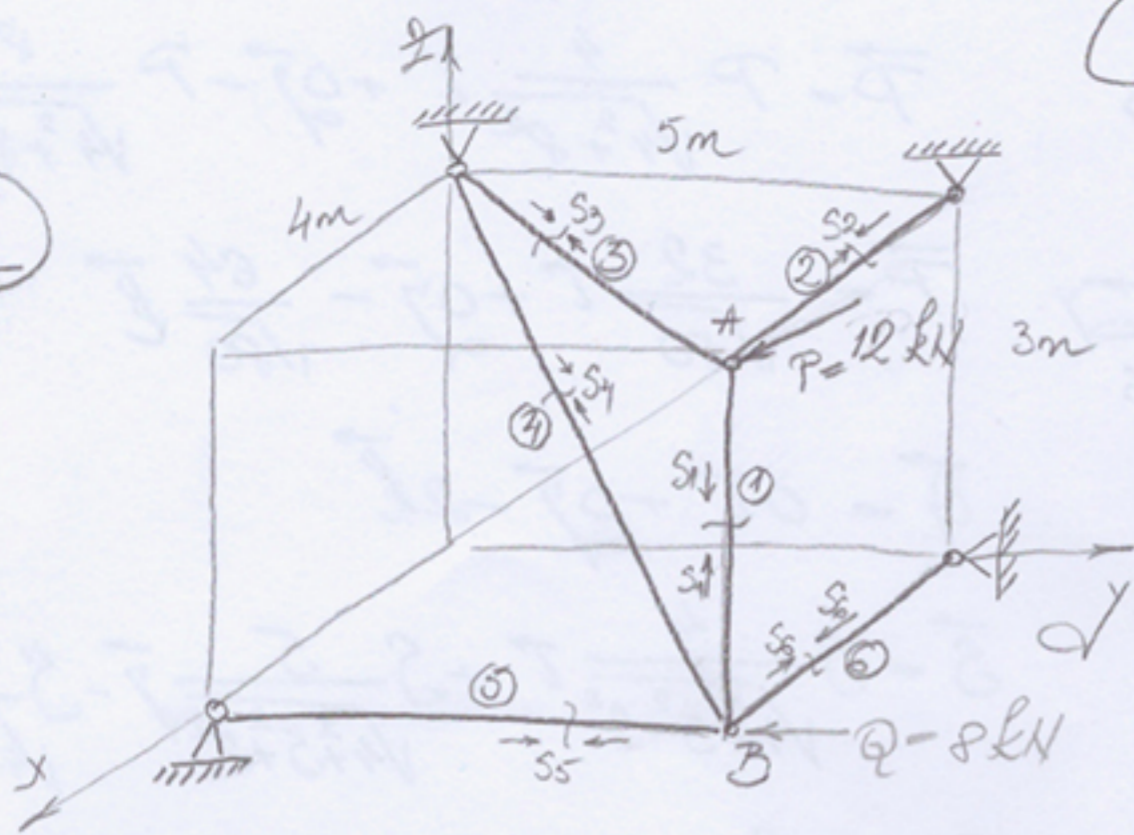


Предметни наставник:
 Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
 Раде Грујичић

Статика - I колковизум

1



$$\vec{P} = -12 \cdot \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}} \vec{i} - 12 \cdot \frac{5}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}} \vec{j} - 12 \cdot \frac{3}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}} \vec{k}$$

$$\vec{P} = -\frac{48}{\sqrt{50}} \vec{i} - \frac{60}{\sqrt{50}} \vec{j} - \frac{36}{\sqrt{50}} \vec{k}$$

$$\vec{Q} = 0\vec{i} - 8\vec{j} + 0\vec{k}$$

Узлы A:

$$\vec{S}_1 = 0\vec{i} + 0\vec{j} - S_1\vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = -S_2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = -S_3 \frac{4}{\sqrt{4^2+5^2}} \vec{i} - S_3 \frac{5}{\sqrt{4^2+5^2}} \vec{j} + 0\vec{k} = -\frac{4S_3}{\sqrt{41}} \vec{i} - \frac{5S_3}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0\vec{k}$$

Узлы B:

$$\vec{S}_4 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + S_4\vec{k}$$

$$\vec{S}_5 = -S_5 \frac{4}{\sqrt{50}} \vec{i} - S_5 \frac{5}{\sqrt{50}} \vec{j} + S_5 \frac{3}{\sqrt{50}} \vec{k}$$

$$\vec{S}_6 = 0\vec{i} - S_6\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{S}_7 = -S_7\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

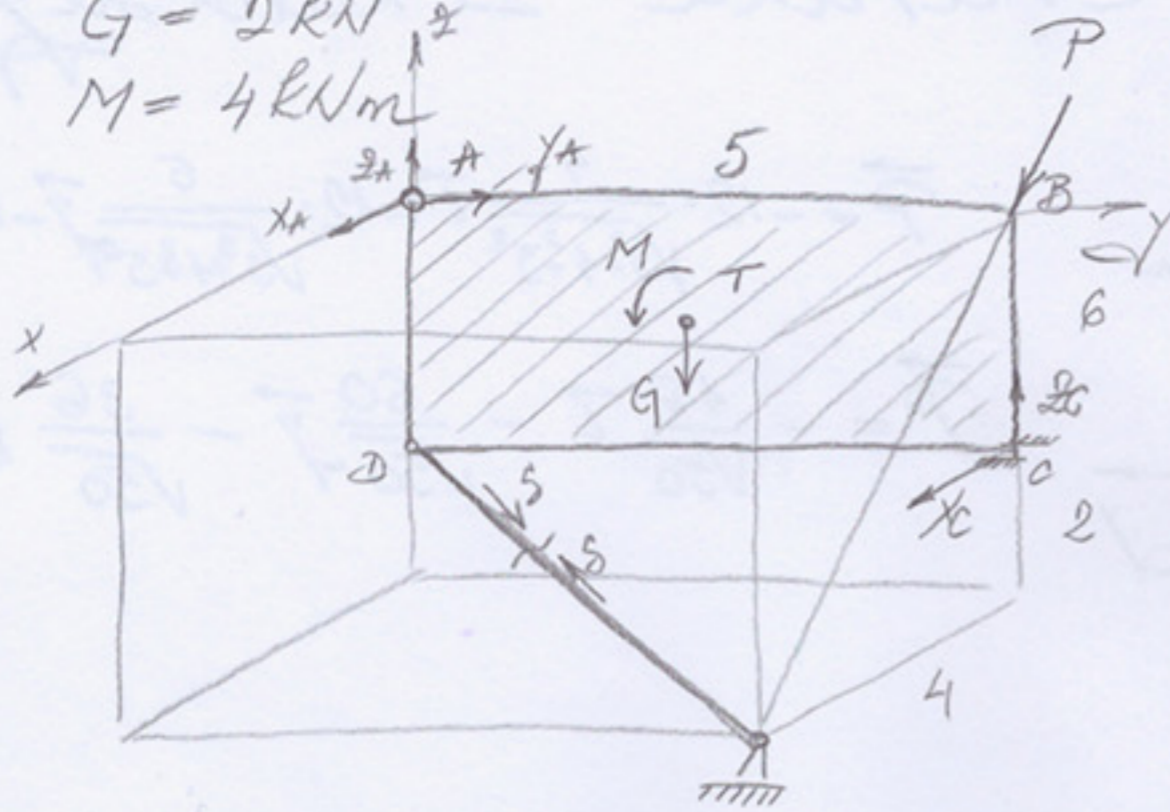
$$\vec{F}_{RA} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} F_{RAx} = 0 \rightarrow -\frac{4P}{\sqrt{50}} - S_2 - \frac{4S_3}{\sqrt{41}} = 0 \rightarrow S_2 = -\frac{4P}{\sqrt{50}} + \frac{4}{\sqrt{41}} \frac{12\sqrt{41}}{\sqrt{50}} = 0 \\ F_{RAy} = 0 \rightarrow -\frac{60}{\sqrt{50}} - \frac{5S_3}{\sqrt{41}} = 0 \rightarrow S_3 = -\frac{12\sqrt{41}}{\sqrt{50}} = -10,87 \text{ kN} \\ F_{RAz} = 0 \rightarrow -\frac{36}{\sqrt{50}} - S_1 = 0 \rightarrow S_1 = -\frac{36}{\sqrt{50}} = -5,09 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{RB} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} F_{RBx} = 0 \rightarrow -\frac{4S_4}{\sqrt{50}} - S_6 = 0 \rightarrow S_6 = -\frac{4S_4}{\sqrt{50}} = -\frac{4P}{\sqrt{50}} = -6,79 \text{ kN} \\ F_{RBy} = 0 \rightarrow -\frac{5S_4}{\sqrt{50}} - S_5 - P = 0 \rightarrow S_5 = -\frac{5S_4}{\sqrt{50}} - P = -\frac{60}{\sqrt{50}} - P = -16,49 \text{ kN} \\ F_{RBz} = 0 \rightarrow S_1 + \frac{3S_4}{\sqrt{50}} = 0 \rightarrow S_4 = -\frac{\sqrt{50}}{3} S_1 = +\frac{\sqrt{50}}{3} \frac{36}{\sqrt{50}} = 12 \text{ kN} \end{cases}$$

сила [kN]	сжатие	натяжение
S_1	5,09	
S_2	0	
S_3	10,87	
S_4		12
S_5	16,49	
S_6	6,79	

②

$P = 8 \text{ kN}$
 $G = 2 \text{ kN}$
 $M = 4 \text{ kNm}$



$$\vec{P} = P \frac{4}{\sqrt{4^2+8^2}} \vec{i} + 0\vec{j} - P \frac{8}{\sqrt{4^2+8^2}} \vec{k}$$

$$\vec{P} = \frac{32}{\sqrt{80}} \vec{i} + 0\vec{j} - \frac{64}{\sqrt{80}} \vec{k}$$

$$\vec{G} = 0\vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\vec{S} = S \frac{4}{\sqrt{4^2+5^2+2^2}} \vec{i} + S \frac{5}{\sqrt{4^2+5^2+2^2}} \vec{j} - S \frac{2}{\sqrt{4^2+5^2+2^2}} \vec{k}$$

$$\vec{S} = \frac{4S}{\sqrt{45}} \vec{i} + \frac{5S}{\sqrt{45}} \vec{j} - \frac{2S}{\sqrt{45}} \vec{k}$$

$$\vec{R}_A = x_A \vec{i} + y_A \vec{j} + z_A \vec{k}$$

$$\vec{R}_C = x_C \vec{i} + 0\vec{j} + z_C \vec{k}$$

$$\vec{r}_A = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{r}_B = 0\vec{i} + 5\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{r}_C = 0\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k}$$

$$\vec{r}_D = 0\vec{i} + 0\vec{j} - 6\vec{k}$$

$$\vec{r}_T = 0\vec{i} + 2.5\vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} F_{Rx} = 0 \Rightarrow \sum X_i = 0 & (1) \\ F_{Ry} = 0 \Rightarrow \sum Y_i = 0 & (2) \\ F_{Rz} = 0 \Rightarrow \sum Z_i = 0 & (3) \end{cases}$$

$$\vec{M}_R = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} M_{Rx} = 0 \Rightarrow \sum M_{X_i} = 0 & (4) \\ M_{Ry} = 0 \Rightarrow \sum M_{Y_i} = 0 & (5) \\ M_{Rz} = 0 \Rightarrow \sum M_{Z_i} = 0 & (6) \end{cases}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{R}_A} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{P}} = \vec{r}_B \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 5 & 0 \\ \frac{32}{\sqrt{80}} & 0 & -\frac{64}{\sqrt{80}} \end{vmatrix} = -\frac{320}{\sqrt{80}} \vec{i} + 0\vec{j} - \frac{160}{\sqrt{80}} \vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{R}_C} = \vec{r}_C \times \vec{R}_C = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 5 & -6 \\ x_C & 0 & z_C \end{vmatrix} = 5z_C \vec{i} - 6x_C \vec{j} - 5x_C \vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{S}} = \vec{r}_D \times \vec{S} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -6 \\ \frac{4S}{\sqrt{45}} & \frac{5S}{\sqrt{45}} & -\frac{2S}{\sqrt{45}} \end{vmatrix} = \frac{30S}{\sqrt{45}} \vec{i} - \frac{24S}{\sqrt{45}} \vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{G}} = \vec{r}_T \times \vec{G} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2.5 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -5\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \quad (6) \Rightarrow -\frac{160}{\sqrt{80}} - 5x_C = 0 \Rightarrow x_C = -\frac{32}{\sqrt{80}} = -3.58 \text{ kN}$$

$$(5) \Rightarrow -6x_C - \frac{24}{\sqrt{45}} S = 0 \Rightarrow S = +\frac{\sqrt{45}}{24} \cdot 6 \cdot \frac{32}{\sqrt{80}} = 6 \text{ kN}$$

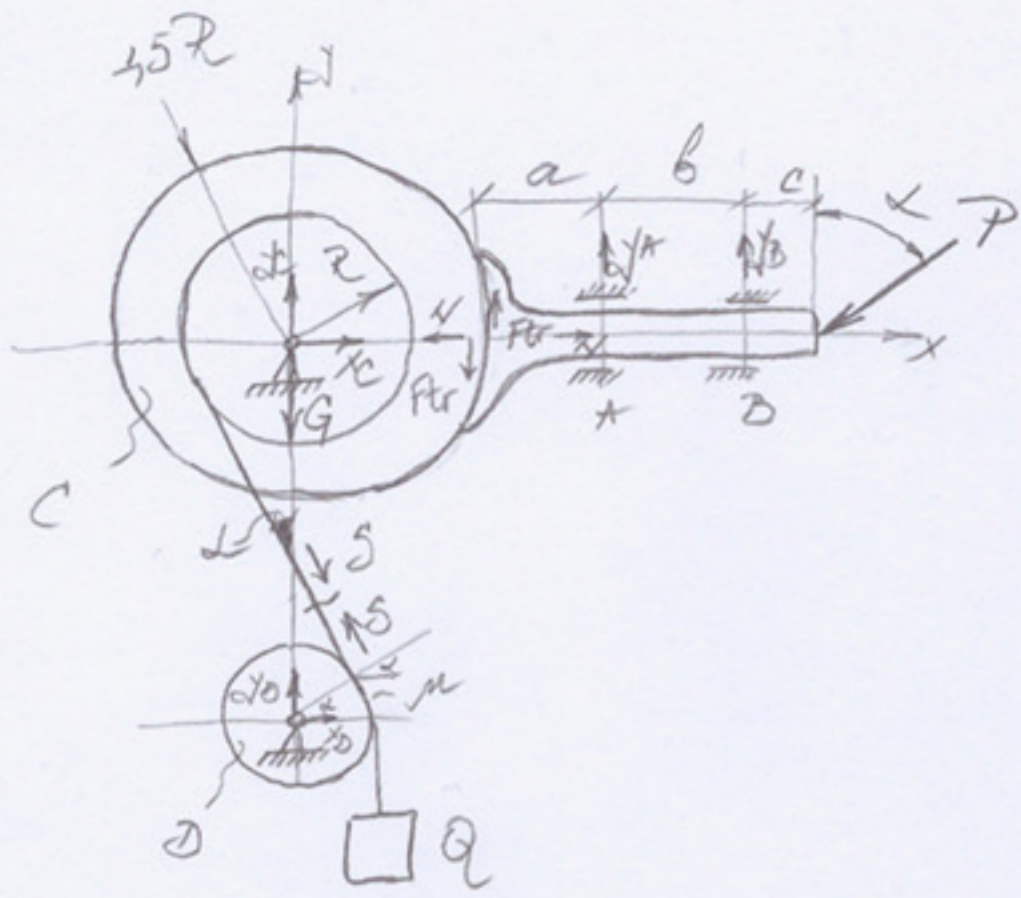
$$(4) \Rightarrow -\frac{320}{\sqrt{80}} + 5z_C + \frac{30}{\sqrt{45}} S - 5 + 4 = 0 \Rightarrow z_C = \frac{1}{5} \left(\frac{320}{\sqrt{80}} - \frac{30}{\sqrt{45}} \cdot 6 + 1 \right) = 1.99 \text{ kN}$$

$$(1) \Rightarrow x_A = -x_C - \frac{4}{\sqrt{45}} S - \frac{32}{\sqrt{80}} = \frac{32}{\sqrt{80}} - \frac{24}{\sqrt{45}} - \frac{32}{\sqrt{80}} - \frac{24}{\sqrt{45}} = -3.58 \text{ kN}$$

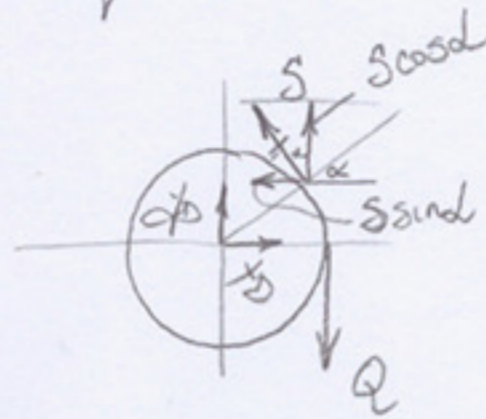
$$(2) \Rightarrow y_A = -\frac{5}{\sqrt{45}} S = -\frac{30}{\sqrt{45}} = -4.47 \text{ kN}$$

$$(3) \Rightarrow z_A = -z_C + \frac{2S}{\sqrt{45}} + 2 + \frac{64}{\sqrt{80}} = -1.99 + \frac{12}{\sqrt{45}} + 2 + \frac{64}{\sqrt{80}} = 8.96 \text{ kN}$$

3



Wzrost 2

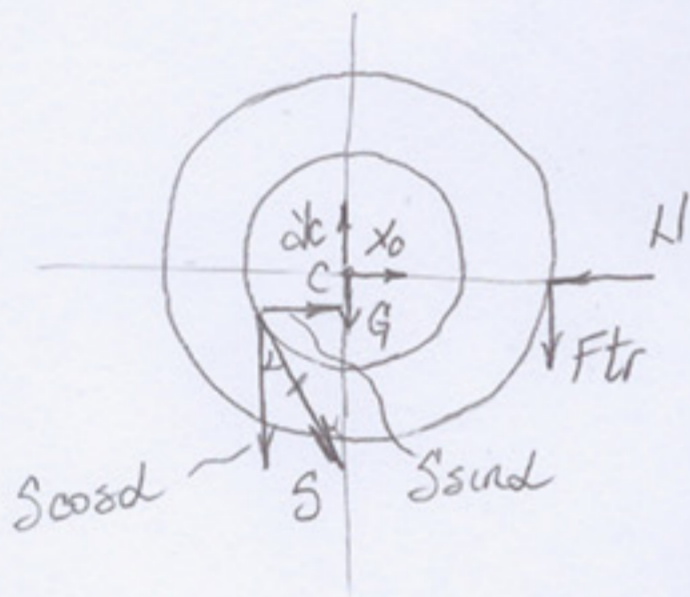


$$Q = S \cos \alpha \Rightarrow S = \frac{Q}{\cos \alpha}$$

$$X_B = S \sin \alpha$$

$$Y_B = -S \cos \alpha + Q = Q(1 - \frac{1}{\cos \alpha})$$

Wzrost C



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow SR - F_{tr} \cdot 1,5R = 0 \Rightarrow S = 1,5 F_{tr}$$

$$F_{tr} = \frac{S}{1,5} = \frac{Q e^{-\mu d}}{1,5} \quad \mu = \frac{F_{tr}}{N} = \frac{Q e^{-\mu d}}{1,5N}$$

$$\sum X_i^C = 0 \Rightarrow X_C - H + S \sin \alpha = 0$$

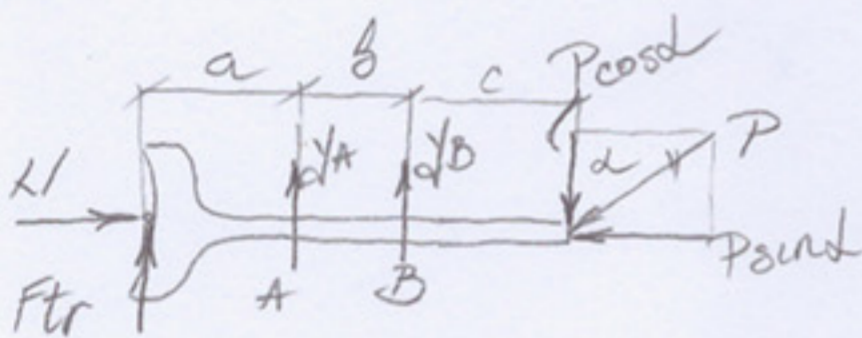
$$X_C = H - S \sin \alpha = Q e^{-\mu d} \left(\frac{1}{1,5\mu} - \sin \alpha \right)$$

$$\sum Y_i^C = 0 \Rightarrow Y_C - G - F_{tr} - S \cos \alpha = 0$$

$$Y_C = G + \frac{Q e^{-\mu d}}{1,5} + Q e^{-\mu d} \cos \alpha$$

$$Y_C = G + Q e^{-\mu d} \left(\frac{1}{1,5} + \cos \alpha \right)$$

Wzrost AB



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{tr} \cdot a - Y_B \cdot b + P \cos \alpha (b+c) = 0$$

$$Y_B = \frac{1}{b} (F_{tr} \cdot a + P \cos \alpha (b+c))$$

$$\sum X_i^{AB} = 0 \Rightarrow P = \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$\sum Y_i^{AB} = 0 \Rightarrow Y_A = P \cos \alpha - F_{tr} - Y_B$$