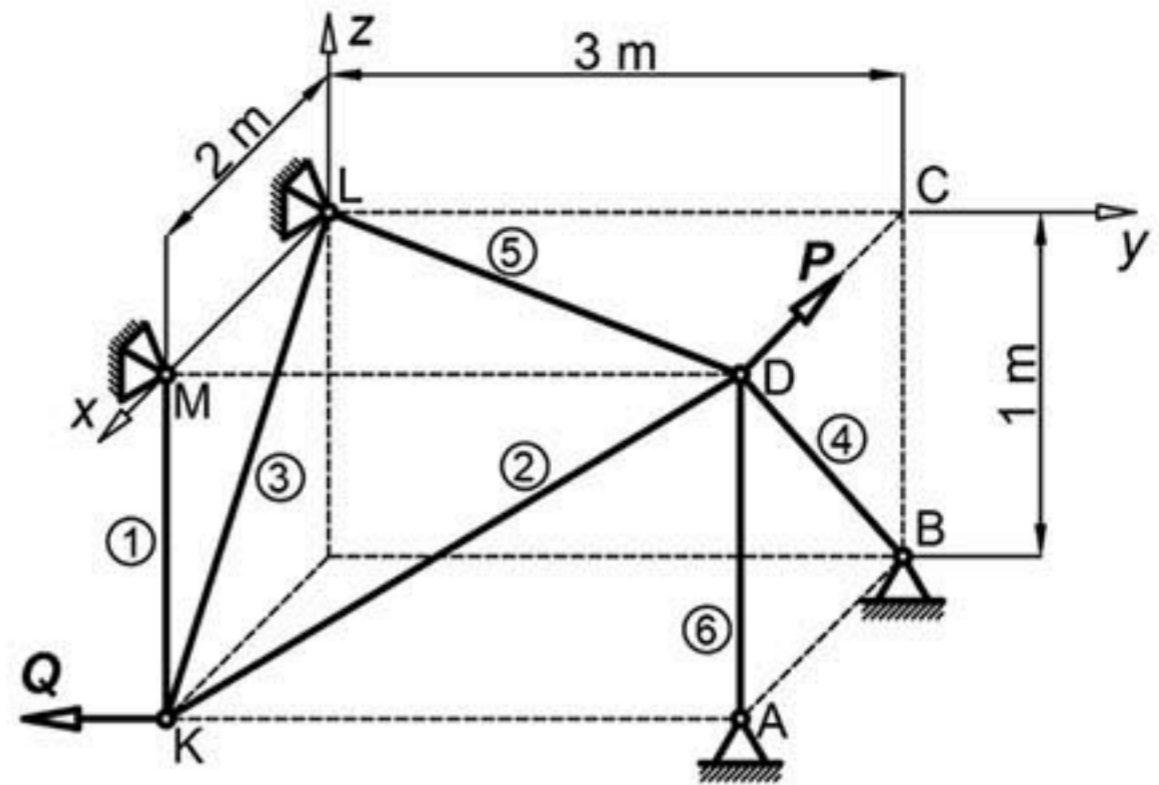
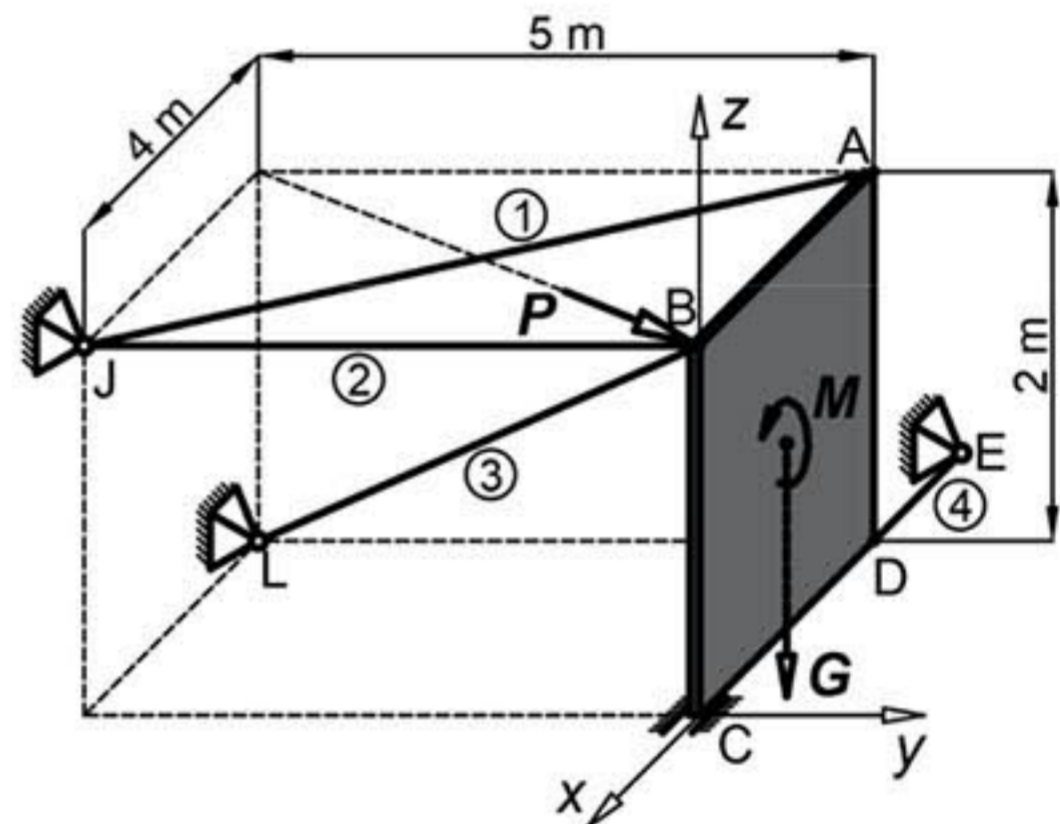


ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ СТАТИКЕ

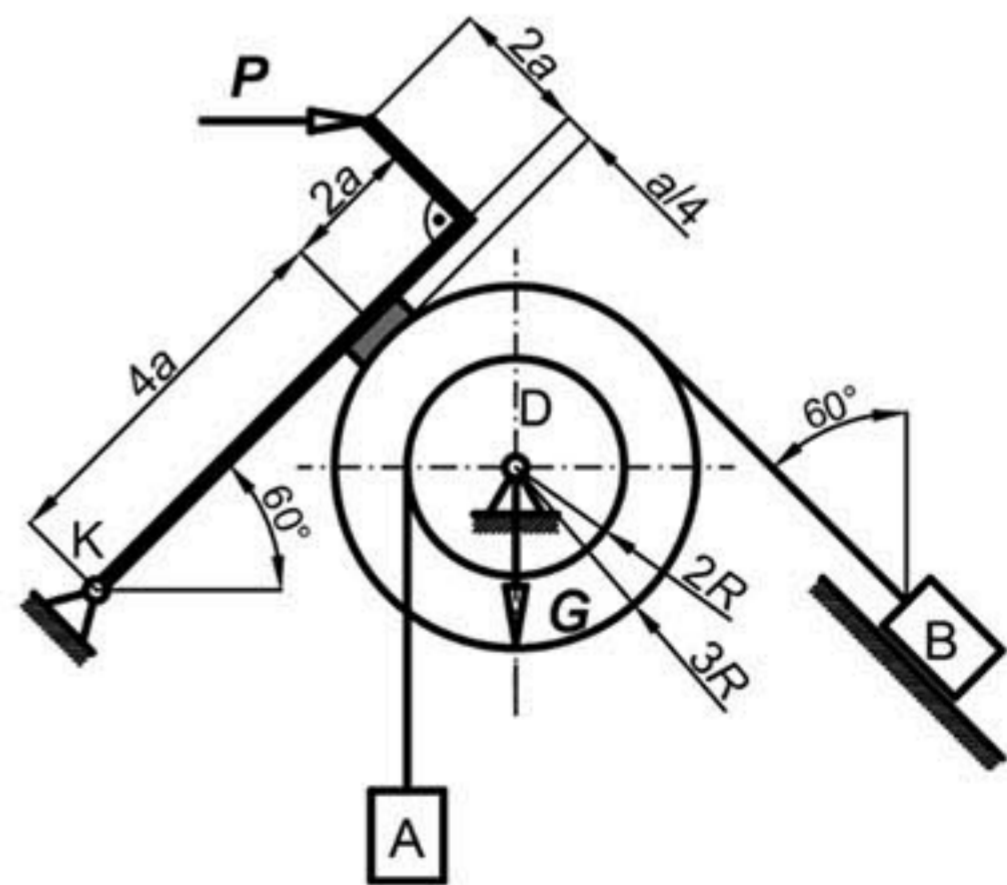
1. Методом исијецања чворова одредити интензитет сила у лаким крутим штаповима конструкције приказане на слици и тип оптерећења коме су штапови изложени. Интензитет силе P је 8 kN , а њен правац се поклапа са правцем DC ивице квадрата. Интензитет силе Q је 12 kN , а њен правац се поклапа са правцем KA ивице квадрата.



2. Одредити реакције веза хомогене плоче тежине $G = 2 \text{ kN}$ приказане на слици. На плочу у тачки B дјелује сила P интензитета 6 kN , док у равни плоче дјелује момент M интензитета 6 kNm , чији је смјер дејства приказан на слици. Плоча је у тачки C везана за цилиндрични зглоб, а у тачкама A , B и D за лаке круте штапове. Координатни почетак се налази у тачки C .



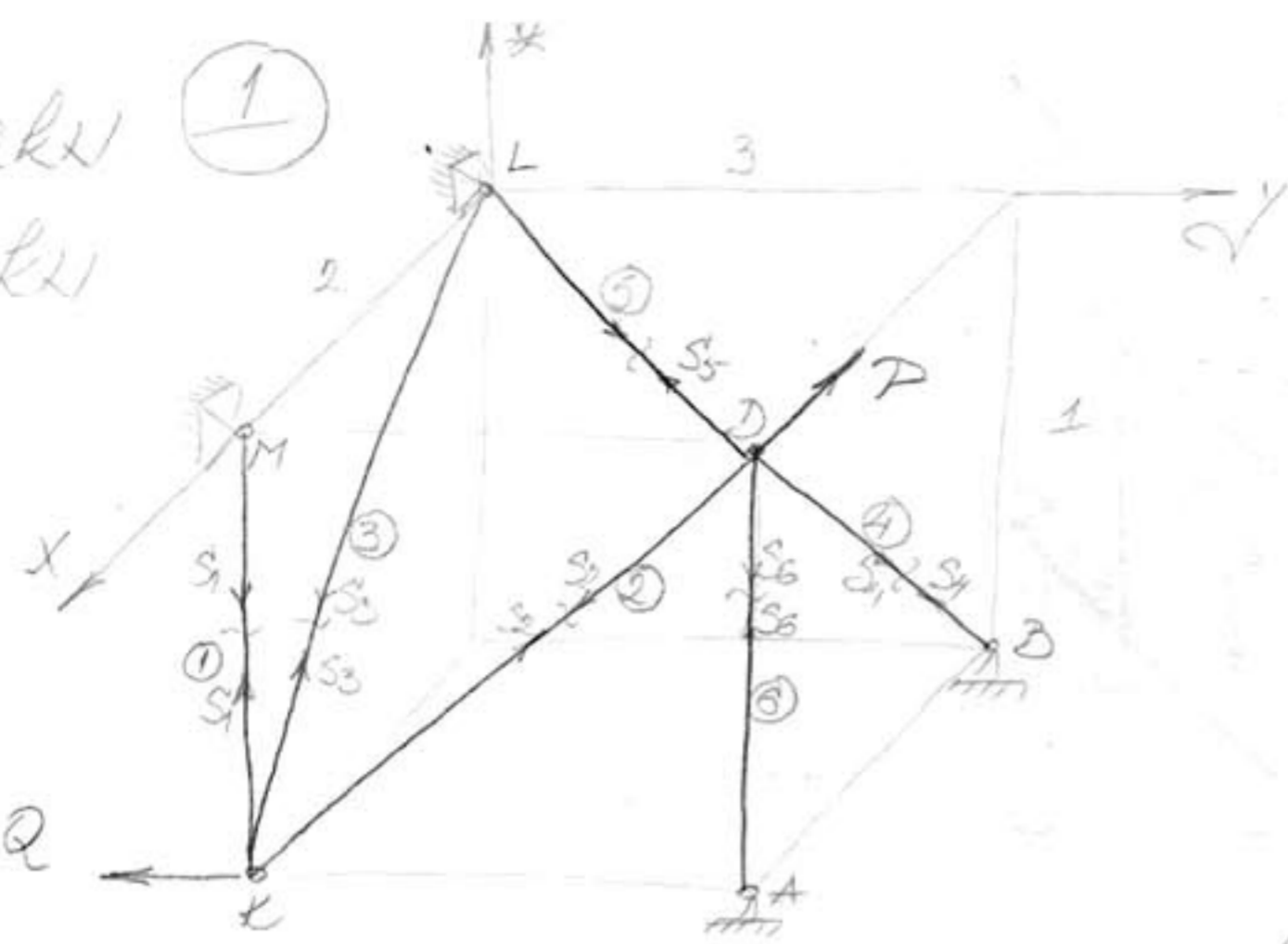
3. Одредити минималну вриједност хоризонталне силе P која ће обезбједити равнотежни положај система приказаног на слици. Потом одредити реакције веза у систему. Тијело B тежине 8 kN лежи на глаткој подлози. Тежина диска D износи $G = 4 \text{ kN}$, а тијела A 12 kN . Дато је $a = 1 \text{ m}$. Масе кочнице и ужади су занемарљиве, као и сви отпори осим трења између кочнице и диска које треба узети у обзир преко коефицијента трења који износи $0,25$.



Предметни наставник:
 Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
 Раде Грујичић

Q = 12 kN
 P = 8 kN



Точка
 I каюк бы.

Узлы K:

$$\vec{S}_1 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + S_1\vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = 0\vec{i} + S_2 \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{j} + S_2 \frac{1}{\sqrt{10}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = -S_3 \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i} + 0\vec{j} + S_3 \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}$$

$$\vec{Q} = 0\vec{i} - Q\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$F_{rx}^K = 0 \Rightarrow -S_3 \frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \quad (1)$$

$$F_{ry}^K = 0 \Rightarrow S_2 \frac{3}{\sqrt{10}} - 12 = 0 \quad (2)$$

$$F_{rz}^K = 0 \Rightarrow S_1 + \frac{S_2}{\sqrt{10}} + \frac{S_3}{\sqrt{5}} = 0 \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow S_3 = 0$$

$$(2) \Rightarrow S_2 = 4\sqrt{10} = 12,65 \text{ kN}$$

$$(3) \Rightarrow S_1 = -\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot 4\sqrt{10} = -4 \text{ kN}$$

$$(5) \Rightarrow S_5 = -\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{10}} \cdot 4\sqrt{10} = -4\sqrt{13} = -14,42 \text{ kN}$$

$$(4) \Rightarrow S_4 = \left(+\frac{2}{\sqrt{13}} \cdot 4\sqrt{13} - 8 \right) \frac{\sqrt{5}}{2} = 0 \text{ kN}$$

$$(6) \Rightarrow S_6 = -\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot 4\sqrt{10} = -4 \text{ kN}$$

Узлы D:

$$\vec{S}_2 = 0\vec{i} - \frac{S_2 \cdot 3}{\sqrt{10}}\vec{j} - \frac{S_2}{\sqrt{10}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_4 = -S_4 \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i} + 0\vec{j} - S_4 \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_5 = -S_5 \frac{2}{\sqrt{13}}\vec{i} - S_5 \frac{3}{\sqrt{13}}\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{S}_6 = 0\vec{i} + 0\vec{j} - S_6\vec{k}$$

$$\vec{P} = -P\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$F_{rx}^D = 0 \Rightarrow -\frac{2S_4}{\sqrt{5}} - \frac{2S_5}{\sqrt{13}} - 8 = 0 \quad (4)$$

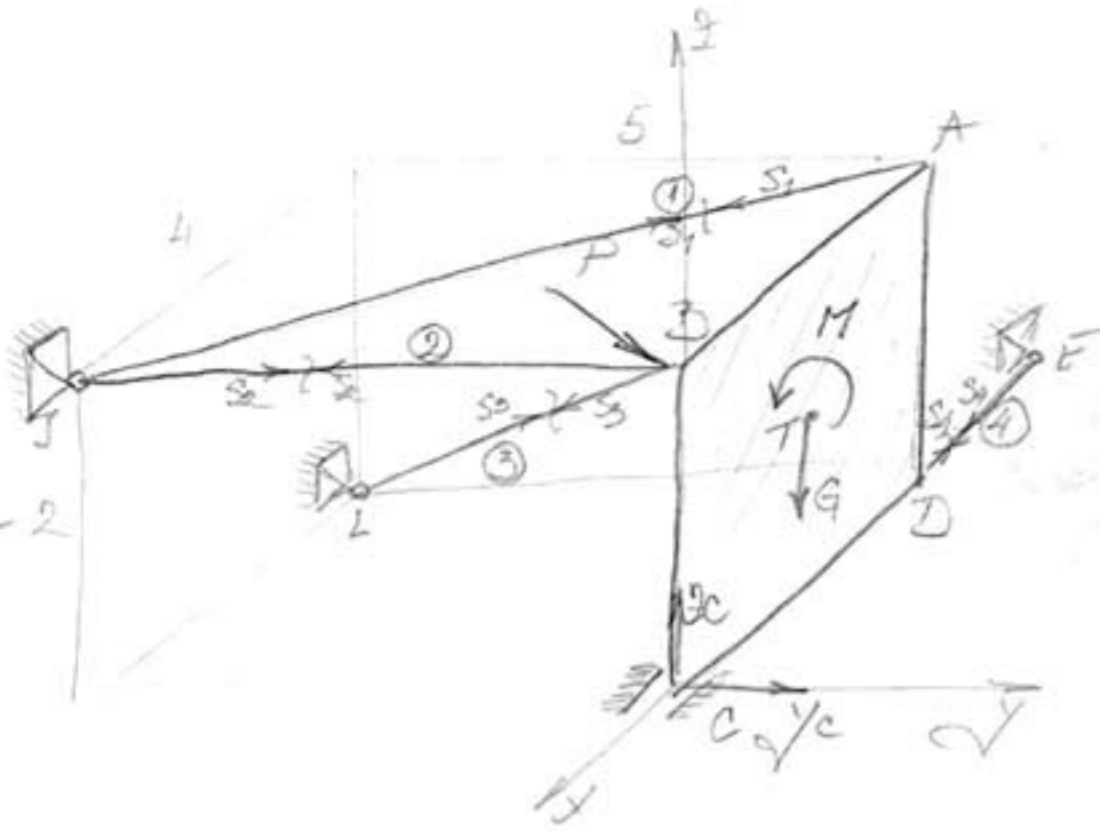
$$F_{ry}^D = 0 \Rightarrow -\frac{3S_2}{\sqrt{10}} - \frac{3S_5}{\sqrt{13}} = 0 \quad (5)$$

$$F_{rz}^D = 0 \Rightarrow -\frac{S_2}{\sqrt{10}} - \frac{S_4}{\sqrt{5}} - S_6 = 0 \quad (6)$$

сила [кН]	типич.	напр.
S ₁	4	
S ₂		12,65
S ₃		0
S ₄		0
S ₅	14,42	
S ₆	4	

2

$P = 8 \text{ kN}$
 $G = 2 \text{ kN}$
 $M = 6 \text{ kNm}$



$$\vec{P} = P \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{i} + P \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{G} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} - G \vec{k}$$

$$\vec{R}_C = 0 \vec{i} + y_c \vec{j} + z_c \vec{k}$$

$$\vec{S}_1 = S_1 \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{i} + S_1 \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = 0 \vec{i} - S_2 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = -S_3 \frac{4}{\sqrt{45}} \vec{i} - S_3 \frac{5}{\sqrt{45}} \vec{j} - S_3 \frac{2}{\sqrt{45}} \vec{k}$$

$$\vec{S}_4 = -S_4 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M} = 0 \vec{i} + M \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{P}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ \frac{4P}{\sqrt{41}} & \frac{5P}{\sqrt{41}} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{10P}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{8P}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{G}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -G \end{vmatrix} = 0 \vec{i} - 2G \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{R}_C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_c & z_c \end{vmatrix} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 0 & 2 \\ \frac{4S_1}{\sqrt{41}} & \frac{5S_1}{\sqrt{41}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{10S_1}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{8S_1}{\sqrt{41}} \vec{j} + \frac{20S_1}{\sqrt{41}} \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -S_2 & 0 \end{vmatrix} = 2S_2 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ \frac{-1S_3}{\sqrt{45}} & \frac{-5S_3}{\sqrt{45}} & \frac{-2S_3}{\sqrt{45}} \end{vmatrix} = \frac{10S_3}{\sqrt{45}} \vec{i} - \frac{2S_3}{\sqrt{45}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_4} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$1. \sum F_{x_i} = 0 \Rightarrow \frac{4P}{\sqrt{41}} + \frac{4S_1}{\sqrt{41}} - \frac{4S_3}{\sqrt{45}} - S_4 = 0$$

$$2. \sum F_{y_i} = 0 \Rightarrow \frac{5P}{\sqrt{41}} + y_c - \frac{5S_1}{\sqrt{41}} - S_2 - \frac{5S_3}{\sqrt{45}} = 0$$

$$3. \sum F_{z_i} = 0 \Rightarrow -G + z_c - \frac{2S_3}{\sqrt{45}} = 0$$

$$4. \sum M_{x_i} = 0 \Rightarrow \frac{-10P}{\sqrt{41}} + \frac{10S_1}{\sqrt{41}} + 2S_2 + \frac{10S_3}{\sqrt{45}} = 0$$

$$5. \sum M_{y_i} = 0 \Rightarrow \frac{8P}{\sqrt{41}} - 2G + \frac{8S_1}{\sqrt{41}} - \frac{2S_3}{\sqrt{45}} + M = 0$$

$$6. \sum M_{z_i} = 0 \Rightarrow \frac{20S_1}{\sqrt{41}} = 0$$

$$6 \Rightarrow S_1 = 0 \text{ kN}$$

$$5 \Rightarrow S_3 = \frac{\sqrt{45}}{8} \left(\frac{8 \cdot 6}{\sqrt{41}} - 2 \cdot 2 + 6 \right)$$

$$= \frac{\sqrt{45}}{8} \frac{48 + 2\sqrt{41}}{\sqrt{41}}$$

$$= \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{41}} \frac{24 + \sqrt{41}}{4} = 7,96 \text{ kN}$$

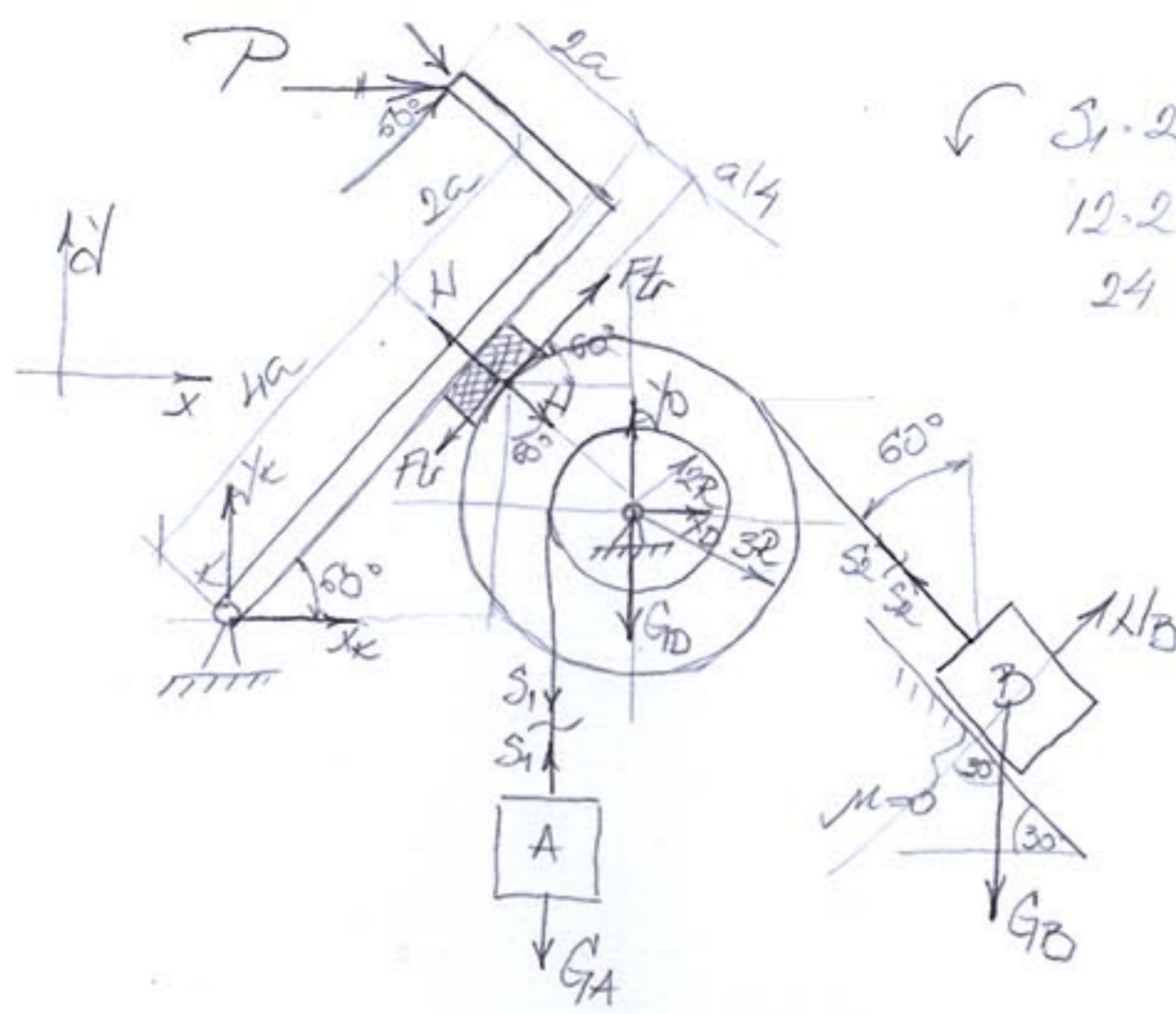
$$4 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 6}{\sqrt{41}} - \frac{10 \cdot 5}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{41}} \frac{24 + \sqrt{41}}{4} \right) = \frac{120 - 120 - 5\sqrt{41}}{4\sqrt{41}} = -\frac{5}{4} = -1,25 \text{ kN}$$

$$3 \Rightarrow z_c = 2 + \frac{2}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{41}} \frac{24 + \sqrt{41}}{4} = \frac{8\sqrt{41} + 48 + 2\sqrt{41}}{4\sqrt{41}} = \frac{5\sqrt{41} + 24}{2\sqrt{41}} = 4,37 \text{ kN}$$

$$2 \Rightarrow y_c = -\frac{5 \cdot 6}{\sqrt{41}} - \frac{5}{4} + \frac{5}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{41}} \frac{24 + \sqrt{41}}{4} = \frac{-120 - 5\sqrt{41} + 120 + 5\sqrt{41}}{4\sqrt{41}} = 0 \text{ kN}$$

$$1 \Rightarrow S_4 = \frac{4 \cdot 6}{\sqrt{41}} - \frac{4}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{41}} \frac{24 + \sqrt{41}}{4} = \frac{24 - 24 - \sqrt{41}}{\sqrt{41}} = -1 \text{ kN}$$

3) $P_{min} = ?$
 $G_B = 8 \text{ kN}$
 $G_D = 4 \text{ kN}$
 $G_A = 12 \text{ kN}$
 $a = 1 \text{ m}$
 $\mu = 0,25$



$\downarrow S_1 \cdot 2R > S_2 \cdot 3R \quad | : R$
 $12 \cdot 2 > 4 \cdot 3$
 $24 > 12$ *лучше иная*
тенгемчүү
одарьжар
тогиршилсон
магсмаархсан
сүлжүү

үүгээр А:
 $S_1 = G_A = 12 \text{ kN}$

үүгээр В:
 $S_2 = G_B \sin 30^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ kN}$
 $H_B = G_B \cos 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ kN}$

үүгээр D:
 $\sum M_D = 0 \Rightarrow S_1 \cdot 2R - S_2 \cdot 3R - F_{tr} \cdot 3R = 0$
 $\sum X_i = 0 \Rightarrow X_D + S_2 \sin 60^\circ + H_B \sin 60^\circ + F_{tr} \cdot \cos 60^\circ = 0$
 $\sum Y_i = 0 \Rightarrow Y_D - S_1 - G_D - S_2 \cos 60^\circ - H_B \cos 60^\circ + F_{tr} \sin 60^\circ = 0$

$$F_{tr} = \frac{2S_1 - 3S_2}{3} = \frac{24 - 12}{3} = 4 \text{ kN}$$

$$F_{tr} = \mu N \Rightarrow N = \frac{4}{0,25} = 16 \text{ kN}$$

$$X_D = -4 \frac{\sqrt{3}}{2} - 16 \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 \cdot \frac{1}{2} = -10\sqrt{3} - 2 = -19,32 \text{ kN}$$

$$Y_D = 12 + 4 + 4 \cdot \frac{1}{2} + 16 \cdot \frac{1}{2} - 4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 26 - 2\sqrt{3} = 22,54 \text{ kN}$$

үүгээр К:
 $\sum X_i = 0 \Rightarrow X_K + P - F_{tr} \cos 60^\circ - N \sin 60^\circ = 0$
 $\sum Y_i = 0 \Rightarrow Y_K - F_{tr} \sin 60^\circ + N \cos 60^\circ = 0$
 $\sum M_K = 0 \Rightarrow N \cdot 4a - F_{tr} \frac{a}{4} - P \cos 60^\circ \cdot 2a - P \sin 60^\circ \cdot 6a = 0 \quad | : a$

$$P = \frac{4N - F_{tr}/4}{2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{64 - 1}{1 + 3\sqrt{3}} = \frac{63}{1 + 3\sqrt{3}} = 10,17 \text{ kN}$$

$$X_K = -\frac{63}{1 + 3\sqrt{3}} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 16 \frac{\sqrt{3}}{2} = -10,17 + 2 + 8\sqrt{3} = 5,69 \text{ kN}$$

$$Y_K = 4 \frac{\sqrt{3}}{2} - 16 \cdot \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} - 8 = -4,54 \text{ kN}$$