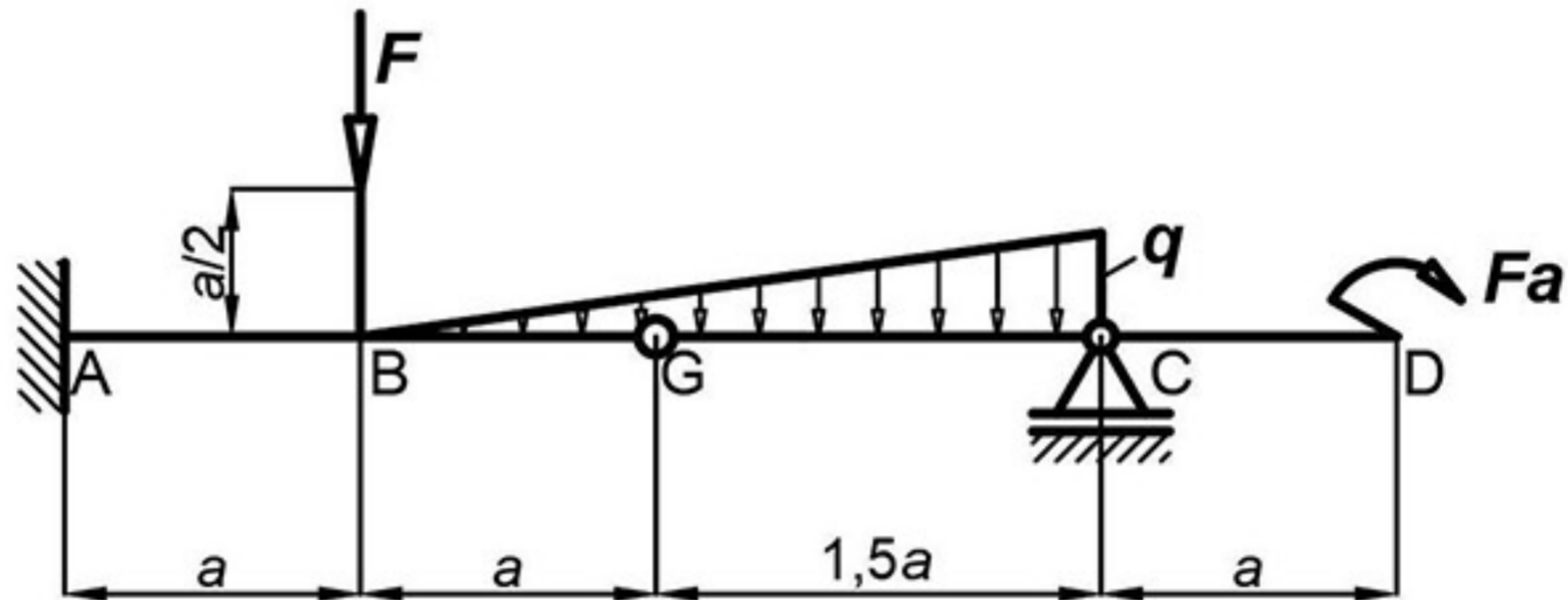


ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ СТАТИКЕ

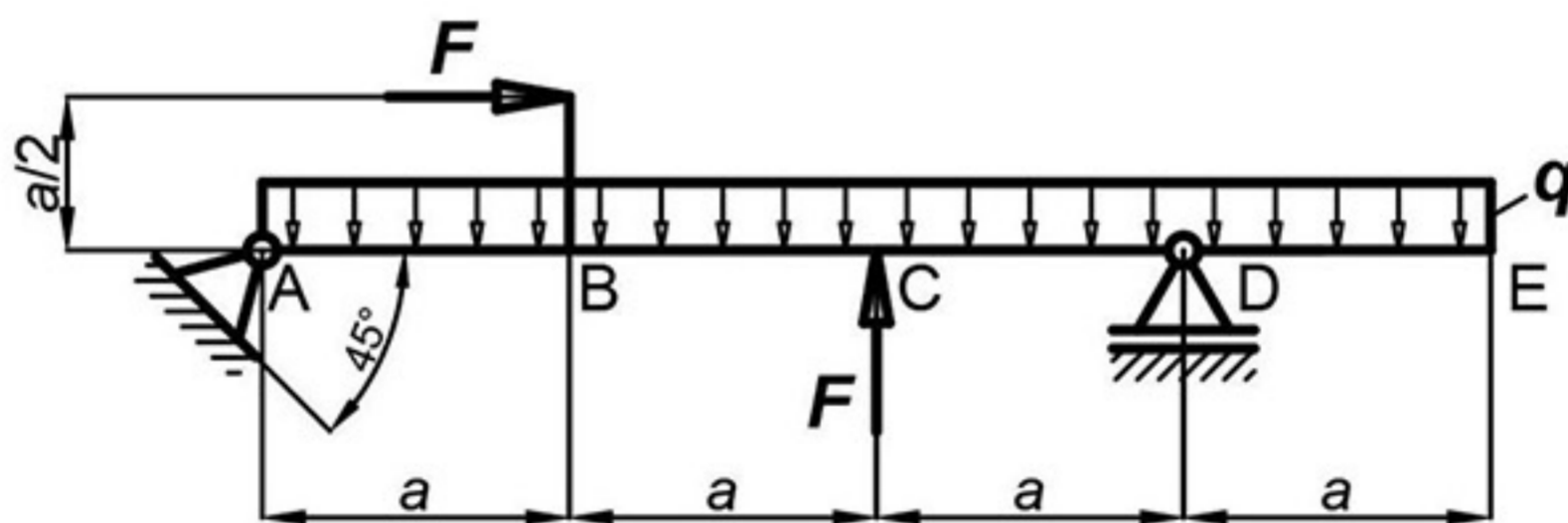
1. Одредити реакције веза носача приказаног на слици, а потом нацртати статичке дијаграме. Одредити функцију промјене унутрашњих сила на сегменту $G \div C$.

Дато је: $F = 2 \text{ kN}$, $q = 3 \text{ kN/m}$ и $a = 2 \text{ m}$.



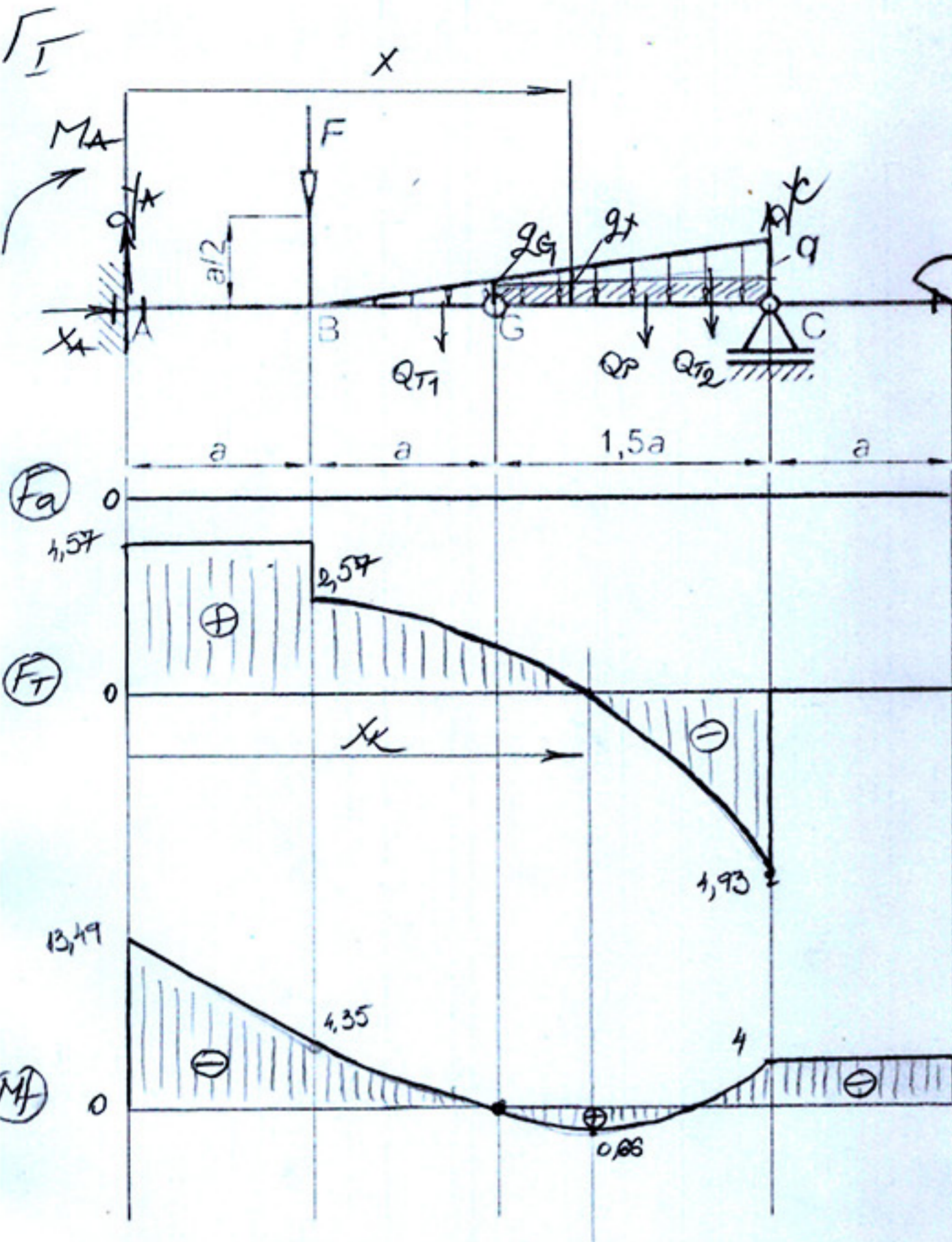
2. Одредити реакције веза носача приказаног на слици, а потом нацртати статичке дијаграме. Одредити функцију промјене унутрашњих сила на сегменту $B \div C$.

Дато је: $F = 2 \text{ kN}$, $q = 3 \text{ kN/m}$ и $a = 2 \text{ m}$.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић



$$\frac{2q}{a} = \frac{q}{2.5a} \Rightarrow \underline{2q} = \frac{3}{2.5} = 1.2 \frac{kN}{m}$$

$$Q_{T1} = \frac{1}{2} a q = \frac{1}{2} 2 \cdot 1.2 = 1.2 \text{ kN}$$

$$F_a \quad Q_{T2} = \frac{1}{2} 1.5a (q - 2q) = 1.5 \cdot 1.8 = 2.7 \text{ kN}$$

$$Q_P = 2q \cdot 1.5a = 1.2 \cdot 1.5 \cdot 2 = 3.6 \text{ kN}$$

$$* M_G^d = 0 \Rightarrow F_a = y_c \cdot 1.5a + Q_P \frac{1.5a}{2} + Q_{T2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.5a = 0$$

$$y_c = \frac{F + 0.75 Q_P + Q_{T2}}{1.5} = \frac{2 + 0.75 \cdot 3.6 + 2.7}{1.5} = 4.93 \text{ kN}$$

$$* \sum X_i = 0 \Rightarrow X_A = 0$$

$$* \sum Y_i = 0 \Rightarrow y_A - F - \frac{1}{2} 2.5a \cdot 2q + y_c = 0$$

$$y_A = 2 + 2.5 \cdot 3 - 4.93 = 4.57 \text{ kN}$$

$$* \sum M_A = 0 \Rightarrow M_A + F_a + \frac{1}{2} 2.5a \cdot q (a + \frac{2}{3} 2.5a) - y_c \cdot 3.5a + F_a = 0$$

$$M_A = -13.49 \text{ kNm}$$

уточняем:

$$M_G^d = 0 \Rightarrow M_A + y_A \cdot 2a - F_a - Q_{T1} \cdot \frac{1}{3} a = 0$$

$$-13.49 + 4.57 \cdot 4 - 4 - 1.2 \cdot \frac{2}{3} = 0 \quad \text{Т}$$

$$M_A^l = 0$$

$$M_A^d = M_A = -13.49 \text{ kNm}$$

$$M_B^l = M_A + y_A \cdot a = -13.49 + 4.57 \cdot 2 = -4.35 \text{ kNm}$$

$$M_C^d = -F_a = -4 \text{ kNm}$$

$$M_D^l = -F_a = -4 \text{ kNm}$$

$$M_D^d = 0$$

G + C
x ∈ [2a, 3.5a]

$$* F_a = 0$$

$$F_t = y_A - F - \frac{1}{2} q x (x - a)$$

$$\frac{2x}{x-a} = \frac{q}{2.5a} \Rightarrow 2x = 0.6x - 1.2$$

$$F_t = 4.57 - 2 - (0.3x - 0.6)(x - 2)$$

$$= 2.57 - 0.3x^2 + 1.2x - 1.2$$

$$* F_t = 1.37 + 1.2x - 0.3x^2$$

Экстремальная функция

$$F_{tK} = 0$$

$$F_{tK} = 1.37 + 1.2x - 0.3x^2 \Rightarrow 0.3x^2 - 1.2x - 1.37 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1.2 \pm \sqrt{1.2^2 + 4 \cdot 0.3 \cdot 1.37}}{0.6} = \begin{cases} x_{K1} = 4.93 \text{ m} \\ x_{K2} = -0.93 \text{ m} \end{cases}$$

$$M_{fK} = -8.69 + 1.37 \cdot 4.93 + 0.6 \cdot 4.93^2 - 0.1 \cdot 4.93^3$$

$$= 0.66 \text{ kNm}$$

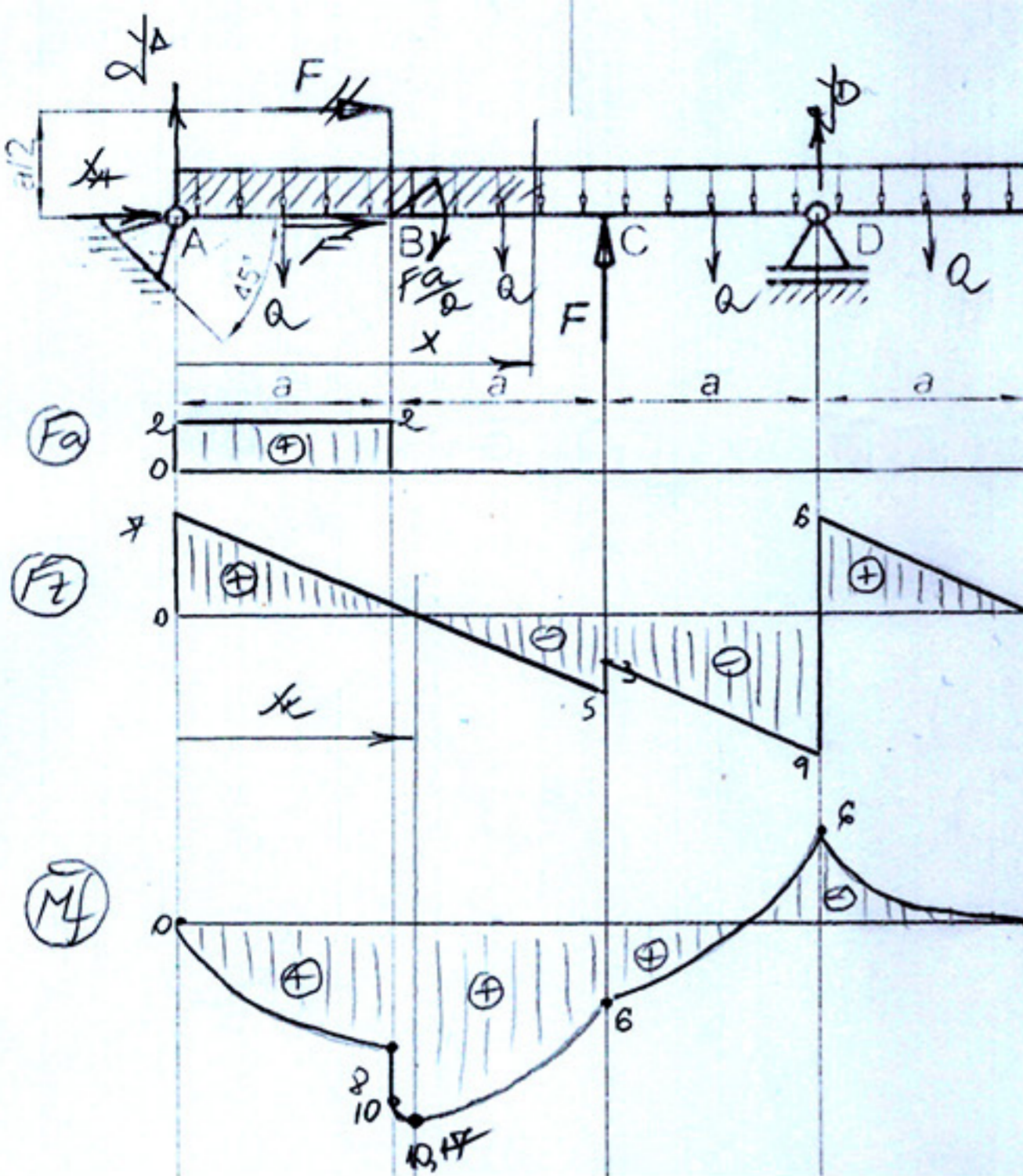
$$M_f = M_A + y_A x - F(x-a) - \frac{1}{2} q x (x-a) \frac{1}{3} (x-a)$$

$$= -13.49 + 4.57x - 2x + 4 - (0.3x - 0.6) \cdot \frac{(x-2)^2}{3}$$

$$= -9.49 + 2.57x + (-0.1x + 0.2)(x^2 - 4x + 4)$$

$$= -9.49 + 2.57x - 0.1x^3 + 0.4x^2 - 0.4x + 0.2x^2 - 0.8x + 0.8$$

$$* M_f = -8.69 + 1.37x + 0.6x^2 - 0.1x^3$$



$$Q = qa = 6 \text{ kN}$$

$$+ \sum X_i = 0 \Rightarrow X_A + F = 0 \Rightarrow X_A = -2 \text{ kN}$$

$$+ \sum Y_i = 0 \Rightarrow Y_A - 4Q + F + Y_D = 0$$

$$Y_A = 4Q - F - Y_D = -15 + 24 - 2 = 7 \text{ kN}$$

$$+ \sum M_A = 0 \Rightarrow \frac{F \cdot a}{2} + (4Q - F) \cdot 2a - Y_D \cdot 3a = 0$$

$$Y_D = \frac{1 + (4 \cdot 6 - 2) \cdot 2}{3} = 15 \text{ kN}$$

$$M_A^l = 0$$

$$M_{B^l} = Y_A \cdot a - Q \cdot \frac{a}{2} = 14 - 6 = 8 \text{ kNm}$$

$$M_{B^d} = Y_A \cdot a - Q \cdot \frac{a}{2} + \frac{F \cdot a}{2} = 8 + 2 = 10 \text{ kNm}$$

$$M_{C^d} = F \cdot a + Y_D \cdot 2a - 3Q \cdot 1.5a = 10 \text{ kNm}$$

$$M_{D^d} = Y_D \cdot a - 2Q \cdot a = 30 - 24 = 6 \text{ kNm}$$

$$M_D^l = -Q \cdot \frac{a}{2} = -6 \text{ kNm}$$

$$M_E^l = 0$$

$$B \div C \quad x \in [2, 4]$$

$$+ F_q = -X_A - F = 2 - 2 = 0$$

$$+ F_t = Y_A - 2x = 7 - 3x$$

$$+ M_f = Y_A x - 2x \cdot \frac{x}{2} + \frac{F \cdot a}{2} = 2 + 7x - 1.5x^2$$

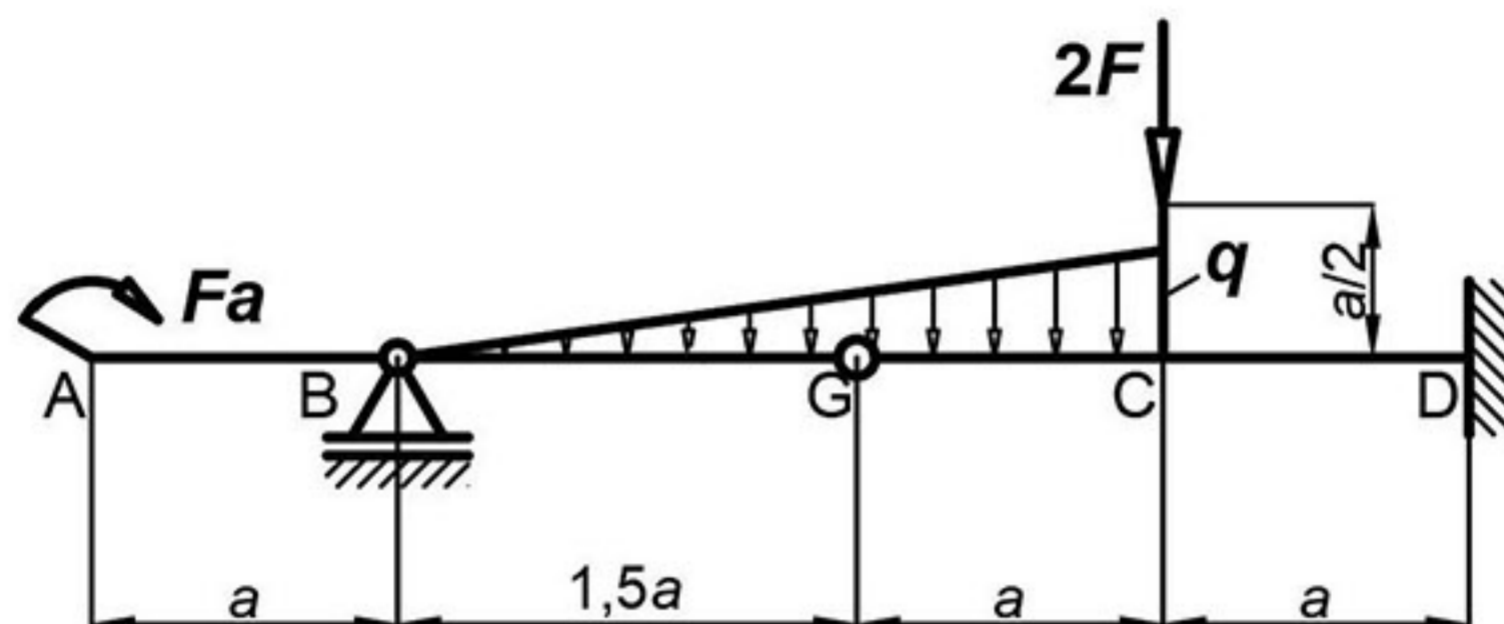
$$\left. \begin{array}{l} F_{tK} = 0 \\ F_{tK} = 7 - 3x_K \end{array} \right\} \Rightarrow x_K = \frac{7}{3} = 2.33 \text{ m}$$

$$M_{fK} = 2 + 7 \cdot \frac{7}{3} - 1.5 \cdot \frac{49}{9} = 10.17 \text{ kNm}$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ СТАТИКЕ

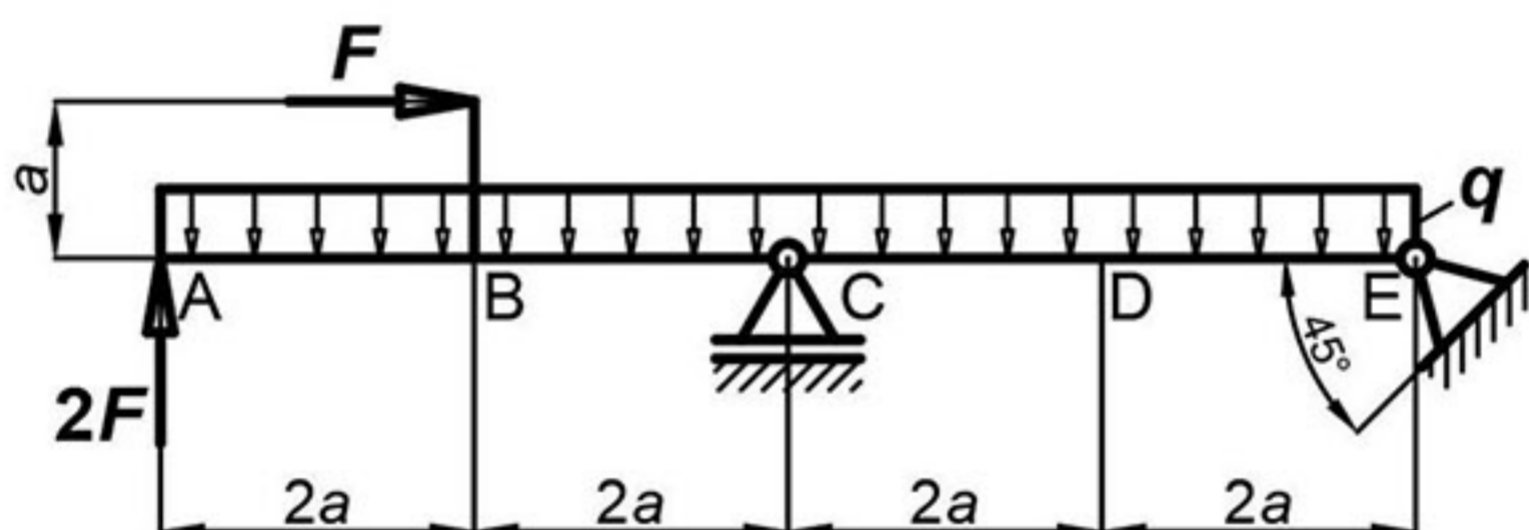
1. Одредити реакције веза носача приказаног на слици, а потом нацртати статичке дијаграме. Одредити функцију промјене унутрашњих сила на сегменту $G \div C$.

Дато је: $F = 4 \text{ kN}$, $q = 3 \text{ kN/m}$ и $a = 1 \text{ m}$.



2. Одредити реакције веза носача приказаног на слици, а потом нацртати статичке дијаграме. Одредити функцију промјене унутрашњих сила на сегменту $B \div C$.

Дато је: $F = 4 \text{ kN}$, $q = 3 \text{ kN/m}$ и $a = 1 \text{ m}$.



Предметни наставник:
Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
Раде Грујичић

II

$$\frac{2q}{1,5a} = \frac{2}{2,5a} \Rightarrow 2q = 1,8 \frac{kN}{m}$$

$$* M_G^l = 0$$

$$Fa + y_B \cdot 1,5a - Q_{T1} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,5a = 0$$

$$y_B = \frac{1,35 \cdot 0,5 - 4}{1,5} = \underline{\underline{-2,22 kN}}$$

$$Q_{T1} = \frac{1}{2} \cdot 2q \cdot 1,5a = \frac{1}{2} \cdot 1,8 \cdot 1,5 \cdot 1 = 1,35 kN$$

$$Q_P = q \cdot a = 1,8 kN$$

$$Q_{T2} = \frac{1}{2} (2 - q) \cdot a = 0,6 kN$$

$$* \sum X_i = 0 \Rightarrow x_A = 0$$

$$* \sum Y_i = 0 \Rightarrow y_B - Q_{T1} - Q_P - Q_{T2} - 2F + y_D = 0$$

$$y_D = 2,22 + 1,35 + 1,8 + 0,6 + 8 = \underline{\underline{13,97 kN}}$$

$$* \sum M_D = 0$$

$$Fa + y_B \cdot 3,5a - (Q_{T1} + Q_P + Q_{T2}) \cdot (a + \frac{1}{3} \cdot 1,5a) - 2F \cdot a - M_D = 0$$

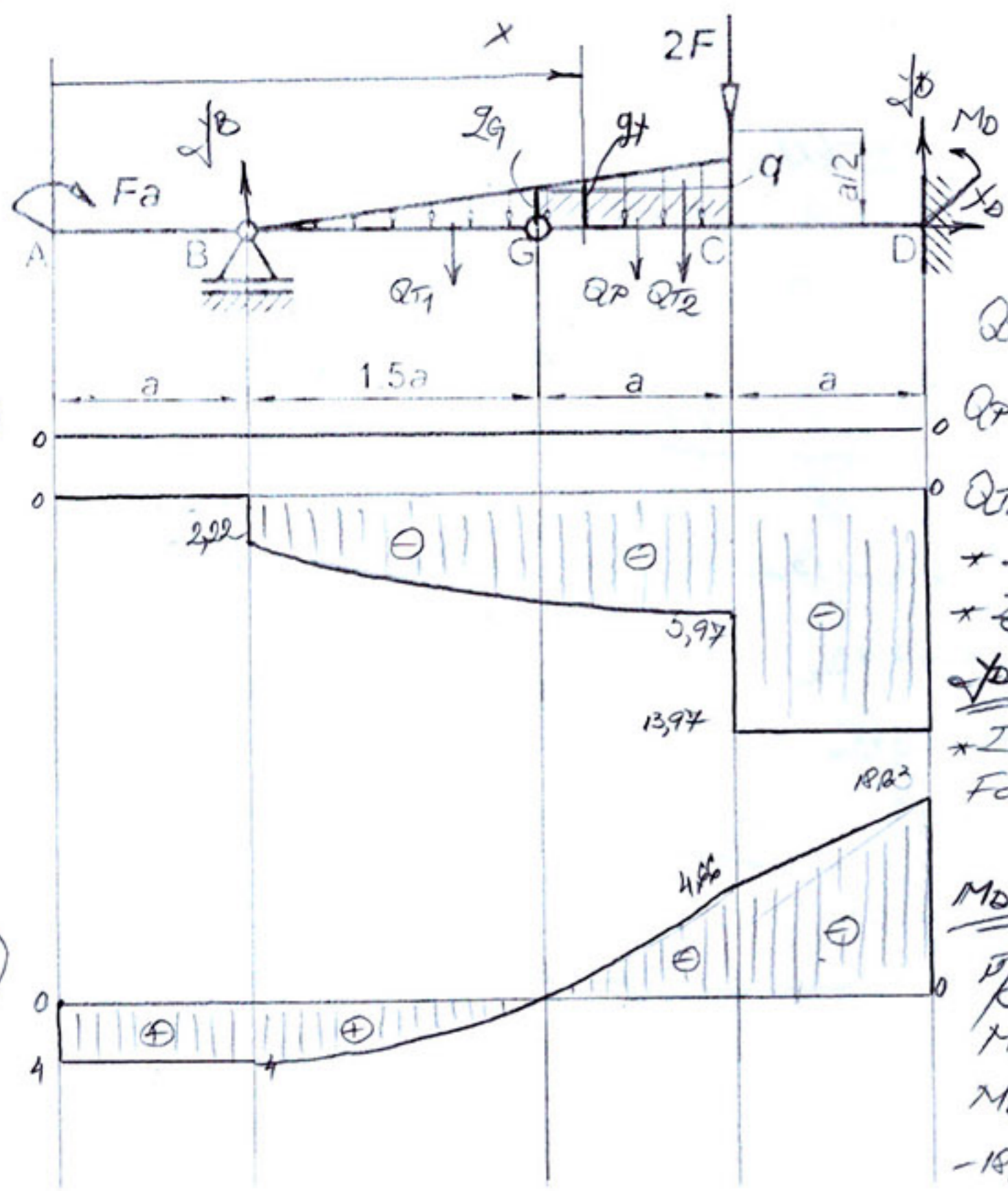
$$M_D = 4 - 2,22 \cdot 3,5 - 3,75 \cdot 1,83 - 8 = \underline{\underline{-18,63 kNm}}$$

проверка:

$$M_G^d = 0$$

$$M_D + q \cdot y_D \cdot 2a - 2F \cdot a - Q_P \cdot \frac{a}{2} - Q_{T2} \cdot \frac{1}{3} a = 0$$

$$-18,63 + 13,97 \cdot 2 - 8 - 1,8 \cdot 0,5 - 0,6 \cdot \frac{2}{3} = 0$$



(Fa)

(Ft)

(Mf)

$$M_{A \square}^l = 0$$

$$M_{A \square}^l = Fa = 4 kNm = M_B$$

$$M_{C \square}^d = q \cdot y_D \cdot a + M_D = -4,66 kNm$$

$$M_{D \square}^d = M_D = -18,63 kNm$$

$$M_{D \square}^d = 0$$

G-C $x \in [2,5a + 3,5a] = [2,5 + 3,5]$

$$* \underline{F_a} = 0$$

$$* \underline{F_t} = y_B - \frac{1}{2} \cdot 2q \cdot (x-a) = -2,22 - (0,6x - 0,6)(x-1)$$

$$\frac{2q}{x-a} = \frac{2}{2,5a} \Rightarrow 2qx = 1,2x - 1,2$$

$$F_t = -2,22 - 0,6x^2 + 0,6x + 0,6x - 0,6$$

$$\underline{F_t} = -2,22 + 1,2x - 0,6x^2$$

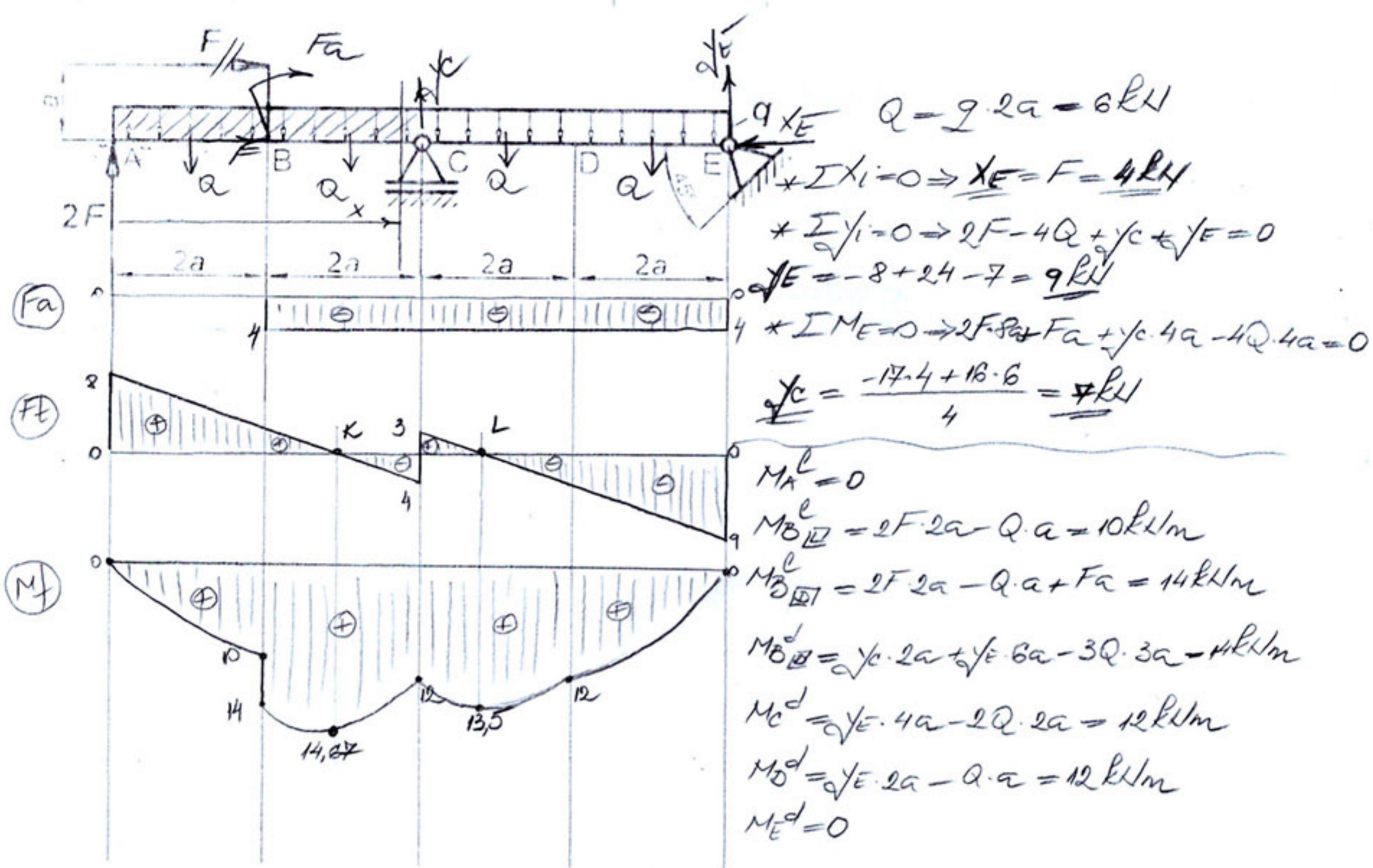
$$* \underline{M_f} = Fa + y_B(x-a) - \frac{1}{2}(x-a) \cdot 2q \cdot \frac{1}{3}(x-a)$$

$$= 4 - 2,22x + 2,22 - \frac{1}{6}(x^2 - 2x + 1)(1,2x - 1,2)$$

$$= 6,22 - 2,22x - \frac{1}{6}(1,2x^3 - 1,2x^2 - 2,4x^2 + 2,4x + 1,2x - 1,2)$$

$$= 6,22 - 2,22x - 0,2x^3 + 0,2x^2 + 0,4x^2 - 0,4x - 0,2x + 0,2$$

$$= 6,42 - 2,82x + 0,6x^2 - 0,2x^3$$



$B \div C$
 $x \in (2, 4]$
 $* \underline{F_a} = -F = -4 \text{ kN}$
 $* \underline{F_t} = 2F - 9x = 8 - 3x$
 $* \underline{M_f} = 2Fx + Fa - 9x \cdot \frac{x}{2} = 8x + 4 - 1,5x^2$
 $F_{tK} = 8 - 3x_K \Rightarrow x_K = \frac{8}{3} = 2,67$
 $F_{tK} = 0$
 $\underline{M_{fK}} = 8 \cdot \frac{8}{3} + 4 - 1,5 \cdot \frac{64}{9} = 14,67 \text{ kNm}$

$C \div D$
 $x \in [4, 6]$
 $* \underline{F_a} = -F = 4$
 $* \underline{F_t} = 2F + Y_C - 9x = 15 - 3x$
 $* \underline{M_f} = 2Fx + Fa - 9 \cdot \frac{x}{2} + Y_C(x - 4a)$
 $= 8x + 4 - 1,5x^2 + 7x - 28$
 $= -24 + 15x - 1,5x^2$
 $F_{tL} = 15 - 3x_L \Rightarrow x_L = 5$
 $F_{tL} = 0$
 $\underline{M_{fL}} = -24 + 15 \cdot 5 - 1,5 \cdot 25 = 13,5 \text{ kNm}$